

ANNALEN

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

BAND CXLII.





ANNALEN

DER

PHYSIK

UND

CHEMIE.

FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

ZWEIUNDZWANZIGSTER BAND.

NEBST NEUN FIGURENTAFELN.

LEIPZIG, 1871.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.



ANNALEN
DER
PHYSIK
UND
CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTZWEIUNDVIERZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDACHTZEHNTER.

NEBST NEUN FIGURENTAFELN

LEIPZIG, 1871.
VERLAG VON JOHANN AMBROSIUS BARTH.





Inhalt

des Bandes CXLII der Annalen der Physik und Chemie.

Erstes Stück.

(*Geschlossen am* 15. *Februar* 1871.)



Zweites Stück.

(*Geschlossen am* 26. *März* 1870.)

Drittes Stück.

(*Geschlossen am* 20. *April* 1871.)

Viertes Stück.



(*Geschlossen am* 24. *Mai* 1871.)

Nachweis zu den Figurentafeln.

Berichtigungen.

Zum Aufsatz von E. E. Schmid.

S. 111 Z. 2 v. u. lies: gewannen statt: gewinnen
S. 112 Z. 10 v. o. lies: Orthodiagonale statt: Orthodiagonalen
S. 113 Z. 4 v. u. lies: vorwalten statt: verwalten
S. 114 Z. 17 v. u. lies: m / m' und x' / x statt: m (m' und x') x
S. 114 Z. 18 v. u. lies: x / m und x / m' statt: x (m und x) m'
S. 116 Z. 15 v. o lies: rhomboïdische statt: rhomboëdrische
S. 116 Z. 17 v. o. lies: an welcher statt: in welcher
S. 116 Z. 19 v. o. lies: strahligen statt: strahlenden
S. 117 Z. 12 v. o. lies: Temperaturen statt: Temperatur
S. 120 S. 6 v. o. lies: ∞ P̱ ∞ statt: ∞ P a
S. 122 S. 14 v. u. lies: obiger Tafel statt: obiger Formel

Zum Aufsatz von Kohlrausch.

S. 433 Z. 2 v. o. lies: der Einschaltung stzut: die Einschaltung

1871. ANNALEN №. 1.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXLII.

I. *Ueber den Zusammenhang zwischen hemiëdrischer Krystallform und thermo-elektrischem Verhalten beim Eisenkies und Kobaltglanz;*
von G. Rose.

(Aus d. Monatsber. d. königl. Akademie der Wissenschaften Juni 1870. — Mit späteren Zusätzen.)

Eisenkies und Kobaltglanz sind bekanntlich die Hauptbeispiele von Krystallen des regulären Systems, die die dodekaëdrische oder parallelflächige Hemiëdrie zeigen. Bei beiden, besonders dem erstern, kommen eine grofse Menge von einfachen Formen und Combinationen vor; indessen war es immer auffallend, dafs bei diesen nur, oder vorzugsweise Formen der einen Stellung vorzukommen schienen, während doch bei den Substanzen, deren Formen die tetraëdrische oder geneigtflächige Hemiëdrie zeigen, die verschiedenen hemiëdrischen Formen der einen Stellung wie der andern häufig allein oder miteinander combinirt vorkommen; wie beim Borazit, Fahlerz und der Zinkblende. Man hat allerdings beim Eisenkies Krystalle beschrieben, die Combinationen von Formen beider Stellungen sind, doch gehören dergleichen Krystalle zu den gröfsten Seltenheiten, zumal wenn man bedenkt, wie sehr der Eisenkies in der Natur verbreitet ist, und dafs er sich auf den verschiedensten Lagerstätten und zu den verschiedensten Zeiten gebildet hat.

So beschrieb schon Haüy [1]) verschiedene Eisenkieskrystalle, an welchen nicht nur die Pentagondodekaëder

1) *Traité de Minéralogie*, 2 *ed.*, *t.* 4, *p.* 56 *Fig.* 211 *und p.* 57 *Fig.* 215.



($a : \frac{1}{2}a : \infty a$), sondern auch andere, an welchen die Diploëder [1]) ($a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{3}a$) in beiden Stellungen vorkommen. Die ersten finden sich in einer Combination mit dem Oktaëder und Leucitoëder; das Oktaëder herrscht vor, die Flächen des Leucitoëders bilden Zuspitzungen der Ecken, und die Flächen der beiden Pyritoëder die Abstumpfungen der Kanten der Zuspitzung. Die andern finden sich in Combination mit dem Oktaëder, einem Triakisoktaëder, dem Leucitoëder und Hexaëder; auch hier herrscht das Oktaëder vor, das Triakisoktaëder ($a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{3}a$) bildet die Zuschärfung der Kanten, die Flächen der beiden Diploëder erscheinen als achtflächige Zuspitzungen der Ecken, zu denen nun noch untergeordnet die Flächen des Leucitoëders und Hexaëders hinzutreten. Die Flächen der Pyritoëder und Diploëder beider Stellungen sind von gleicher Gröfse gezeichnet und eine Verschiedenheit in dem Ansehen derselben ist nicht angegeben; ebenso wenig der Fundort beider Krystalle.

Eisenkieskrystalle mit den Flächen beider Pyritoëder als Abstumpfungsflächen der sämmtlichen schärferen Kanten des Leucitoëders hat später auch Breithaupt [2]) an einem Stücke der Wernerschen Sammlung in Freiberg erkannt und beschrieben, leider auch hier ohne den Fundort desselben zu kennen. [3])

1) Ich gebrauche hier, wie schon seit langer Zeit in meinen Vorlesungen für die Ausdrücke Trapezoïd-Ikositetraëder (Mohs) oder Dyakis-Dodekaëder (Naumann) den kürzern Ausdruck Diploëder, worin ich mir erlaubt habe, den Namen Diploïd von Haidinger umzuändern.

2) Journal für prakt. Chemie von Erdmann und Schweigger-Seidel Bd. 4, S. 264.

3) Da es mir sehr darum zu thun war, Krystalle mit solchen Flächen, die sich in dem Berliner mineralogischen Museum gar nicht befinden, aus eigener Ansicht kennen zu lernen, so bat ich Prof. Weisbach, mir die Stufe mit den beschriebenen Krystallen zur Ansicht zu schicken, was er mir auch freundlichst gewährte. Die Krystalle, an denen die beiden Pyritoëder vorkommen, haben nur die geringe Gröfse von höchstens einer Linie Durchmesser und sind in einem kleinen Drusenraum einer derben Eisenkiesmasse aufgewachsen. Es sind Combinationen des Oktaëders, Leucitoëders mit den beiden Pyritoëdern, ganz wie bei den von Haüy beschriebenen Krystallen, nur dafs hier noch die Flächen

Combinationen von dem Diploëder $(a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{3}a)$ mit dem Pyritoëder verschiedener Stellung, wo also das Pyritoëder an den schärfern Kanten durch die Flächen des Diploëders abgestumpft erscheint, haben später auch Naumann [1]) und Zippe [2]) beschrieben. Sie nehmen dabei an, dafs das Pyritoëder erster und das Diploëder zweiter Stellung sey. Fundörter werden von beiden Autoren nicht angegeben.

Combinationen des Pyritoëders und Diploëders $(a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{3}a)$ der einen und des Diploëders $(\frac{1}{3}a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{5}a)$ der anderen Stellung beschreibt Lévy [3]). Die Flächen des letzteren Diploëders erscheinen untergeordnet am ersten als Abstumpfungsflächen der mittleren Kanten; das Hexaëder tritt auch noch hinzu; Diploëder 123 [4]) und Pyritoëder werden in erster Stellung, das Diploëder 345 demnach in zweiter Stellung angenommen.

In seiner grofsen Arbeit über die Italiänischen Eisenkiese giebt Strüver [5]) noch fünf Pentagondodekaëder an,

des Hexaëders hinzutreten. Die Flächen der Pyritoëder erscheinen als Abstumpfungen der Kanten der Zuspitzung des Oktaëders, aber die einen abwechselnden Abstumpfungsflächen sind merklich gröfser als die andern, und die gröfsern haben neben sich noch schmale Abstumpfungsflächen der Combinationskanten mit dem Leucitoëder, wahrscheinlich die Flächen des Diploëders $(a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{4}a)$; die Flächen des Oktaëders und Hexaëders sind stark glänzend und glatt, die Flächen der beiden Pyritoëder auch glänzend, die schmälern Pyritoëderflächen aber schwach horizontal nach den Combinationskanten mit dem Hexaëder gestreift; die Flächen des Leucitoëders sind ganz matt durch kleine dreieckige Eindrücke, die durch die Hexaëderflächen hervorgebracht werden, daher die Leucitoëderflächen in der Richtung der Hexaëderflächen schillern. Die Flächen der beiden Pyritoëder sind demnach in ihrem Verhalten doch sehr verschieden.

1) Lehrbuch der Mineralogie Berlin 1828, S. 563, Fig. 45.

2) Leichtfafsliche Anfangsgründe der Naturgeschichte des Mineralreichs 1839, Th. 2, S. 512, Fig. 220.

3) *Description d'une collection de Minéraux formée par Heuland. London* 1837, *t.* 3, *p.* 134. *pl.* 68, *Fig.* 10.

4) Ich werde in dem Folgenden öfter, wie hier geschehen, die abgekürzte Miller'sche Schreibart 123 statt $(a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{3}a)$ und 345 statt $(\frac{1}{3}a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{5}a)$ gebrauchen.

5) *Studi della mineralogia italiana, pirite del Piemonte et dell' Elba, Turino* 1869, *p.* 6.

die in Vergleich mit dem mit ihnen zusammen vorkommenden Pyritoëder in entgegengesetzter Stellung stehen, sowie auch ein Diploëder 234, dafs wie das von Lévy angeführte und mit ihm gemeinschaftlich vorkommende Diploëder 345, in entgegengesetzter Stellung zu dem Diploëder 123 steht [1]). Das Pentagondodekaëder 560 zweiter Stellung, das sich auch unter den Pentagondodekaëdern Strüvers findet, wird auch von Hessenberg [2]) bei einem Krystalle wahrscheinlich von Traversella, an welchem das Pyritoëder vorherrscht, und Hexaëder, Leucitoëder und das Diploëder 124 untergeordnet hinzutreten, aufgeführt.

Diefs sind die sämmtlichen mir bekannten Formen des Eisenkieses, die als in zweiter Stellung vorkommend beschrieben sind. Es sind nur sehr wenige, und diese sind auch nur an einzelnen Krystallen vorgekommen. Strüver hat in den grofsen Turiner Sammlungen nur neun Krystalle gesehen, an welchen hemiëdrische Formen in zweiter Stellung vorkommen. Indessen ist durch diese Beobachtungen doch ausgemacht, dafs solche Formen vorkommen. Man hat sie aber immer nur erkannt, wenn sie mit Formen der anderen Stellung in Combination vorkommen, und hat die herrschenden Formen für Formen erster Stellung, die untergeordnet vorkommenden für Formen zweiter Stellung gehalten. An einem bestimmten Beweise für die Richtigkeit dieser Annahme fehlte es aber ganz. Ob daher die herrschenden hemiëdrischen Formen stets der ersten oder einer und derselben Stellung, die untergeordnet vorkommenden stets der zweiten Stellung angehören, ist noch gar nicht ausgemacht.

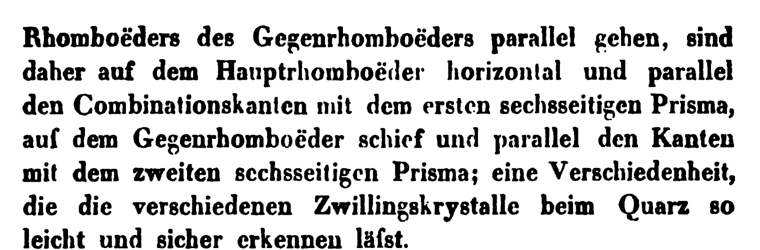
Ich hatte mich defshalb schon lange mit diesen Fragen beschäftigt. Da doch das Vorkommen von Formen beider Stellungen beim Eisenkies erwiesen ist, schien es mir wahrscheinlich, dafs man auch Mittel finden müfste, die Formen beider Stellungen, auch wo sie nicht miteinander in Com-

1) A. a. O. Fig. 113.

2) Abhandl. der Senkenberg'schen naturforschenden Ges. in Frankfurt a. M. B. 7 N. 9, S. 60.

bination getreten sind, zu erkennen, und wo diefs der Fall ist, auszumachen, welche von diesen erster und welche zweiter Stellung sind. Bei den Krystallen aller übrigen Substanzen, die in hemiëdrischen Formen beider Stellungen vorkommen, unterscheiden sich die der einen Stellung so bestimmt von denen der anderen durch verschiedene Gröfse, Streifung oder Glanz der Flächen, durch verschiedene Combination mit anderen hemiëdrischen Formen, durch Häufigkeit des Vorkommens, pyro-elektrisches Verhalten, sowie durch die regelmäfsigen Eindrücke, die man durch Aetzung auf den Flächen erhält. Bei dem Boracit z. B. sind die Tetraëder erster Stellung stets glänzender als die zweiter, sie finden sich häufiger, fehlen nie, erscheinen in Combination mit einem Hexakistetraëder, und in ihnen liegen die antilogen elektrischen Pole, dagegen die Tetraëder zweiter Stellung häufig fehlen, in Combination vorkommen mit einem Triakistetraëder, und in ihnen die analogen elektrischen Pole liegen. Die Gröfse der Tetraëder ist verschieden, doch sind gewöhnlich die Flächen des ersten Tetraëders gröfser als die des zweiten [1]). Beim Quarz sind die Flächen des Hauptrhomboëders gröfser und glänzender als die des Gegenrhomboëders, nach den Combinationskanten mit dem ersteren sind die Rhombenflächen gestreift, unter dem Hauptrhomboëder liegen die Flächen der gewöhnlichen Trapezoëder erster Ordnung, unter dem Gegenrhomboëder keine oder andere, die viel seltener vorkommenden Trapezoëder zweiter Ordnung. Auch die vorkommenden spitzeren Rhomboëder sind unter dem Hauptrhomboëder gewöhnlich andere als unter dem Gegenrhomboëder [2]). Sehr entscheidend sind ferner, wie Leydolt so schön dargethan hat [3]), die durch Aetzung mit Flufssäure entstehenden regelmäfsigen Eindrücke; sie sind linienartig und werden durch Flächen hervorgebracht, die den Flächen des ersten stumpferen

1) Vergl. Abh. d. k. Akad. d. Wiss. zu Berlin von 1844, S. 261.
2) A. a. O. 1843, S. 82.
3) Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Kl. d. k. k. Akad. d. Wiss. von 1855, Bd. 15, S. 59.



Rhomboëders des Gegenrhomboëders parallel gehen, sind daher auf dem Hauptrhomboëder horizontal und parallel den Combinationskanten mit dem ersten sechsseitigen Prisma, auf dem Gegenrhomboëder schief und parallel den Kanten mit dem zweiten sechsseitigen Prisma; eine Verschiedenheit, die die verschiedenen Zwillingskrystalle beim Quarz so leicht und sicher erkennen läfst.

Alle diese Mittel schienen beim Eisenkies nicht auszureichen. Da die Flächen der Pyritoëder von Traversella und von vielen anderen Orten horizontal parallel ihren Grundkanten, die Pyritoëder von Elba, Kongsberg, Copiapo vertical, parallel den Normalen auf den Grundkanten gestreift sind, so schien diefs ein einfaches Mittel abzugeben, die Pyritoëder beider Stellungen zu unterscheiden, indem man die horizontal gestreiften für Pyritoëder der einen (ersten) Stellung, die vertikal gestreiften für Pyritoëder der anderen (zweiten) Stellung halten könnte. Aber die Streifung hält nicht aus, die Flächen sind oft vollkommen glatt, oder sie sind theils horizontal, theils vertikal gestreift, und was die Hauptsache ist, die horizontal und vertical gestreiften Pyritoëder finden sich in Traversella und Elba in denselben Combinationen mit den Diploëdern 123 und 124. Die Flächen des Oktaëders sowohl als des Hexaëders sind ferner in Combination mit dem horizontal und vertikal gestreiften Pyritoëder oft parallel ihren Kanten mit dem Pyritoëder gestreift, wie beides bei den Krystallen von Traversella und Elba zu sehen ist. Ueberhaupt zeigte sich die Streifung der Flächen des Eisenkieses im Gegensatz zu der der meisten übrigen Krystalle sehr unbeständig, die Flächen des Oktaëders z. B. kommen nach dem Pyritoëder (Brosso), dem Leucitoëder (Elba) und dem Diploëder 124 (Brosso), die Flächen des Diploëders 123 nach den Flächen des Oktaëders (Elba) oder nach den Flächen des Hexaëders (Brosso) oder stellenweise nach dem einen oder dem anderen gestreift vor. Die Streifung schien so bei dem Eisenkies gar kein Anhalten zu gewähren.

Ebenso unzureichend bewiesen sich die durch Aetzung

erhaltenen Eindrücke. Ich hatte schon vor längerer Zeit dieselben untersucht, die Krystalle wurden in Königswasser ein bis zwei Minuten erhitzt und die geätzten Oberflächen dann unter dem Mikroscop im reflectirten Lichte, oder besser noch, die von ihnen gemachten Hausenblasenabdrücke im durchgehenden Lichte betrachtet. Letztere wurden auf dieselbe Weise dargestellt, wie es Leydolt in seinen Abhandlungen über Quarz und Aragonit vorschreibt. Die auf diese Weise erhaltenen Eindrücke in dem Eisenkies sind oft sehr nett und zierlich, sie sind aber auf den gleichen Flächen aller Eisenkieskrystalle, die ich untersucht habe, dieselben, mögen diese eine Beschaffenheit haben, welche sie wollen, wenigstens habe ich einen wesentlichen Unterschied bei ihnen nicht erkennen können. Auf den Pyritoëderflächen sind die Eindrücke symmetrische Fünfecke (Fig. 3, Taf. I) im Allgemeinen ähnlich denen der Flächen des Pyritoëders selbst, nur verkehrt liegend, indem ihr stumpfer Winkel gegen die Grundkante gerichtet ist. Betrachtet man eine Fläche eines geätzten Pyritoëders bei hellem Kerzenlicht mit der Lupe, so erhält man, wenn das Licht von der Fläche reflectiren läfst, den Schiller der Eindrücke von den fünf umgebenden Pyritoëderflächen, die Eindrücke werden also durch diese Flächen hervorgebracht, doch scheinen mir bei den Eindrücken, wo die Aetzung am besten gelungen war, die der Grundkante anliegenden Kanten parallel zu seyn, wie auch die Fig. 3 sie darstellt. Läfst man das Licht in der Richtung einer Hexaëderfläche reflectiren, so erhält man den Schiller der Eindrücke von den sämmtlichen vier Pyritoëderflächen, die die Hexaëderfläche umgeben. Mit einer Oktaëderfläche schillern zugleich die Eindrücke der sämmtlichen diese umgebenden Pyritoëderflächen; auch mit den Leucitoëderflächen schillern die Pyritoëderflächen. In den Eindrücken müssen sich also auch Flächen aller der genannten Formen befinden; die parallel den Abstumpfungsflächen der Grundkanten des Pyritoëders sind auch zuweilen recht deutlich.

Auf einer Hexaëderfläche erhält man Eindrücke von

zwei symmetrischen Fünfecken, die mit ihren Grundlinien aneinander stofsen (Fig. 2, Taf. I). Sie werden durch die Pyritoëderflächen hervorgebracht, was man annähernd durch die Messung mit dem Reflexionsgoniometer bestimmen kann. Auf einer Oktaëderfläche erhält man dreieckige Eindrücke, deren Seiten den Kanten des Oktaëders mit dem Pyritoëder parallel gehen und die auch durch die Flächen dieses hervorgebracht werden (Fig. 1, Taf. I). Die Aetzeindrücke werden also aufser den Pyritoëderflächen nur durch Flächen holoëdrischer Formen hervorgebracht und sind daher überall gleich, mögen die Flächen, auf denen man sie darstellt, einer Form der einen oder der andern Stellung angehören [1]).

Im Jahre 1857 machte nun Marbach [2]) die wichtige Entdeckung, dafs die verschiedenen Krystalle von Eisenkies und Kobaltglanz nach ihrem thermo-elektrischen Verhalten in zwei Classen zerfallen in der Weise, dafs die Krystalle der einen Classe in der thermo-elektrischen Spannungsreihe jenseits des positiven Antimons, die der andern Classe jenseits des negativen Wismuths zu stellen sind, in Folge dessen je zwei Krystalle der verschiedenen Classen untereinander einen stärkern Gegensatz bilden als die Combination Antimon und Wismuth [3]).

1) Die Aetzeindrücke entstehen auch, wenn die Eisenkieskrystalle in Eisenoxydhydrat umgeändert werden. Nimmt man bei den Krystallen, wo diese Umänderung nur erst an der äufsersten Oberfläche stattgefunden hat, das entstandene Eisenoxydhydrat durch Chlorwasserstoffsäure, welche den frischen Eisenkies nicht angreift, weg, so sieht man auf der nun blofsgelegten Oberfläche des Eisenkieses im Allgemeinen ganz dieselben Eindrücke, die in dem frischen Eisenkies durch Aetzung mit Königswasser hervorgebracht werden. Ist die Umänderung in Eisenoxydhydrat schon weiter eingedrungen, so sieht man bei der Auflösung desselben keine regelmäfsigen Eindrücke mehr, da nun die ganze blofsgelegte Oberfläche rauh und uneben geworden ist.

2) *Comptes rendus* 1857, *t.* 45, *p.* 707.

3) Ich kann nicht unterlassen hier zu bemerken, dafs Prof. Hankel mich darauf aufmerksam gemacht hat, dafs er schon 13 Jahre früher als Marbach in einer Abhandlung in Pogg. Ann. von 1844 Bd. 62, S. 197, in welcher er das thermo-elektrische Verhalten verschiedener Mineralien untersucht, gezeigt hat, dafs Kobaltglanz von Tunaberg in Oktaëdern

Marbach gab nicht an, wie die positiven und negativen Krystalle in krystallographischer Hinsicht sich unterscheiden. Er führte nur an, dafs er von 58 Krystallen 34 gefunden habe, die sich gegen Kupfer positiv und 20, die sich dagegen negativ verhielten, während 4 andere die sonderbare Eigenschaft hätten, an verschiedenen Punkten ein entgegengesetztes thermo-elektrisches Verhalten zu zeigen. Er versprach in kurzer Zeit in einer ausführlichen Abhandlung in Poggendorff's Annalen das Nähere seiner vielen Versuche anzugeben. Biot legte die Entdeckung der Pariser Akademie vor, auf die Wichtigkeit und das Interesse, welches sie erwecken müfste, aufmerksam machend, indem sie ein neues Beispiel liefere, wie Molecüle von derselben chemischen Beschaffenheit sich zu Krystallen derselben Form mit ganz entgegengesetzten physikalischen Eigenschaften zusammenlegen könnten; aber die ausführliche Abhandlung, die Marbach angekündigt hatte, erschien nicht und ist auch bis jetzt noch nicht erschienen.

Von der Ueberzeugung durchdrungen, dafs das verschiedene elektrische Verhalten des Eisenkieses mit seiner Krystallform in Zusammenhang stehen müfste, fing ich im Winter 1858 bis 59 selbst an, die Versuche von Marbach zu wiederholen. Ich vereinigte mich mit Prof. Schellbach, der gern meinen Wünschen entgegenkam, mit ihm gemeinschaftlich die Versuche anzustellen. Sie bestätigten vollkommen die Angaben von Marbach, wurden auch eine Zeitlang fortgesetzt, dann aber aufgegeben, da sie zu keinem

krystallisirt gegen Kupfer negativ, in Hexaëdern krystallisirt dagegen positiv, ferner Eisenkies aus Piemont in Combinationen des Hexaëders und Oktaëders krystallisirt gegen Kupfer negativ, dagegen von Elba und Piemont in Pyritoëdern, und in Combinationen des Pyritoëders mit einem Diploëder krystallisirt positiv wäre. Hankel hat also ganz richtig schon beobachtet, dafs dieselben Substanzen wie Kobaltglanz und Eisenkies bei verschiedener Krystallform sich ganz verschieden thermo-elektrisch verhalten können; er hebt diefs auch am Schlusse seiner Abhandlung hervor, aber er hat dieser wichtigen Beobachtung keine weitere Folge gegeben, und Marbach erwähnt ihrer nicht, scheint demnach also nicht durch sie zu seiner wichtigen Entdeckung geführt worden zu seyn.

Resultate führten, indem sich ergab, dafs die auf gleiche Weise gestreiften Hexaëder von Traversella und von Tavistock sich ganz verschieden thermo-elektrisch verhielten, das eine positiv, das andere negativ war, und die horizontal, parallel den Grundkanten gestreiften Pyritoëder von Traversella ebenso wie die senkrecht zur Grundkante gestreiften Pyritoëder von Elba positiv waren.

Darauf beschäftigte sich Friedel[1]) mit derselben Untersuchung; auch er erkannte bei seinen Versuchen die beiden Varietäten des Eisenkieses, doch konnte auch er nicht den mindesten krystallographischen Unterschied zwischen den Eisenkieskrystallen, die die entgegengesetzten thermo-elektrischen Eigenschaften besäfsen, auffinden. Indessen beobachtete er, dafs die schönen Hexaëder von Traversella in Piemont zuweilen an ihrer Oberfläche unregelmäfsig begränzte Stellen zeigten, die in gleicher Richtung, doch feiner als der übrige Theil der Flächen gestreift wären, und die ihn an die ähnlichen Erscheinungen bei den Zwillingskrystallen vom Quarz erinnerten. Die feiner gestreiften Stellen zeigten sich immer von einem entgegengesetzten Verhalten, als wie die umgebenden glänzenden, daher er geneigt war, anzunehmen, dafs die Existenz der beiden Varietäten des Eisenkieses an die rechts- und links-hemiëdrischen Krystalle gebunden wäre, die krystallographisch gleich und congruent, wenn sie getrennt, sich doch in den Zwillingen durch Verschiedenheiten des Glanzes verriethen. Friedel erkannte also wie Marbach, dafs die beiden thermo-elektrischen Varietäten sich in einem Krystalle zusammenfinden; er verfolgte aber die Untersuchung der Eisenkieskrystalle in dieser Richtung nicht weiter, sondern von der Betrachtung ausgehend, dafs zwei entgegengesetzte Ecken der gestreiften Eisenkies-Hexaëder nicht congruent wären, suchte er nachzuweisen, dafs der Eisenkies pyro-elektrisch wäre, eine Ansicht, die er aber doch später wieder aufgegeben hat[2]).

Im vorigen Jahre erschien nun die grofse Abhandlung

1) Institut vom 27. Dec. 1860, No. 1408, S. 420.
2) *Ann. d. chim* (4) 1869, *t.* 16, *p.* 14.

von Strüver über die Italiänischen Eisenkiese [1]). Er beschreibt hier nur die Krystalle von drei Fundorten, von Traversella, Brosso und Elba, und führt doch auf 154 verschiedene Combinationen, die alle mit Genauigkeit gemessen und bestimmt, und mit einer Sorgfalt und Vollkommenheit gezeichnet sind, die bei dieser Fülle wahrhaft bewundernswürdig ist. Er hat dabei die Zahl der bekannten einfachen Formen fast verdoppelt, da von den aufgeführten 54 einfachen Formen 24 neu hinzugekommen sind [2]).

1) *Studi sulla mineralogia italiana, pirite del Piemonte et dell' Elba, Torino* 1869.

2) Unter den (a. a. O. S 6) aufgeführten 54 Formen des Eisenkieses befinden sich 2 von Des-Cloizeaux und 3 von Strüver nicht mit Sicherheit angegebene Formen, und unter den 30 bekannten Formen ist ferner das Diploëder 124 zweiter Stellung nach Mohs irrthümlich aufgeführt. Mohs führt in der ersten Ausgabe seiner Mineralogie S. 537 diese Form als bei der Varietät von Petorka in Peru, die Haüy beschrieben hat, vorkommend auf, nimmt aber hier die Fläche des Leucitoëders (0 bei Haüy) für die Fläche des Diploëders 124 zweiter Stellung und bezeichnet sie mit $-\frac{T''^3}{2}$, ein Irrthum, der auch in die zweite Ausgabe von Mohs Mineralogie, die Zippe besorgt hat, Th. 2, S. 511, und daraus in Strüver's Abhandlung übergegangen ist. Der Irrthum von Mohs ist wohl dadurch entstanden, dafs Haüy bei der Beschreibung der Varietät von Petorka (*traité de minéralogie*, 2 *éd. t.* 4, *p.* 57) für das Leucitoëder nicht das Zeichen $\overset{2}{A} = 0$, wie bei Fig. 211, genommen hat, sondern um die Verwandtschaft desselben mit den Diploëdern $123 = f$ und $124 = s$ zu bezeichnen, es als intermediäre Dekrescenz bezeichnet hat, also $\underset{0''}{(A^{\frac{1}{4}} B^{1} G^{1})}\ \underset{f''}{(A^{\frac{1}{2}} B^{2} G^{1})}\ \underset{s''}{(A^{1} B^{2} G^{1})}$, welches erste Zeichen von Mohs falsch übersetzt ist. Zieht man von den 54 angegebenen einfachen Formen die 5 unsicher bestimmten und die eine irrthümlich angegebene ab, so bleiben beim Eisenkies noch 48 mit Sicherheit bestimmte einfache Formen übrig. (In dem ersten Abdruck dieser Abhandlung in den Monatsberichten der Akademie hatte ich von den 54 von Strüver aufgeführten einfachen Formen auch noch die beiden Pentagondodekaëder 340 und 230 zweiten Stellung abgezogen, die ich in meiner Krystallographie angegeben, deren Vorkommen ich aber nicht selbst beobachtet, und die ich nur aufgenommen hatte, weil die Pentagondodekaëder 340 und 230 erster Stellung vorkommen. Hr. Strüver hatte aber die Güte, mich darauf aufmerksam zu machen, dafs beide

Strüver hat sich auch mit dem thermo-elektrischen Verhalten des Eisenkieses beschäftigt, aber nur so weit, um sich von der Richtigkeit der Marbach'schen Versuche zu überzeugen, und war auf eine genauere Untersuchung nicht eingegangen. Das Studium seiner Arbeit war aber Veranlassung, dafs ich meine angefangenen Arbeiten des Eisenkieses wieder aufnahm. Das thermo-elektrische Verhalten desselben mufste an einer gröfseren Zahl von Krystallen bestimmt werden. Dr. Groth bot mir freundlichst seine Hülfe zur Anstellung der Versuehe an, und Prof. Magnus verstattete gern, dafs wir sie in seinem Laboratorium und mit den Instrumenten des unter seiner Leitung stehenden physikalischen Apparats anstellen konnten [1]). Die Versuche wurden auf ähnliche Weise gamacht, wie sie Marbach angestellt hatte, und nur in soweit abgeändert, als zwei mit einem Galvanometer in Verbindung gesetzte Kupferdrähte, deren freie Enden etwas abgerundet und von einer metallischen Oberfläche waren, von beiden Seiten je an eine der zu untersuchenden Flächen des Krystalls angelegt und jedesmal einer derselben in einiger Entfernung vom Krystall erwärmt wurde, statt dafs Marbach das Ende des Kupferdrahts mit der Gaslampe erwärmt und dann erst an den Krystall angelegt hatte. Durch obiges Verfahren wurden alle secundären Ströme, welche durch das Anlegen selbst hervorgebracht werden konnten, vermieden. Die Stromesrichtung wurde an einem gewöhnlichen Spiegelgalvanometer mit Scala und Fernrohr abgelesen. Diese empfindliche Methode war nothwendig, weil manche Krystalle ihrer schlechten Leitungsfähigkeit halber nur schwache Ströme gaben.

Pentagondodekaëder nach der Herausgabe meiner Krystallographie das eine von Des-Cloizeaux, das andere von Strüver wirklich beobachtet wären, daher nun die obige Zahl als die der wirklich beobachteten Formen aufzuzählen ist.)

1) Leider hat Magnus die Beendigung dieser Versuche, an die er so vielen Antheil nahm, nicht mehr erleben können.

Wir haben auf diese Weise 179 Krystalle [1]) untersucht; viele derselben wurden zu wiederholten Malen, und wenn sie sich als Zwillingskrystalle herausstellen, an sehr verschiedenen Stellen untersucht, so dafs wir eine sehr grofse Zahl von Versuchen gemacht haben, deren Anstellung sich Dr. Groth mit grofsem wissenschaftlichen Eifer und Geschick unterzog, was hier auch öffentlich anzuerkennen ich nicht unterlassen kann. Die Krystalle zu diesen Versuchen wurden gröfstentheils aus der reichen Sammlung des Berliner mineralogischen Museums genommen, doch konnte ich durch die Gefälligkeit der Hrn. Hauchecorne und Eck, Ewald und Tamnau auch Krystalle aus der hiesigen Bergakademie sowie hiesiger Privatsammlungen benutzen. Die Hrn. Weisbach und Stelzner sandten mir die oben erwähnte Eisenkiesdruse aus der Wernerschen Sammlung, Prof. vom Rath sandte mir einen schönen grofsen Zwillingskrystall mit durcheinander gewachsenen Individuen von Elba aus der Bonner Sammlung, Prof. Römer einen grofsen Krystall von Waldenstein, Dr. Hessenberg den oben S. 4 erwähnten Krystall von Traversella. Von ganz besonderem Werthe waren mir aber die schönen Krystalle, die ich durch die Güte der Hrn. Sismonda und Strüver auf meine Bitte aus den öffentlichen Turiner Sammlungen erhielt und auf die ich durch die Strüver'sche Abhandlung aufmerksam gemacht war [2]), was ich alles nur mit grofsem Danke anerkenne [3]).

Aus den angestellten Untersuchungen hat sich nun das unzweifelhafte Resultat ergeben, *dafs sich die Krystalle des Eisenkieses und des Kobaltglanzes in Krystalle erster und*

1) Unter diesen befinden sich 71 positive und 62 negative Krystalle und 46 Zwillingskrystalle mit positiven und negativen Individuen.

2) Es waren 5 Stufen mit den in den Fig 110, 111, 128, 144 und 177 der Strüver'schen Abhandlung abgebildeten Krystallen.

3) Nach dem Druck dieser Abhandlung in den Monatsberichten der Akademie habe ich noch 9 vortreffliche Krystalle benutzt, die mir auf einer Reise nach Bonn Hr. Dr. Krantz aus seiner ausgezeichneten Privatsammlung auswählen und zur Untersuchung mit nach Berlin nehmen zu dürfen, gern erlaubte.

zweiter Stellung bestimmt unterscheiden lassen, von denen die einen positiv, die anderen negativ sind, dafs das thermo-elektrische Verhalten des Eisenkieses und Kobaltglanzes also im genauen Zusammenhange mit der Hemiëdrie der Krystalle steht. Ich werde in dem Folgenden die positiven Krystalle als Krystalle erster Stellung, die negativen als Krystalle zweiter Stellung betrachten, werde aber jetzt nur eine Uebersicht der einfachen Formen, die ich unter den untersuchten positiven und negativen Krystallen beobachtet habe, folgen lassen, und nur im Allgemeinen Einiges über die Beschaffenheit der Flächen der einfachen Formen, die Häufigkeit des Vorkommens derselben und die beobachteten Zwillingskrystalle angeben, die genauere Beschreibung der untersuchten einfachen und Zwillingskrystalle mir für eine spätere Zeit versparend.

Beobachtete einfache Formen beim Eisenkies.

Name der Form	Bezeichnung nach Weiſs	Bezeichnung nach Miller	auf den Fig.	positive Formen	negative Formen
1. Hexaëder	$(a : \infty a : \infty a)$	100	*a*	selbstständig und in Combination	selbstständig und in Comb.
2. Oktaëder	$(a : a : a)$	111	*o*	selbstständig und in Comb.	selbstständig und in Comb.
3. Dodekaëder	$(a : a : \infty a)$	110	*d*	selbstständig und in Comb.	in Comb.
4. Ikositetraëder	$(a : a : \frac{1}{3} a)$	113			in Comb.
5. »	$(a : a : \frac{2}{5} a)$	225			in Comb.
6. »	$(a : a : \frac{1}{2} a)$	112		in Comb.	in Comb. zuw. herrschend
7. Triakisoktaëder	$(a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} a)$	133		in Comb.	
8. »	$(a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} a)$	122			in Comb.
9. »	$(a : \frac{2}{3} a : \frac{2}{3} a)$	233			in Comb.
10. Pentagondodekaëder	$(a : \frac{1}{3} a : \infty a)$	130			in Comb.
11. »	$(a : \frac{1}{2} a : \infty a)$	120	$\frac{1}{2} d$	selbstständig in Comb.	selbstständig und in Comb.
12. »	$(a : \frac{3}{5} a : \infty a)$	350			in Comb.
13. »	$(a : \frac{2}{3} a : \infty a)$	230			in Comb.
14. »	$(a : \frac{3}{4} a : \infty a)$	340		in Comb.	in Comb.
15. »	$(a : \frac{4}{5} a : \infty a)$	450		in Comb.	
16. »	$(a : \frac{5}{6} a : \infty a)$	560			in Comb.
17. »	$(a : \frac{6}{7} a : \infty a)$	670			in Comb.
18. Diploëder	$(a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{3} a)$	123	*s*	selbstständig und in Comb.	in Comb.
19. »	$(a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{4} a)$	124	*n*	selbstständig und in Comb.	in Comb.
20. »	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{5} a)$	235			in Comb.
21. »	$(a : \frac{1}{6} a : \frac{1}{16} a)$	16 10			in Comb.

Häufigkeit und gegenseitige Gröfse der verschiedenen einfachen Formen.

Hexaëder sowohl selbstständig als in Combinationen kommen im Allgemeinen häufiger bei den positiven als negativen Krystallen vor; dagegen umgekehrt sich Oktaëder viel häufiger bei negativen Krystallen finden. Das Dodekaëder habe ich nur einmal selbstständig, und auch dann nur in kleinen Krystallen, die positive sind, beobachtet [1]). Von Ikositetraëdern ist eigentlich nur das Leucitoëder zu erwähnen, die stumpferen sind nur sehr selten und bei negativen Krystallen vorgekommen. Auch das Leucitoëder findet sich vorzugsweise bei negativen Krystallen und kommt in den Combinationen herrschend nur bei diesen vor. Die Triakisoktaëder sind immer nur klein und untergeordnet beobachtet. Unter den Pentagondodekaëdern ist das Pyritoëder das häufigste, und allein selbstständig vorgekommen; es ist die eigentliche charakteristische Form des Eisenkieses, und gleich häufig bei den positiven wie bei den negativen Krystallen. Stumpfere und schärfere Pentagondodekaëder kommen nur untergeordnet und fast nur an den herrschenden Pyritoëdern vor; stumpfere sind selten, die schärferen häufiger, und beide vorzugsweise an negativen Krystallen vorgekommen, so dafs man solche schon an dem Vorkommen dieser Flächen vermuthen kann. Von den Diploëdern kommen besonders zwei vor, die Diploëder 123 und 124; ersteres ist besonders charakterisch für die positiven, letzteres für die negativen Krystalle, und da nach Strüver unter den Italienischen Eisenkiesen ersteres vorzugsweise in Traversella, letzteres in Brosso vorkommt, so scheint doch auch die Beschaffenheit der Lagerstätte einen Einflufs auf die thermo-elektrische Beschaffenheit der sich auf ihr bildenden Eisenkiese gehabt zu haben.

Unter den selteneren Diploëdern ist mir besoders das

1) Aus der Wälderkohle von Bölhorst bei Minden. Hr. Dr. Krantz hatte die Freundlichkeit, mir einige dieser selten vorkommenden Krystalle zu verehren. Quenstedt erwähnt ihrer auch in seinem Handbuche der Mineralogie S. 662.

Diploëder 1 6 10 vorgekommen. Ich hatte es schon bei meinen ersten Untersuchungen des Eisenkieses beobachtet an einem schönen grofsen flächenreichen Krystall aus Piemont, später beobachtete ich es an Krystallen von Lichtfeld in Siegen, Schemnitz, Cornwall, Mexico und Dognatzka; es ist stets negativ gefunden.

Beschaffenheit der Flächen der verschiedenen einfachen Formen.

Die Beschaffenheit der Flächen bleibt sich nicht überall gleich, und fällt in den verschiedenen Combinationen oft verschieden aus, doch kann man darüber im Allgemeinen Folgendes festsetzen. Die Flächen des positiven Hexaëders sind vorzugsweise und häufig gestreift parallel den stumpferen Combinationskanten mit dem ersten Pyritoëder (Traversella). Die Flächen des negativen Hexaëders sind auch wohl auf eine ähnliche Weise parallel den Combinationskanten mit dem zweiten Pyritoëder gestreift, doch feiner (Tavistock), nicht selten aber ganz glatt und stark glänzend, (Traversella). In den positiven Combinationen des Hexaëders mit dem Pyritoëder und Diploëder 123 ist die Hexaëderfläche oft parallel den Kanten mit diesen beiden Formen gestreift (Elba, Traversella) [1]), und ebenso in den positiven Combinationen des Hexaëders mit dem Pyritoëder und dem Diploëder 124 (Rodna).

Zuweilen finden sich auf den Hexaëderflächen kleine quadratische Eindrücke; bei den positiven Krystallen gehen ihre Seiten parallel den Kanten mit dem Dodekaëder (Fig. 6) und werden wahrscheinlich auch durch die Flächen des Dodekaëders hervorgebracht [2]). Sie finden sich auf Krystallen von Elba, wo sie indessen nur klein, fast mikroskopisch sind. Bei den negativen Krystallen gehen sie parallel den Kanten mit dem Oktaëder, und werden auch durch die Flächen des Oktaëders hervorgebracht (Fig. 7 Taf. I). Sie

1) vgl. Strüver's Fig. 176.

2) Es wäre möglich, dafs diese Eindrücke nicht durch die Dodekaëderflächen, sondern durch die Pyritoëderflächen hevorgebracht werden, in welchem Fall sie denn nicht quadratisch, sondern rectangulär wären.



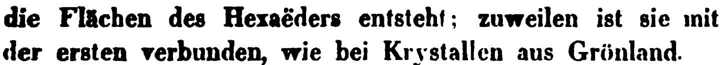
sind, wo sie sich finden, gröfser als die vorigen, oft sehr bedeutend grofs, wie bei Krystallen von Traversella [1]).

Die Streifung auf den Flächen des positiven Oktaëders geht parallel den Combinationskanten desselben mit dem Pyritoëder, ist also parallel den Seiten eines gleichseitigen Dreiecks, dessen Seiten rechtwinklig auf den Kanten des Oktaëders stehen (Fig. 12 Taf. I); sie ist indessen nur selten zu sehen; wo die Flächen herrschend auftreten, sind sie gewöhnlich uneben und matt.

Bei den negativen Krystallen, bei denen die Flächen des Oktaëders viel häufiger herrschend auftreten, findet auf denselben eine dreifache Streifung statt; am häufigsten parallel den Kanten mit dem negativen Pyritoëder (Fig. 13), dann mit dem Diploëder 124 (Fig. 14 und in Strüver's Fig. 188) und endlich mit den Kanten des Leucitoëders oder Hexaëders (Fig. 15). Die erste steht wieder rechtwinklig auf den Kanten des Oktaëders, die zweite etwas schiefwinklig darauf, die dritte rechtwinklig auf den Combinationskanten des Pyritoëders und Oktaëders. Die erste findet sich da, wo das Oktaëder herrscht, wie bei den Krystallen von Brosso und Chile, und ist hier durch die Flächen des Pyritoëders hervorgebracht; die zweite kommt ebenfalls bei Krystallen mit vorherrschenden Oktaëderflächen von Brosso vor, und ist hier durch das Diploëder 124 hervorgebracht; die dritte findet sich bei Krystallen mit vorherrschenden Pyritoëderflächen von Elba, wo sie durch die Flächen des Leucitoëders hervorgebracht ist [2]), wie bei Krystallen mit vorherrschenden Oktaëderflächen von Brosso, wo sie durch

1) vgl. Strüver's Fig. 174.

2) Diese Streifung, die auch Quenstedt in seiner Mineralogie angiebt (S. 662), ist von Strüver nicht beobachtet worden (a. a. O. S. 35). Die Krystalle von Elba, an denen sich diese Streifung findet, sehen aus wie die, welche Strüver in Fig. 72 seiner Abhandlung gezeichnet hat, und wenn bei den Krystallen, die ich beobachtete, die Leucitoëderflächen gewöhnlich viel kleiner sind als die des Diploëders 124, und zuweilen ganz fortfallen, so dafs die Krystalle aussehen wie Fig. 186, so kann man doch, wo sie erscheinen, deutlich sehen, dafs die Streifung auf den Octaëderflächen parallel den Kanten mit ihnen geht; auch stehen die Seiten



die Flächen des Hexaëders entsteht; zuweilen ist sie mit der ersten verbunden, wie bei Krystallen aus Grönland.

Charakteristischer als die Streifung sind für die Flächen des positiven Oktaëders kleine dreieckige Eindrücke, die in der Richtung der Hexaëderflächen schillern, und durch diese hervorgebracht werden, deren Seiten also parallel mit den Kanten des Oktaëders gehen (Traversella, Elba)[1]. Dergleichen dreieckige Eindrücke finden sich auch auf den Flächen des negativen Oktaëders, sie schillern aber in der Richtung der benachbarten Oktaëderflächen und werden auch durch diese hervorgebracht; ihre Seiten gehen auch noch den Kanten mit dem Oktaëder parallel, doch haben sie eine umgekehrte Lage wie die vorigen (Elba, Brosso, Immenkippel bei Bensdorf)[2]. Streifung und Eindrücke finden sich gewöhnlich zu gleicher Zeit; bei einem merkwürdigen Krystall der Turiner Sammlung, den Strüver beschrieben und in den Fig. 177 und 157 gezeichnet hat, sind aber diese Eindrücke ganz nach den Stellen der Oktaëderfläche gedrängt, wo sich keine Pyritoëderflächen finden und die Pyritoëderflächen erster Stellung liegen würden, wenn sie da wären[3].

der Streifung rechtwinklig auf den Combinationskanten mit dem Pyritoëder. Bei den Zwillingskrystallen mit durcheinander gewachsenen Individuen erscheint diese Streifung auf den gleichliegenden Oktaëderflächen beider Individuen parallel (Fig. 15 Taf. I). Bei den Zwillingskrystallen der positiven Pyritoëder ist die Lage der dreieckigen Eindrücke in beiden Krystallen eine parallele. (Fig. 16).

1) vgl. Fig. 4 und 10 und Strüver's Fig. 176.

2) vgl. Fig. 5 und Strüver's Fig. 177.

3) Strüver schliefst aus dieser Vertheilung der Eindrücke auf der Oktaëderfläche, dafs der Krystall vielleicht ein Zwilling seyn könnte; diefs ist jedoch nicht der Fall. Der Krystall befand sich unter denen, die Hr. Strüver die Güte hatte, mir zur Ansicht zu schicken, ich untersuchte ihn mit Dr. Groth sehr sorgsam, und wir konnten uns überzeugen, dafs er sich in thermo-elektrischer Hinsicht vollkommen wie ein einfacher negativer Krystall verhielt. Auch sieht man die Streifen, die den Kanten mit dem Pyritoëder parallel gehen, wenn man sie unter dem Mikroskop betrachtet, zum Theil in gleicher Richtung in die Stellen fortsetzen, in welchen die dreieckigen Eindrücke enthalten sind; die Streifung erscheint nur nicht so regelmäfsig, wie sie gezeichnet ist,

Die Flächen des positiven Dodekaëders sind glatt und glänzend (Cornwall, Zwilling) oder ziemlich glatt (Bollhorst bei Pr. Minden); die Flächen des negativen Dodekaëders sind glänzend und nach der kurzen Diagonale gestreift (Chile, Immenkippel bei Bensdorf), oder matt und nach der langen Diagonale gestreift (Cornwall, Zwilling, Lobenstein, Jonswand in Lappland)[1].

Die Flächen des positiven Leucitoëders sind meistens glänzend; die des negativen sind bei Krystallen von Erbach parallel mit den Kanten des Hexaëders fein gestreift; bei den oben (S. 2) erwähnten Krystallen aus der Wernerschen Sammlung, von denen es zweifelhaft ist, ob sie positiv oder negativ sind, erscheinen die Flächen durch dreieckige Eindrücke, welche von den Hexaëderflächen hervorgebracht werden, ganz matt. Dieselben Eindrücke finden sich auch bei den negativen Krystallen von Kongsberg, bei denen die glänzenden und glatten Leucitoëderflächen untergeordnet an dem herrschenden Pyritoëder vorkommen.

Die Flächen des positiven Pyritoëders sind, wo es selbstständig oder herrschend vorkommt, vorzugsweise horizontal parallel den Kanten mit dem Hexaëder gestreift; sehr häufig wechseln beide Flächen in treppenartigen Absätzen. Zuweilen kommt neben der horizontalen eine senkrechte vor, die wie bei den stark glänzenden Krystallen von Zacatecas in Mexico, durch die Flächen des Diploëders 124 hervorgebracht wird. Die Pyritoëderflächen scheinen wie mit niedrigen rectangulären Streifen bedeckt, deren Randflächen durch die Hexaëder- und die Diploëderflächen gebildet werden, und die von verschiedener Breite und auf den Pyritoëderflächen bald nur einzeln, bald in großer Menge er-

und findet auch nicht blos parallel den Kanten mit dem Pyritoëder, sondern auch mit den Kanten des Hexaëders statt.

1) Die Krystalle von Lobenstein sind Combinationen des vorherrschenden Pyritoëders mit dem Dodekaëder und Oktaëder. Läſst man bei diesen die Oktaëderflächen spiegeln, so schillern die umgebenden Dodekaëderflächen durch die feine Streifung sammetartig. Sie kommen auf Eisenspath aufgewachsen vor.

scheinen [1]). Bei positiven Krystallen von Elba, wo das Pyritoëder noch in Verbindung mit dem Oktaëder und dem Diploëder 123 vorkommt, erscheinen die ganzen Pyritoëderflächen senkrecht zur Grundkante gestreift; wenn man die Streifung aber genau betrachtet, so sieht man, dafs sie auf ganz ähnliche Weise hervorgebracht wird, wie bei den Krystallen von Zacatecas, nur dafs hier die Streifen viel feiner und schmaler, und nicht so unterbrochen sind.

Die Flächen des negativen Pyritoëders sind vorzugsweise senkrecht zur Grundkante gestreift. Die Streifung rührt hier von den Flächen der Diploëder 124 oder des Leucitoëders, zuweilen von den Flächen beider gemeinschaftlich her; diefs sieht man sehr deutlich bei den Krystallen von Elba, wo das Pyritoëder vorherrscht, und Oktaëder, Diploëder und Leucitoëder nur untergeordnet hinzutreten; ebenso bei Krystallen aus Copiapo, wo das Hexaëder mehr vorherrscht. Die Streifung ist sehr geradlinigt und unterscheidet sich sehr bestimmt von der durch das Diploëder 124 hervorgebrachten vertikalen Streifung, die bei den positiven Elbaer Eisenkieskrystallen vorkommt.

Aufser den Streifen finden sich noch, sowohl bei den positiven wie negativen Krystallen dreieckige oder trapezoidale Eindrücke (Fig. 8, Taf. I), die in der Richtung der Hexaëder- und der Oktaëderflächen schillern, und daher auch durch diese hervorgebracht werden; ihre Seiten gehen also auch den Kanten mit dem Hexaëder und Oktaëder parallel, und die Eindrücke sind dieselben bei den positiven wie bei den negativen Krystallen. Sie sind oft nur klein und von einander getrennt, wie bei den positiven Pyritoëdern von der Himmelfahrt bei Freiberg und bei den grofsen schönen Cubo-Oktaëdern von Traversella, an denen die Pyritoëderflächen nur untergeordnet erscheinen; in andern Fällen sind sie gröfser, wie bei den grofsen Krystallen von Elba, bei denen die Pyritoëderflächen vorherrschen, in deren Mitte sie

1) Fig. 9 stellt eine solche Pyritoëderfläche nur einhalbmal vergröfsert dar; die Hexaëder- und Diploëderflächen sind bei den Streifen als sehr schmal, nur als Linien gezeichnet.

dann so zusammengehäuft sind, dafs diese Stellen dadurch ganz drusig erscheinen. Sie kommen so bei den zart vertical gestreiften positiven Krystallen vor, wo die Eindrücke aufser den Oktaëderflächen noch durch die Diploëderflächen 123 gebildet werden, und die Krystalle sich dadurch schon als positive kenntlich machen; als auch bei den stark vertikal gestreiften negativen Krystallen, bei denen die Diploëderflächen fehlen.

Die schärferen Pentagondodekaëder, die gröfstentheils negativ sind, erscheinen selten recht glatt und glänzend, sie sind meistens horizontal gestreift, und dann auch ebenso das negative Pyritoëder, zu dem sie gewöhnlich untergeordnet hinzutreten.

Das Diploëder 123, das sich vorzugsweise bei den positiven, seltener bei den negativen Krystallen findet, ist positiv gewöhnlich stark glänzend und glatt oder nach den Combinationskanten mit dem Hexaëder in die Quere gestreift. Bei Krystallen von Elba ist es oft voller dreieckiger Eindrücke (Fig. 16), die durch die Flächen des Hexaëders hervorgebracht werden, wodurch es an Glanz verliert. Das negative Diploëder 123 ist matt und rauh, oder nach den Kanten mit dem Oktaëder in die Länge gestreift und etwas glänzend. Bei Krystallen von Elba, welche Combinationen des Pyritoëders und Oktaëders mit dem Diploëder sind, sieht man Quer- und Längsstreifung auf einer und derselben Diploëderfläche, oder eine nur stellenweise Längsstreifung auf der sonst glatten Fläche, was auch Strüver angiebt, und in seinen Fig. 182 und 156 abgebildet hat. Sehr wahrscheinlich rührt diese doppelte Streifung von einer Zwillingsverwachsung her, wie später angegeben wird.

Das Diploëder 124 kommt am häufigsten bei negativen Krystallen von Brosso vor, bei denen das Oktaëder herrscht und Diploëder und Hexaëder untergeordnet hinzutreten; es ist dann in der Regel glänzend, und erscheint auch so bei einem losen Krystalle von Rodna in Siebenbürgen, wo es vorherrscht und öfter durch die Flächen des Hexaëders unterbrochen wird. Dieselbe Combination kommt aber hier

auch bei positiven Krystallen dieses Fundorts vor; die Krystalle sitzen bei mehreren Stücken des mineralogischen Museums auf schön krystallisirter Blende; das Diploëder ist matt, und nur in der Richtung des Hexaëders glänzend, nach welchem es fein gestreift ist, Hexaëder und Pyrito ëder erscheinen stark glänzend. Indessen kommt das negative Diploëder 124 bei den Krystallen von Traversella auch matt und drusig vor, und erscheint hier mit den ebenfalls matten, rauhen Flächen des negativen Diploëders 123. Bei den negativen Krystallen von Kongsberg, bei denen das Diploëder 124 untergeordnet mit dem Leucitoëder bei herrschendem Pyritoëder vorkommt, enthält das Diploëder dreieckige Eindrücke, die durch die Flächen des Hexaëders hervorgebracht werden.

Das Diploëder 1 6 10, welches ich nur bei negativen Krystallen beobachtet habe, erscheint, wo es auch vorkommt, stets sehr glatt und glänzend, so dafs es sich zu den schärfsten Messungen eignet.

Zwillingskrystalle.

Regelmäfsige Verwachsungen zweier Krystalle zu Zwillingskrystallen kommen bei dem Eisenkies sehr häufig vor und viel häufiger, als man bis jetzt angenommen hat, da man einen grofsen Theil derselben bisher ganz verkannt und nur die deutlichen, mit durcheinander gewachsenen Individuen für solche genommen hat. Die Zwillingskrystalle, welche beim Eisenkiese vorkommen, sind aber zweierlei Art; die beiden Krystalle, die untereinander regelmäfsig verwachsen vorkommen, sind entweder thermo-elektrisch einerlei Art oder sie sind verschieden. Beide zerfallen wieder in zwei Abtheilungen: bei den ersten sind die verwachsenen Krystalle entweder beide positiv oder beide negativ, und der eine erscheint gegen den anderen um eine der drei rechtwinkligen Axen um 90° gedreht; bei den letzteren, bei denen der eine Krystall positiv, der andere negativ ist, stehen beide gegeneinander in Zwillingsstellung oder sie haben ihre parallele Stellung behalten.

1. Zwillingskrystalle, bei welchen beide Individuen thermo-elektrisch einerlei Art sind.

Diefs sind die bekannten zuerst von Weifs [1]) beschriebenen Zwillingskrystalle des Eisenkies. Wenn man einen solchen Zwillingskrystall parallel einer Hexaëderfläche mit einem scharfen Meifsel spaltet, so kann man auf der Bruchfläche von einer Gränze zwischen den beiden Individuen in der Regel nichts sehen. Läfst man die Bruchfläche poliren, so zeigen die beiden Individuen öfter wohl etwas Verschiedenheit im Glanze, so dafs man die Gränzen schon erkennen kann; ganz vortrefflich sieht man sie aber, wenn man die Bruchfläche ätzt; es entstehen nun die oben S. 7 beschriebenen Eindrücke parallel den Pyritoëderflächen, die in jedem Individuum verschieden liegen. Die Bruchfläche jedes Individuums glänzt nun in der Richtung ihrer Pyritoëderflächen, während die andere ganz matt ist, die nun ihrerseits glänzt, während die erste matt erscheint, wenn man die geätzte Fläche um die Zwillingsaxe um 90° dreht. Die Gränzen zwischen beiden Individuen gehen unregelmäfsig, nie genau durch die Diagonalen der Hexaëderfläche, sind aber sonst ganz geradlinicht.

a) *Positive Zwillingskrystalle* der Art wurden von vier Fundorten untersucht: von Elba, vom Dörrel bei Pr. Oldendorf in Hanover, von Leiwa in Columbien und einem anderen Vorkommen von Elba.

Die Krystalle von Elba sind von 3 bis 4 Linien Gröfse und auf einer derben Eisenkiesmasse aufgewachsen. Sie sind sämmtlich vorherrschend Pyritoëder, die Grundkanten nur schwach abgestumpft durch die Hexaëderflächen; die Krystalle sind durcheinander gewachsen, die Hexaëderflächen der beiden Krystalle kreuzen sich also rechtwinklig und fallen in eine Ebene. Die Flächen der Pyritoëder sind horizontal gestreift.

Bei dem Eisenkies vom Dörrel sind bei einer Stufe des mineralogischen Museums die Krystalle nur ein wenig klei-

1) Der Gesellsch. naturforschender Freunde zu Berlin. Magazin Bd. III, S. 24. 1818.

ner und auf schön krystallisirtem Eisenspath aufgewachsen[1]); sie sind eine Combination des Pyritoëders mit dem schärferen Pentagondodekaëder ($a : \frac{8}{4}a : a$), zu welcher noch die Flächen des Hexaëders und Oktaëders untergeordnet hinzutreten. Die Flächen des schärferen Pentagondodekaëders sind glatt, die des Pyritoëders schwach horizontal gestreift, alle Flächen sehr glänzend.

Von den Krystalle von Leiwa besitzt das mineralogische Museum drei; sie sind reine Pyritoëder, etwas gröfser als die vorigen von etwa 6 bis 8 Linien im Durchmesseer, horizontal gestreift und auf der Oberfläche im Eisenoxydhydrat umgeändert. Bei einem derselben hatte ich zwei sich rechtwinklich schneidende Hexaëderflächen anschleifen lassen; man sah dabei, dafs er einen Kern hatte, der mit einer Schale späteren Absatzes gleichmäfsig bedeckt war, so aber, dafs man die Gränze zwischen Schale und Kern auf den Schliffflächen deutlich erkennen konnte, Schale und Kern zeigten sich beide positiv.

Die zweite Varietät der Zwillingskrystalle von Elba sind Combinationen des Diploëders 123 mit dem Pyritoëder, Hexaëder und Oktaëder, wie sie Fig. 36 in Strüver's Abhandlung darstellt. Die Hexaëder- und Pyritoëderflächen sind parallel ihren Combinationskanten zart gestreift, die Oktaëderflächen glatt, alle Flächen stark glänzend. Die Diploëderflächen sind voller kleiner Eindrücke, wie sie S. 22 beschrieben, oft aber gestreift und zuweilen fast gefurcht, in der Richtung der Combinationskanten mit den Pyritoëder- und Octaëderflächen. Die Streifung nach den Oktaëderflächen wechselt mit der parallel den Pyritoëderflächen ab, und der zwischen den Oktaëder und Pyritoëderflächen liegende Theil der Diploëderfläche ist parallel den Combinationskanten mit dem Hexaëder gestreift, und enthält auch die oben beschriebenen dreieckigen Eindrücke, die sich auch zum Theil auf den Oktaëderflächen finden; eine merk-

1) Das mineralog. Museum verdankt diese Stufe Hrn. Dr. Lasard, der auch das Vorkommen beschrieben hat (Zeitschrift d. d. geol. Ges. von 1867 Bd. 19 S. 16).

würdige Beschaffenheit, die vielleicht durch abwechselnde positive und negative Lagen zu erklären ist. Die Mineraliensammlung der Bonner Universität besitzt einen über zollgrofsen prachtvollen Zwilling, bei dem die beiden Krystalle vollständig und sehr symmetrisch durcheinander gewachsen sind; er wurde mir durch freundliche Vermittelung des Prof. vom Rath zur Untersuchung geschickt; das Berl. mineral. Mus. besitzt mehrere kleinere Krystalle der Art, die aber einfach sind, und nur einen bei dem zwei Individuen durcheinander gewachsen sind, doch nicht so vollkommen und regelmäfsig als bei dem Bonner Krystall. Die Krystalle sind auf dünn tafelförmigen, mit den Rändern aufsitzenden Eisenglanz aufgewachsen, deren Eindrücke die losen Krystalle des Eisenkieses enthalten. Kleine tafelartige Krystalle von Eisenglanz finden sich auch in dem Eisenkiese eingeschlossen.

b) Zwillingskrystalle, bei denen die beiden Individuen negativ sind. Von diesen sind Eisenkieskrystalle von vier Fundorten untersucht: von Elba, Vlotho bei Pr. Minden, Pfitsch in Tyrol und Eisenerz in Steiermark.

Von Elba ein über 2 Zoll grofser Zwilling, hauptsächlich aus einem Pyritoëder bestehend, aus dem das andere Individuum in einzelnen Theilen herausragt; nur sehr untergeordnet treten Hexaëder, Oktaëder und Leucitoëder hinzu. Die Flächen des Pyritoëders sind sehr stark und geradlinicht parallel den Kanten mit dem Leucitoëder, die Flächen des Oktaëders auch parallel den Kanten mit dem Leucitoëder, nur schwächer gestreift. Beide Streifungen rühren von dem Leucitoëder her (Fig. 15 Taf. I).

Die Krystalle von Vlotho kommen in grofser Menge in Keupermergel eingeschlossen vor; sie sind nur einige Linien grofs, gröfstentheils einfache Pyritoëder und zu Zwillingen oft, aber sehr regelmäfsig durcheinandergewachsen. Sie sind so wie man sie in den Sammlungen sieht, gewöhnlich mehr oder weniger vollständig in Göthit umgeändert; zuweilen nur auf der äufsersten Oberfläche: solche sind zur Untersuchung genommen, nachdem sie zuvor durch heifse Chlor-

wasserstoffsäure von ihrer bedeckenden braunen Haut befreit waren.

Die Krystalle von Eisenerz in Steiermark in dem Berliner Museum sind kleiner als die von Vlotho, ganz frisch. Sie sind lose, vielleicht sind sie aber früher in Eisenspath eingewachsen gewesen, denn sie zeigen aufser dem Pyritoëder noch die Flächen eines schärferen Pentagondodekaëders 340, was bei Eisenkieskrystallen, die in Eisenspath vorkommen, öfter der Fall ist, z. B. in Lobenstein. Die Flächen sind nicht besonders glänzend, aber nicht gestreift.

Von Pfitsch besitzt das Berliner Museum nur einen vier Linien grofsen Krystall, zwei durcheinander gewachsene Pyritoëder. Die Flächen sind etwas uneben, doch deutlich vertikal gestreift; aufser den Flächen des Pyritoëders kommen noch untergeordnet die des Oktaëders vor, von denen hier besonders an einer Ecke zwei den verschiedenen Individuen angehörige Flächen sehr schön sternförmig durcheinander gewachsen sind.

2. Zwillingskrystalle, bei welchen das eine Individuum positiv, das andere negativ ist.

a) Beide Individuen in Zwillingsstellung. Es sind diefs die Zwillingskrystalle, die erst durch die Untersuchung ihres thermo-elektrischen Verhaltens erkannt worden sind. Die Flächen des einen Krystalls kommen hierbei vollständig in die Lage des anderen, und der Zwilling erscheint hier wie ein einfacher Krystall, wenn man nicht auf die Beschaffenheit der Flächen achtet. Die Krystalle des Zwillings sind aneinander gewachsen oder durcheinander gewachsen; gewöhnlich ganz unregelmäfsig und Theile des einen durch den anderen oft vollständig getrennt. Die Flächen des Zwillings erscheinen dann, wenn die Flächen des positiven und negativen Krystalls in ihrer Beschffenheit sehr verschieden sind, wie gefleckt. Man findet diese Art der Zwillinge sehr ausgezeichnet bei den Italiänischen Eisenkiesen von Traversella, Brosso und Elba [1]).

1) Leider bin ich bei den Italiänischen Eisenkiesen des Berl. min. Mu-

Von Brosso wurden 8 Krystalle untersucht, die vorherrschend Combinationen des Hexaëders und Oktaëders sind, und an denen untergeordnet die Flächen des Pyritoëders und des Diploëders 123 erscheinen. Die gleichnamigen Flächen sind sehr unregelmäfsig ausgedehnt, und Pyritoëder und Diploëder treten auch ganz unregelmäfsig hinzu [1]). Die Krystalle sind von dem Ansehen wie die, welche Strüver in den Fig. 166, 167 und 169 darstellt. Die Flächen des Hexaëders gehören gröfstentheils dem negativen Krystalle an, sie sind glatt und glänzend oder haben die oben S. 17 angegebene schwache Streifung nach den Seiten eines langgezogenen Sechsecks wie die positiven Krystalle. Stellenweise sind sie aber öfter stark gestreift, die Streifen ganz unregelmäfsig begränzt, und diese so stark gestreiften Stellen gehören dem positiven Krystalle an. Die Oktaëderflächen gehören theils dem negativen, theils dem positiven Krystalle an. Die negativen Flächen sind in der Regel ganz glatt, die positiven aber gestreift nach den Flächen des positiven Diploëders 123, und aufserdem mit den kleinen oben S. 19 beschriebenen dreieckigen Eindrükken versehen, die durch die Flächen des Hexaëders hervorgebracht werden. Die Pyritoëderflächen sind matt und mit den oben S. 21 beschriebenen kleinen dreieckigen oder trapezoidalen Eindrücken versehen, die durch die Oktaëder-

seums oft ganz unsicher über die Fundorte, da die Zettel fehlen oder nicht genau genug sind. Die von Strüver angegebenen Kennzeichen für die Fundorte aus den begleitenden Mineralien, Magneteisenerz und Dolomit für Traversella, Schwerspath für Brosso, Eisenglanz für Elba, verlassen einen, wenn man es mit losen Krystallen zu thun hat. Es wäre vielleicht gut gewesen, wenn Strüver bei der Erklärung der schönen Figuren der Kupfertafeln wie die jedesmaligen Combinationen so auch die Fundorte angegeben hätte; man hätte dadurch für die Bestimmung derselben noch ein weiteres Anhalten. Bei vielen stehen zwar die Fundorte in der Beschreibung der einfachen Formen, aber doch bei weiten nicht bei allen.

1) Diese Unregelmäfsigkeiten in der Gröfse und in dem Auftreten der gleichnamigen Flächen charakterisiren diese Art der Zwillingskrystalle, daher wohl zu vermuthen ist, dafs der gröfste Theil der von Strüver Taf. XII gezeichneten Krystalle solche Zwillingskrystalle sind.

und Hexaëderflächen hervorgebracht werden; die Diploëder sind glatt und stets positiv. Fig. 10 stellt die horizontale Projection eines solchen Zwillings dar, bei dem die vordern Oktaëderflächen 0 positiv und voller kleiner Eindrücke sind, die in der Richtung der Hexaëderflächen prächtig schillern, die hinteren Oktaëderflächen 0' dagegen meistens negativ sind; die der unteren Seite sind sämmtlich positiv. Die Hexaëderflächen sind bis auf die zur Seite rechts liegende Fläche sämmtlich negativ, und alle glatt und glänzend. An der hinteren Seite erscheint noch eine kleine negative Pyritoëderfläche $\frac{1}{2}d'$, an derselben Stelle wo zwei positive Diploëderflächen liegen müfsten. Fig. 11 ist ein gröfstentheils negativer Krystall, an dem nur die kleine stark gestreifte Stelle der oberen Hexaëderfläche a', sowie einige mehr oder weniger stark hervorspringende Diploëderecken von 123 auf den vorderen Oktaëderflächen 0' positiv sind. Bei einem anderen Krystalle sind fünf Hexaëderflächen positiv und nur eine negativ, und diese an allen vier Ecken von den positiven glänzenden Flächen des Diploëders 123 umgeben. Eine parallel einer Hexaëderfläche gelegte Bruchfläche zeigt trotz des starken Glanzes auch ohne Aetzung die Gränze beider Individuen ziemlich deutlich; sie verläuft hier auf der Bruchfläche ganz unregelmäfsig und krummlinicht; geätzt sieht man sie noch besser, trotzdem dafs nun in beiden Individuen die pyritoëdrischen Eindrücke eine gleiche Lage haben. Die des negativen Krystalls sind mehr in der Richtung der Grundkante verlängert, sind meistentheils feiner und liegen dichter nebeneinander, daher die geätzte Bruchfläche des negativen Krystalls weniger glänzt als die des positiven [1]).

Von Transversella wurden vier über zollgrofse Zwillingskrystalle untersucht. Sie sind Combinationen eines Pyritoëders, welches vorherrscht mit dem Hexaëder und den Diploëdern 123 und 124, die untergeordnet hinzutreten.

1) Bei weiterem Studium wird es desshalb gewifs noch möglich seyn, zwischen den Aetzeindrücken der positiven und negativen Flächen beim Eisenkies einen Unterschied zu finden.

Pyritoëder und Hexaëder sind sehr glänzend und schwach gestreift parallel den stumpferen Combinationskanten, die sie bilden; die Diploëder sind ganz matt und drusig von lauter kleinen hervorragenden Hexaëderecken, die öfter abgestumpft sind. Sie schillern daher sämmtlich in der Richtung der Hexaëderflächen des Krystalls, zum Theil auch einer Oktaëderfläche. Die Flächen des Diploëders 123 werden aber stellenweise durch ganz glänzende Streifen, die den Combinationskanten des Diploëders mit dem Hexaëder oder dem Diploëder 124 parallel gehen, oder ganz unregelmäfsig begränzt sind, unterbrochen. Pyritoëder und Hexaëderflächen sind positiv, die matten Diploëderflächen 123 und 124 sind negativ, die glänzenden Stellen auf ihnen dagegen wieder positiv. Einer dieser Krystalle wurde zerschlagen; es zeigte sich nun, dafs er einen grofsen runden glänzenden, deutlich abgesonderten Kern enthielt, der nur mit einer dünnen äufserlich krystallisirten Schale umgeben war; wie ein solcher runder Kern sich öfter bei Turmalinkrystallen findet [1]). Ein ähnlicher runder Kern war auch auf der Bruchfläche eines anderen dieser Krystalle zu sehen. Der Kern des zerschlagenen Krystalls war, wie das äufsere Pyritoëder, positiv.

In Brosso kommt die nämliche Combination mit vorherrschenden Oktaëderflächen vor (vergl. Strüver Fig. 168), aber hier sind diese negativ, Pyritoëder und Diploëder 123 positiv; auch sind hier sämmtliche Flächen glänzend; die des Oktaëders gestreift parallel den Kanten mit dem Pyritoëder, die des Diploëders 123 parallel den Kanten mit

1) Breithaupt, der auf diese Kerne bei dem Turmalin aufmerksam gemacht hat (Handbuch der Mineralogie, Bd. 2, S. 697), war der Meinung, dafs sie aus amorphem Turmalin beständen. Ich hatte deshalb schon früher einen solchen Turmalin Prof. Riefs mitgetheilt, mit der Bitte zu untersuchen, ob er pyro-elektrisch wäre, wie der Turmalinkrystall, worin er liegt. Prof. Riefs fand diefs vollkommen bestätigt, was also wohl die Meinung von Breithaupt widerlegt. Diefs Verhalten wird nun auch durch die Eisenkieskrystalle von Traversella bestätigt, indem auch hier der Kern ebenso thermo-elektrisch ist wie die umgebende Hülle.

dem Hexaëder und dem Diploëder 124; die Krystallflächen sind auch sehr unregelmäfsig ausgedehnt. Der negative Krystall ist hier oft sehr vorherrschend; das Diploëder 123 bildet bei einem Krystall des Berl. mineralog. Museums nur an den Ecken eine positive Schale, die nicht sehr dick ist, und im Bruch sehr scharf an dem übrigen negativen Theil abschneidet.

Hierher gehört auch der merkwürdige Krystall von Brosso, den Strüver S. 21 seiner Abhandlung beschrieben und Fig. 144 vortrefflich abgebildet hat, und den er die Güte hatte, mir zur Ansicht zu schicken. Er besteht aus einer Gruppe von zwei Krystallen mit ganz verschiedenen Combinationen von Flächen, die in scheinbar paralleler Stellung mit ganz unregelmäfsig laufenden und deutlich sichtbaren Gränzen miteinander verwachsen sind. Beide enthalten das Pyritoëder vorherrschend, der eine aufserdem etwas mehr untergeordnet die Flächen des Leucitoëders, und noch mehr die Flächen des Hexaëders und des schärferen Pentagondodekaëders 405; der andere die Flächen des Oktaëders in ungefähr gleicher Gröfse mit dem Pyritoëder und klein die Flächen des Diploëders 124. Der erste Krystall ist positiv, der andere negativ. Strüver sagt: der Krystall kann nicht für einen Zwilling gehalten werden, da die Flächen des Pyritoëders des einen Individuums parallel den Flächen des andern sind; das elektrische Verhalten klärt die Erscheinung auf, auch sind die Combinationen die gewöhnlichen, die bei positiven und negativen Krystallen vorkommen.

In Traversella kommen noch andere mehrere Zoll grofse Krystalle vor, die oft nur reine Pyritoëder und horizontal gestreift sind; die Streifung ist häufig sehr grob und unterbrochen, und der Krystall erscheint dann oft aus mehreren Individuen zu bestehen, deren Grundkanten nicht genau untereinander parallel sind. Ein Krystall aus der Sammlung des Dr. Tamnau, an welchem die Streifung feiner ist, erschien vollkommen positiv, die mit grober Streifung zeigten sich gröfstentheils als Zwillingskrystalle, positiv und

negativ, und die Gränze zwischen beiden ist oft deutlich zu verfolgen. Manche enthalten an den einzelnen gleichkantigen Ecken des Pyritoëders noch untergeordnet die glänzenden Flächen des Oktaëders und des Diploëders 123, und diese Stellen zeigten sich stets positiv.

Bei einer grofsen Druse des Berl. min. Museums von Traversella, an welcher die Eisenkieskrystalle, gröfstentheils reine Pyritoëder von verchiedener Gröfse, mit gröfseren und kleineren Krystallen von Dolomit aufgewachsen sind, erscheinen die Eisenkieskrystalle matt, aber da, wo der bedeckende Dolomit mit dem Messer oder mit Chlorwasserstoffsäure weggenommen war, stark glänzend. Die glänzenden Stellen liegen stets tiefer als die matten, und sind scharf begränzt. Offenbar hatte hier die Eisenkiesbildung nach dem Dolomitabsatze noch einmal begonnen und eine schwache Lage auf dem von Dolomit nicht bedeckten Theil gebildet. Die entblöfsten glänzenden Stellen zeigten sich bei einem kleinen Krystalle negativ, die matten schwach positiv. Bei einem gröfseren Krystalle war die Bruchfläche mit welcher derselbe aufgesessen hatte positiv, eine matte Stelle auf einer Pyritoëderfläche auch positiv; eine sehr glänzende Stelle auf einer anderen Pyritoëderfläche negativ, auf einer dritten Fläche ebenfalls negativ, eine Ecke, an welcher eine Oktaëderfläche und kleine Flächen des Diploëders 123 erschienen, auch positiv. Wegen des positiven Bruches im Innern scheint hier also eine mehrfach sich wiederholende Bildung von positiven und negativen Eisenkies stattgefunden zu haben.

Etwas Räthselhaftes bieten gewisse grofse schön ausgebildete und glänzende Krystalle von Elba dar, die Combinationen des Pyritoëders mit Hexaëder, Oktaëder und Diploëder 123 sind, deren Pyritoëderflächen schwach vertical gestreift sind mit drusigen Eindrücken in der Mitte und deren Diploëder die doppelte Streifung haben. Hier sind die Pyritoëderflächen auf einer Fläche zuweilen positiv, auf einer anderen negativ, und die vom Diploëder umgebenen Oktaëderflächen positiv oder negativ. Da man nie weifs,

wie im Innern die Gränze des positiven und negativen Krystalles laufen, so ist es sehr möglich, das ein Theil des negativen Krystalles sich nahe unter der Oberfläche des positiven hinzieht; ist nun die Erwärmung vom Kupferdraht aus erst bis zur Berührungsstelle desselben mit dem Krystall gelangt, so wird ein Strom erregt, dessen Richtung den Krystall als positiv charakterisirt, aber bald, wenn die Temperaturerhöhung bis zur Gränze zwischen dem positiven und negativen Krystall eingedrungen ist, tritt dann ein stärkerer entgegengesetzter Strom auf.

Sehr merkwürdig sind einige lose Krystalle in der Sammlung der Bergakademie, die angeblich aus Cornwall stammen; die Krystalle sind 3 bis 4 Linien grofs und vorherrschend Dodekaëder, an deren vierflächigen Ecken untergeordnet die Flächen des Diploëders 1 6 10, die Pyritoëder- und Hexaëderflächen erscheinen, und deren Kanten durch die Leucitoëderflächen schwach abgestumpft sind. Die Dodekaëderflächen sind zur Hälfte nach dem der Pyritoëderfläche anliegenden Theile stark glänzend und glatt, und zur anderen Hälfte ganz matt. Hexaëder, Pyritoëder und Diploëder glänzend, das Leucitoëder matt. Das Matte der Leucitoëder- und der Hälften der Dodekaëderflächen rührt von einer zarten Streifung parallel den Kanten mit dem Oktaëder her, dessen Flächen selbst nicht da sind; alle um eine dreiflächige Ecke des Dodekaëders gelegenen Dodekaëder und Leucitoëderflächen schillern daher silberweifs glänzend, in der Richtung der Oktaëderflächen, was diesen Krystallen ein sehr eigenthümliches Ansehen giebt [1]). Hexaëder, Pyritoëder und Diploëderflächen sowie die matten Theile der Dodekaëderflächen sind positiv, die glänzenden Theile derselben negativ. Die Krystalle sind also sehr regelmäfsige Zwillingskrystalle mit durcheinander gewachsenen Individuen.

1) Die Krystalle haben im Ansehen die gröfste Aehnlichkeit mit der von Strüver Fig. 128 abgebildeten und von ihm S. 26 beschriebenen Combination wahrscheinlich von Brosso, nur findet sich hier statt des glänzenden Theiles der Dodekaëderflächen das Pentagondodekaëder 405.

Diesen in mancher Rücksicht ähnlich sind kleine Krystalle des mineralog. Museums von Immenkippel bei Bensdorf. Dieselben sind Combinationen des Oktaëders mit den untergeordnet hinzutretenden Flächen des Dodekaëders, Pyritoëders und Hexaëders. Letztere Flächen sind glatt, die Dodekaëderflächen haben eine Streifung nach der kurzen Diagonale, die sich auf den Pyritoëderflächen fortsetzt. Die Oktaëderflächen sind matt und mit kleinen mikroskopischen dreieckigen Eindrücken versehen, deren Seiten den Kanten des Oktaëders parallel sind und von dem Hexaëder herrühren. Hexaëder, Pyritoëder und Dodekaëder sind negativ, die Oktaëderflächen positiv, was auch schon die dreieckigen Eindrücke beweisen [1]).

a) Zwillingskrystalle, beide Krystalle in paralleler Stellung.

Hierher gehören alle die seltenen Fälle von Krystallen, bei denen man hemiëdrische Formen in beiden Stellungen beobachtet hat, denn hier ist stets anzunehmen, dafs die Formen der einen Stellung positiv, der anderen negativ sind. Wir haben allerdings nur einige solcher Krystalle untersucht, die sich auf einer kleinen Stufe befinden, die mir Hr. Strüver gütigst gesandt, doch waren diese Krystalle entscheidend, da bei ihnen das Verhältnifs so gefunden wurde, wie angegeben. Die oben S. 2 erwähnten Krystalle, die Hr. Weisbach die Güte hatte, mir aus der Freiberger Sammlung zu schicken, waren zu klein und miteinander verwachsen, um ein entscheidendes Resultat geben zu können, doch finden sich auch hier einzelne Flächen und Bruchstellen positiv, andere negativ, so dafs sich wenigstens die Anwesenheit von positiven und negativen Theilen ergab.

1) Hierher gehören weiter auch wohl die Krystalle, die Strüver S. 38 seiner Abhandlung beschrieben und Fig. 181 abgebildet hat. Es sind Pyritoëder von Traversella, die an den Grundkanten schwach abgesumpft sind; auf den Pyritoëderflächen finden sich kleine hervorragende Ecken von einem Diploëder, vielleicht 851, wie Strüver vermuthet, an welche noch die Flächen des Hexaëders und des Pyritoëders hinzugetreten sind, welche den gleichnamigen Flächen des Krystalls, worauf sie aufgewachsen, parallel sind.

Ebenso gab auch der von Hr. Hessenberg oben S. 4 erwähnte Krystall, der mir freundlichst zur Ansicht geschickt wurde, kein Resultat, da die Fläche des Pentagondodekaëders zweiter Stellung für die Untersuchung zu klein war; sie ist in der That noch kleiner als sie in der Figur dargestellt ist. Der ganze Krystall wurde nur negativ gefunden.

Die von Hrn. Strüver gesandte Stufe enthielt drei Krystalle von der in Fig. 111, seiner Abhandlung abgebildeten Combination. Sie besteht aus dem Hexaëder, dem Dodekaëder, den beiden Pyritoëdern, einem flacheren Pentagondodekaëder 103, dem Oktaëder und Leucitoëder. Das Hexaëder herrscht vor, alle übrigen Flächen sind untergeordnet und so, wie in der Figur dargestellt ist. Das Pentagondodekaëder 103 erscheint nur bei dem einen Pyritoëder, das sich aber im Ansehen nicht wesentlich von dem anderen unterscheidet, alle Flächen sind glänzend. Die Krystalle sind aufgewachsen, doch ist bei allen eine Hexaëderecke mit den umgebenden Flächen frei. Das Pyritoëder, bei welchem sich das Pentagondodekaëder 103 befand, zeigte sich negativ, das wobei dieses fehlte, positiv; bei einigen Flächen waren die Resultate ganz entscheidend, in anderen Fällen wurde auch bei dem Pyritoëder ohne das Pentagondodekaëder 103 der umgekehrte Strom erhalten; offenbar war in dem Zwillinge die negative Masse vorherrschend, und zog sich in dem letzten Falle wohl unter der positiven weg, so dafs dann die negative auch hier den Ausschlag gab. Die Gränzen zwischen den positiven und negativen Individuen sind bei allen drei Krystallen nicht sichtbar [1]).

1) Bei einer anderen Stufe mit Krystallen, die mir auch Hr. Strüver schickte und auf welcher die Krystalle die in Fig. 110 abgebildete Form hatten, waren die Krystalle auf der Oberfläche in Eisenoxydhydrat umgeändert und dadurch nicht leitend geworden, obgleich die entstandene Haut nur sehr dünn war. Da ich nicht das Recht hatte mit Chlorwasserstoffsäure die nicht leitende Hülle zu entfernen, so konnten die Krystalle für meine Zwecke nicht benutzt werden.



Wahrscheinlich gehören hierher noch zwei Krystalle des Berl. mineralog. Museums, vermuthlich von Brosso. Es sind 5 bis 6 Linien grofse Oktaëder, an den Ecken mit den Flächen des Hexaëders, Pyritoëders und Diploëders 123 begränzt, die nur ganz untergeordnet hinzutreten. Diese letzteren Flächen sind glänzend, die Oktaëderflächen matt, aber ebenfalls silberweifs metallisch glänzend in der Richtung der Flächen eines Pyritoëders entgegengesetzter Stellung. Betrachtet man die Oktaëderflächen oder besser noch einen von ihnen gemachten Hausenblasenabdruck unter dem Mikroskop, so sieht man, dafs sie mit lauter kleinen dreiseitigen Pyramiden bedeckt sind, deren Flächen dem Pyritoëder der entgegengesetzten Stellung angehören. Untersucht man das thermo-elektrische Verhalten der Flächen, so findet man die des Hexaëders stark positiv, die Flächen des Oktaëders auch, aber einen merklich schwächeren Strom liefernd; es ist daher wahrscheinlich die ganze Erscheinung so zu deuten, dafs die Krystalle positiv, aber auf der Oberfläche mit negativen Krystallen bedeckt sind, die aber so klein sind und nur eine so dünne Decke auf der Oberfläche bilden, dafs bei der Erwärmung die drunter liegende positive Masse in Bezug auf die Stromesrichtung bald die Oberhand gewinnt. Diese kleinen Krystalle würden dann aber nicht in Zwillingsstellung stehen, sondern in paralleler Stellung, so dafs die Krystalle Zwillingskrystalle der vierten Art sind [1]).

Man könnte auch annehmen, dafs die Krystalle Zwillingskrystalle erster Art wären und die geringe Leitung auf der Oktaëderfläche nur daher käme, weil die Flächen rauh wären, indessen sind in diesem Falle die in Zwillingsstellung stehenden Krystalle stets gleich ausgebildet, und es ist noch nicht der Fall vorgekommen, dafs der eine Kry-

1) Aehnliche Betrachtungen könnte man freilich auch bei den S. 20 beschriebenen und Fig. 9 Taf. I abgebildeten Krystallen anstellen; auch hier könnten die aufliegenden dünnen Streifen negativen Krystallen angehören, die aber auch hier ganz dünn seyn müfsten, denn die Untersuchung hat hier überall nur positive Elektricität gegeben.

stall ungleich gegen den anderen ist, und der eine wie hier ein Oktaëder, der andere, oder wie hier die anderen, Pyritoëder sind, daher die erstere Meinung wohl die wahrscheinlichere ist.

Positive und negative Krystalle in unregelmäſsiger Ordnung nebeneinander.

Positive und negative Krystalle von Eisenkies finden sich öfter auf einer und derselben Stufe oder einer und derselben Gruppe in unregelmäſsiger Verbindung nebeneinander. So enthält das mineralogische Museum einen zollgroſsen Krystall von Traversella, eine Combination des Hexaëders, Oktaëders und Pyritoëders mit etwas unregelmäſsiger Ausdehnung der Flächen, doch ungefährem Gleichgewicht der Formen. Die Hexaëderflächen sind glatt, auſser einigen Unterbrechungen durch die Pyritoëderflächen, die Oktaëderflächen ebenfalls glatt, nur sind an einigen Stellen die Ecken des Diploëders 123 in paralleler Stellung hervorgebrochen, die Flächen des Pyritoëders sind senkrecht gestreift, wenn auch an einer groſsen Fläche nur stellenweise, und daneben glatt. Auf einer Hexaëderfläche ist ein kleinerer Krystall aufgewachsen, bei dem die Hexaëderflächen vorherrschen, die Pyritoëderflächen mehr untergeordenet vorkommen, und an dessen Ecken, von denen drei sichtbar sind, die Flächen des Diploëders 123 erscheinen; die Hexaëderflächen sind glatt, und wie bei dem groſsen Krystall nur stellenweise durch die Pyritoëderflächen unterbrochen, die Pyritoëder- und Diploëderflächen ebenfalls glatt. Der groſse Krystall ist bis auf die aus den Oktaëderflächen hervorragenden Diploëderecken negativ, selbst auf den ganz glatten Stellen der Pyritoëderflächen neben den gestreiften, die Diploëderecken sind aber positiv; der groſse Krystall ist also schon ein Zwillingskrystall. Der kleine Krystall ist positiv, die Combination auch vollkommen einer positiven gemäſs, aber die Verwachsung beider Krystalle ist ganz zufällig, ein bestimmtes Gesetz der Verwachsung scheint nicht stattzufinden.

In dem Museum befindet sich ferner eine Druse aus Cornwall ohne nähere Bestimmung, die auf der (unteren) Bruchfläche vorzugsweise aus Kupferkies besteht, in wechem Eisenkies und Quarz eingemengt ist; der erstere stets in regelmäfsig ausgebildeten Krystallen, die öfter zu Krystallgruppen vereinigt sind; sie sind Hexaëder, auf den Flächen stark gestreift und 3 bis 4 Linien grofs. Krystalle von derselben Form erscheinen auch auf der oberen freien Seite der Stufe in einzelnen Gruppen auf dem Kupferkies aufgewachsen und hier zusammen mit schneeweifsen Quarzkrystallen; aber diese in Hexaëdern krystallisirten Eisenkieskrystalle werden zum Theil von anderen Gruppen von Eisenkieskrystallen bedeckt, die eine andere Form haben und Combinationen des vorherrschenden Oktaëders mit dem Hexaëder sind. Sie sind kugelich zusammengehäuft, bunt angelaufen, dennoch glänzender als die Hexaëder, und da sie diese zum Theil bedecken, späterer Bildung als diese.

Die reinen Hexaëder sind auf manchen Flächen positiv, auf anderen negativ, also Zwillingskrystalle, ohne dafs man auf den Krystallflächen eine Gränze zwischen den positiven und negativen Krystallen sehen kann. Sie gleichen im Ansehen und in ihrem thermo-elektrischen Verhalten anderen Eisenkieskrystallen von Tavistock in Devonshire, die lose oder in losen Gruppen in dem mineralogischen Museum sich befinden, nur etwas gröfser sind [1]). Die angelaufenen Krystalle sind positiv, was bei den vorherrschenden Oktaëderflächen auffallen kann. Auch die Quarzkrystalle zeigen darin etwas Eigenthümliches, dafs sie nur auf einer äufseren Schicht schneeweifs und undurchsichtig, im Innern aber graulichweifs und durchsichtig sind.

Hierher sind endlich noch zwei Stufen von Chachiyuyo del oro bei Copiapo in Chile zu rechnen, die wie die vorigen ein Gemenge von Kupferkies mit Eisenkies und Quarz sind. Kupferkies ist vorherrschend, auf der einen (oberen)

1) Diese letzteren sind von Dr. Krantz erworben, und es wäre möglich, dafs auch die Stufe daher stammt und der auf dem Zettel angegebene Fundort ungenau ist.

Seite findet er sich allein mit Quarz in grofsen undeutlichen Krystallen, die an der Oberfläche angelaufen, blauschwarz und matt, im Bruch aber frisch und stark glänzend sind. Der Quarz ist in prismatischen Krystallen krystallisirt. Auf der Unterseite und im Innern ist der Kupferkies sehr drusig und mit vielem Eisenkies gemengt, der in den vielen Drusen deutlich auskrystallisirt und aufserordentlich glänzend ist. Die Krystalle sind von verschiedener, 1 bis 4 Linien Gröfse, sie sind aber zweierlei Art; in beiden ist das Hexaëder vorherrschend, und die Pyritoëderflächen erscheinen nur als Abstumpfung der Kanten, aber in dem einen Fall ist es senkrecht gestreift, und zeigt an den Ecken, wenn auch nur klein, doch sehr stark glänzend, die Flächen des Oktaëders, Leucitoëders und des Diploëders 124; in anderen Fällen ist es horizontal gestreift, und an den Hexaëderecken erscheinen ebenfalls klein und stark glänzend die Flächen des Diploëders 123 mit den Oktaëderflächen. Die letzteren Krystalle sind positiv, die ersteren negativ, was auch schon aus der Combination der Flächen hervorgeht. Die negativen Krystalle sind der Zahl nach vorherrschend; bei den kleineren Krystallen fehlen aber in der Regel die an den Hexaëderecken auftretenden Flächen und man sieht dann nur Combinationen des vorherrschenden Hexaëders und Pyritoëders. Bei dem starken Glanze des Eisenkieses und Kupferkieses, bei letzterem freilich nur im Bruch, und den ebenfalls glänzenden Quarzkrystallen haben die Drusen ein schönes Ansehen.

Kobaltglanz.

Die Krystalle des Kobaltglanzes sind viel weniger verbreitet, als die des Eisenkieses, und bestehen in den zwei Hauptfundorten, die man kennt, in Tunaberg in Schweden und Skutterud in Norwegen, nur aus wenigen einfachen Formen, die an beiden Orten dieselben sind, obgleich der Kobaltglanz in Tunaberg auf einem Kupferkieslager und die schönen Krystalle in Kupferkies, in Skutterd dagegen in Glimmerschiefer eingewachsen vorkommen. Die erste-



ren finden sich häufiger und kommen in gröfseren Krystallen vor als die letzteren, bei beiden sind aber nur Combinationen bekannt des Pyritoëders, Hexaëders, Oktaëders und eines stumpferen Pentagondodekaëders, dessen Flächen gewöhnlich nur untergeordnet als Abstumpfungen der Kanten des Pyritoëders und Hexaëders erscheinen, aber in allen Krystallen der Universitätssammlung zu stark gestreift sind, parallel den Kanten mit dem Hexaëder, um die Neigungen desselben bestimmen zu können. Es wurden von dem Kobaltglanz von Tunaberg 17, von Skutterud 2 Krystalle untersucht: von den ersteren wurden 8 positiv und 9 negativ; von den letzteren 1 positiv und 1 negativ gefunden. Bei den positiven Krystallen von Tunaberg herrschen die Hexaëderflächen vor, Pyritoëder und Oktaëder treten nur untergeordnet hinzu; bei den negativen die Oktaëderflächen, und bei diesen allein finden sich die Flächen des stumpferen Pentagondodekaëders, so dafs wir in diesem ein Mittel hatten, im Voraus das thermo-elektrische Verhalten der Krystalle zu bestimmen, was bei den untersuchten nie trügte. Bei den beiden Krystallen von Skutterud war diefs Verhalten ganz ebenso; bei dem negativen Krystalle herrschen die Oktaëderflächen vor, und es finden sich hier, wenn auch klein noch die Flächen des stumpferen Pentagondodekaëders. Nur bei einem Krystalle aus Tunaberg fanden sich diese Flächen vorherrschend, die Flächen des Oktaëders nur untergeordnet, so dafs der Krystall wie ein Hexaëder mit zugerundeten Flächen erscheint; seine Gröfse ist dabei nicht unbedeutend, indem er zwischen zwei parallelen Hexaëderflächen einen Durchmesser von einem Zoll hat. Zwillingskrystalle haben sich unter den Krystallen des Kobaltglanzes nicht gefunden.

Das Vorherrschen der Hexaëderform bei den positiven, das der Oktaëderform bei den negativen Krystallen hat der Kobaltglanz mit dem Eisenkies gemein. Stumpfere Pentagondodekaëder, die beim Kobaltglanz so entscheidend sind, kommen beim Eisenkies nur selten vor; Strüver giebt deren mehrere an, und unter den überschickten Krystallen

war der, bei dem sich ein solches befand, negativ, wie beim Kobaltglanz, so dafs, wenn man nach diesem einen Falle schliefsen könnte, auch bei dem Eisenkiese das Vorkommen der stumpferen Pentagondodekaëder entscheidend wäre. Streifungen der Flächen kommen beim Kobaltglanz, ausgenommen bei dem stumpferen Pentagondodekaëder, nicht vor; hierdurch ist also kein Anhaltspunkt für die Bestimmung des thermo-elektrischen Verhaltens gegeben, und man ist also bei dem Kobaltglanz für die Vorausbestimmung der negativen Krystalle nur auf das Vorkommen der stumpferen Pentagondodekaëder und das Vorherrschen der Oktaëderform angewiesen.

Vergleichung der Zwillingskrystalle des Eisenkieses mit denen anderer hemiëdrischer Krystalle.

Die vier angeführten Arten von Zwillingskrystallen kommen in ganz ähnlicher Weise wie beim Eisenkies auch bei anderen Substanzen von hemiëdrischer Krystallisation vor, wie namentlich beim Quarz. Regelmäfsige Verwachsungen von 2 rechten oder 2 linken Krystallen, d. h. von 2 Krystallen erster und zweiter Stellung, finden sich bei diesem besonders häufig. Sie sind am besten zu erkennen, wenn Haupt- und Gegenrhomboëder in ihrem Glanze recht verschieden, und die Flächen des ersteren glänzend, die anderen matt sind. Da die Flächen des Hauptrhomboëders hierbei in die Lage des Gegenrhomboëders kommen und die Gränze zwischen beiden Krystallen gewöhnlich unregelmäfsig über die Flächen hinläuft, so sind diese auf der einen Seite der Gränzlinie glänzend, auf der anderen matt. Diefs sind die Krystalle, die Haidinger zuerst als Zwillingskrystalle erkannt hat, und von denen ich gezeigt habe[1]), dafs es Zwillingskrystalle von 2 rechten oder 2 linken Individuen sind.

Regelmäfsige Verwachsungen von einem rechten und einem linken Individuum in Zwillingsstellung machen sich im Aeufseren seltener kenntlich; ich habe ihrer in meiner

1) Abhandlungen der k. Akademie d. Wiss. zu Berlin von 1844, S. 233.

Quarzabhandlung nicht erwähnt, aber seit der Zeit mehrere auch äufserlich deutlich erkennbare von Jerischau in Schlesien durch Hrn. Brücke erhalten, der sie in seiner ausgezeichneten Mineraliensammlung entdeckt hatte, einen anderen solchen Zwillingskrystall von Prieborn in Schlesien auch selbst in dem mineralogischen Museum beobachtet. Sie kommen indessen häufig bei Krystallen vor, die äufserlich wie einfache erscheinen, als blofse Combination des sechsseitigen Prismas mit den beiden Rhomboëdern, wie bei den Marmoroscher Quarzkrystallen, und können durch Aetzung der Flächen mit Flufssäure erkannt werden, wie diefs Leydolt gezeigt und in Taf. I Fig. 1 seiner Quarzabhandlung [1]) dargestellt hat. Die Individuen begränzen sich immer hierbei mit geraden Flächen im Gegensatz zu den vorigen, die sich stets mit krummen begränzen, worauf Leydolt aufmerksam gemacht hat.

Verwachsungen von rechten und linken Individuen in paralleler Stellung kommen mit aneinander gewachsenen Individuen bei den Schweizer Bergkrystallen, mit durcheinander gewachsenen Individuen bei Quarzkrystallen aus den Höhlungen der Mandelsteine vor. Die ersteren hatte schon Wackernagel krystallographisch bestimmt [2]) und Dove optisch untersucht [3]), und es wurde dadurch bewiesen, dafs die rechten und linken Trapezflächen dieser gleicher Art und die beiden Krystalle rechts- und linksdrehend wären. Die durcheinander gewachsenen Krystalle wurden von Haidinger bei Krystallen aus den Vendyahbergen in Ostindien beobachtet [4]) und von mir bei Krystallen aus Brasilien näher bestimmt [5]), und es wurde dadurch gezeigt, dafs die rechten und linken Trapezflächen gleich wären. Leydolt hatte dergleichen Zwillingskrystalle durch Aetzung der Flä-

1) Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe der kaiserl. Akad. der Wiss. in Wien von 1855 B. 15, S. 59.
2) Kastner's Archiv für die gesammte Naturlehre von 1825, Bd. 5 S. 75.
3) Pogg. Ann. 1837, Bd. 40 S. 607.
4) *Journ. of Sc.* 1824, *V.* 1, *p.* 322.
5) Abh. d. k. Akad. d. Wiss. von 1844, S. 256.

chen erkannt und dabei gezeigt, dafs sich auch hier die beiden Krystalle in geraden Flächen begränzen. Groth hat nun neuerdings auch die von mir gemessenen Krystalle, die so ganz das Ansehen von scalenoëdrischen Combinationen haben und daher auch für solche gehalten werden könnten, in optischer Hinsicht untersucht [1]), und indem er die verwachsenen Individuen rechts- und linksdrehend gefunden hat, jeden Zweifel an ihre Zwillingsnatur gehoben.

Bei dieser grofsen Uebereinstimmung der Zwillingskrystalle des Eisenkieses und Quarzes ist es auffallend, dafs in Rücksicht des Verlaufs der Gränzen zwischen den beiden Individuen in den Zwillingskrystallen die des Eisenkieses und des Quarzes sich gerade umgekehrt verhalten. Bei den Zwillingskrystallen von Individuen gleicher Stellung sind beim Eisenkies die Gränzlinien auf der Bruchfläche des Zwillings geradlinicht, beim Quarz krummlinicht, und bei den Zwillingskrystallen von Individuen ungleicher Stellung diese Gränzlinien beim Eisenkies krummlinicht und beim Quarz geradlinicht. Der Grund dieses Unterschiedes ist nicht einzusehen.

Wenn aber so das analoge Vorkommen des Quarzes zur Bestätigung der beobachteten Zwillingskrystalle des Eisenkieses dient, und es bei diesen durch die Untersuchung des optischen und thermo-elektrischen Verhaltens erwiesen ist, dafs wenn bei einem und demselben Krystalle sich hemiëdrische Formen beider Stellungen in ihren parallelen Stellungen finden, man es mit Zwillingskrystallen und mit regelmäfsigen Verwachsungen von Krystallen erster und zweiter Stellung zu thun hat, so scheint man genöthigt zu seyn, auch eine ähnliche Annahme bei den tetraëdrischen Krystallen zu machen, wo das Zusammen-Vorkommen von Formen erster und zweiter Stellung eine sehr gewöhnliche Erscheinung ist, wie beim Borazit, Fahlerz und der Zinkblende. Es fehlen uns nur hier die Mittel diefs auszumachen, und es mufs weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben, darüber zu entscheiden. Die Versuche, die wir übrigens beim

1) Pogg. Ann. von 1869, B. 137, S. 435.

Kupferkies anstellten, bestätigten diese Ansicht nicht, denn wir fanden bei ihm die beiden Tetraëder erster und zweiter Stellung gleich und zwar negativ thermo-elektrisch.

Theorie der hemiëdrischen Formen überhaupt.

In seinen krystallographischen Werken [1]) stellt Naumann die Ansicht auf, dafs die holoëdrischen Formen, die mit hemiëdrischen vorkommen, nur scheinbar holoëdrische, in der That aber hemiëdrische Formen sind. Indem er die sämmtlichen Formen des regulären Systems aus den Hexakisoktaëdern als ihren eigentlichen Repräsentanten ableitet, zeigt er, dafs nur zwei Arten von hemiëdrischen Formen vorkommen, die tetraëdrischen oder geneigtflächigen und die dodekaëdrischen oder parallelflächigen, von denen die ersteren durch Wegfallen der einen oder der anderen an den abwechselnden Hexaëderecken liegenden sechsflächigen oder dreiflächigen Flächengruppen oder blofsen Flächen entstehen, wie die Hexakistetraëder, Deltoëder (Deltoïddodekaëder), Triakistetraëder und das Tetraëder, die anderen durch Wegfallen der einen oder der anderen an den abwechselnden mittleren Kanten gelegenen Flächenpaare oder Flächen, wie die Diploëder und Pentagondodekaëder. Aber auch die Tetrakishexaëder und das Dodekaëder und Hexaëder, die mit den ersteren hemiëdrischen Körpern vorkommen, sowie die Ikositetraëder, Triakisoktaëder und das Dodekaëder, Hexaëder und Oktaëder, die mit den letzteren vorkommen, hat man als hemiëdrische Körper zu betrachten, da man sich die ersteren nur als Gränzformen der Hexakistetraëder, die letzteren als Gränzformen der Diploëder oder Pentagondodekaëder vorzustellen hat. Theilt man die Flächen der Tetrakishexaëder und des Dodekaëders und Hexaëders durch Linien, die den mittleren Kanten (den gebrochenen Oktaëderkanten) der Hexakisoktaëder parallel gehen oder ihnen entsprechen, und die Flächen der Ikositetraëder, Triakisoktaëder und des Dodekaëders, Hexaëders und Oktaëders durch Linien, die den längsten Kanten der Hexakisoktaëder

1) z. B. Elemente der theoretischen Krystallographie S. 92 etc.

parallel gehen oder ihnen entsprechen in zwei congruente Hälften, und denkt man sich, dafs die einen Hälften nach den beiden angegebenen Gesetzen fortfallen, die andere den Raum allein begränzen, so bilden diese Formen, die von den holoëdrischen Formen, woraus sie entstanden, ihrem Ansehen nach gar nicht, wohl aber ihrer Natur und Entstehungsweise nach verschieden sind, und defshalb auch als hemiëdrische Formen betrachtet werden müssen [1]). Es ist diefs nur eine theoretiche Ansicht von Naumann; sie giebt, wie er selbst sagt, für alle diese Formen kein in die Augen fallendes Resultat [2]). In dem Obigen ist der Beweis für die Richtigkeit dieser Ansicht gegeben; die Oktaëder und Hexaëder, die beim Eisenkies vorkommen, und ebenso die seltneren Dodekaëder, Ikositetraëder und Triakisoktaëder sind wirklich hemiëdrische Formen, denn sie verhalten sich ebenso, wie die beim Eisenkies vorkommenden Pentagondodekaëder und Diploëder, und sind wie diese thermoelektrisch positiv oder negativ; ebenso sind sie auch in ihren Combinationen und gröfstentheils auch in dem Ansehen ihrer Flächen verschieden. Was von den dodekaëdrischen hemiëdrischen Formen bewiesen ist, mufs dann auch für die tetraëdrisch hemiëdrischen Formen gelten. Die angeführten Untersuchungen über die thermo-elektrischen Eigenschaften des Eisenkieses und des Kobaltglanzes sind demnach auch für die Theorie der hemiëdrischen Formen im Allgemeinen von Interesse.

1) Die am angegebenen Orte S. 94 und 99 gegebenen Figuren machen diese Entstehungsweise der hemiëdrischen Formen sehr anschaulich.

2) Vergl. Naumann Anfangsgründe der Krystallographie S. 55. Man könnte hiergegen das Ansehen der oben S. 19 erwähnten und von Strüver in seiner Abhandlung Fig. 177 gezeichneten Flächen des negativen Oktaëders Fig. 157 anführen, weil hier die dreieckigen Eindrücke sämmtlich an den Stellen der Oktaëderflächen liegen, die den fortgefallenen abwechselnden Flächen an der 6flächigen Ecke der Hexakisoktaëder entsprechen. Doch ist diefs Vorkommen nur eine seltene Erscheinung.

Erklärung der Figuren.

Fig. 1 — 3 Aetzeindrücke bei positiven und negativen Eisenkieskrystallen.
» 1 auf einer Oktaëderfläche S. 7.
» 2 » » Hexaëderfläche S. 7.
» 3 » » Pyritoëderfläche S. 7.
Fig. 4 — 8 natürliche regelmäfsige Eindrücke.
» 4 auf einer Fläche des positiven Oktaëders O S. 19.
» 5 » » » » negativen » O' S. 19.
» 6 » » » » positiven Hexaëders a S. 17.
» 7 » » » » negativen » a' S. 17.
» 8 » » » » positiven und des negativen Pyrit. $\frac{1}{2}$d S. 21.
» 9 Fläche des positiven Pyritoëders des Eisenkieses von Zacatecas S. 21.
» 10 horizontale Projection eines Eisenkieszwillings von Traversella, aus einem pos. und neg. Krystalle bestehend. Die Flächen des positiven Oktaëders haben die hemiëdrischen Eindrücke von Fig. 4, S. 29.
» 11 horizontale Projection eines neg. Eisenkieskrystalles von Traversella, auf dessen Hexaëder- und Oktaëderflächen einzelne Theile eines pos. Krystalls in Zwillingsstellung hervorgetreten sind. Die Pyritoëderflächen des neg. Krystalls haben die Eindrücke von Fig. 8, die Oktaëderflächen des pos. Krystalls die Eindrücke von Fig. 4, S. 29.
» 12 Fläche des pos. Okt. mit Streifung nach dem pos. Pyr. $\frac{1}{2}d$ S. 18.
» 13 » » neg. » » » » » neg. » $\frac{1}{2}d'$ S. 18.
» 14 » » » » » » » » » Dipl. 124 (n') S. 18.
» 15 Neg. Okt.-fläche am Zwilling mit Streifung nach dem Leuc. $\frac{1}{2}o$ S. 18 u. 19.
» 16 Pos. » » » » mit Eindrücken vom Hex. S. 16 u. 19.

II. *Bezeichnung der Hemiëdrie bei Anwendung der stereographischen Projection; von E. Reusch.*

1. Das Wesen der stereographischen Projection besteht in Folgendem: von einem Punkte O im Innern des Krystalls werden Senkrechte auf alle Flächen desselben gefällt, und bis zur Oberfläche einer aus O beschriebenen Kugel verlängert. Die so erhaltenen Flächenpole werden nun perspectivisch auf eine Ebene E dadurch projicirt, dafs man dieselben mit einem Centrum C verbindet und die Schnittpunkte dieser Verbindungslinien mit E bestimmt;

als Centrum C dient aber ein auf der Kugeloberfläche passend gewählter Punkt, und als Projectionsebene eine durch O senkrecht zum Kugelhalbmesser OC gelegte Ebene.

Die vornehmste Eigenschaft dieser Projectionsmethode besteht bekanntlich darin, dafs die Projectionen von Kugelkreisen, die nicht durch das Projectionscentrum gehen, wiederum Kreise sind [1]). Krystallflächen derselben Zone liefern auf der Kugel Flächenpole, welche auf demselben Grofskreis der Kugel liegen; diesen Grofskreisen entsprechen in der Projection Kreise, welche den *Tafelkreis*, längs welchem die Kugel von der Projectionsebene geschnitten wird, in zwei diametral gegenüberliegenden Punkten durchschneiden. Aber auch alle Kleinkreise der Kugel projiciren sich als Kreise: so liegen z. B. die sechs Pole eines Octanten des Hexakisoktaëders auf einem kleinen Kugelkreise, folglich auch ihre sechs Projectionen auf einem Kreise, eine Bemerkung, die bei der Ausführung der Projection dieser flächenreichsten Form des regulären Systems von Nutzen seyn kann.

Läfst man den Radius CO zusammenfallen mit einer ausgezeichneten Richtung im Krystall, z. B. mit einer Hauptaxe, so erkennt man an der Art, wie die projicirten Flächenpole gegen einander und gegen gewisse Linien im Tafelkreise liegen, ohne Mühe den gesetzmäfsigen Zusammenhang der Krystallflächen; besonders aber für Berechnungen mit Hülfe der sphärischen Trigonometrie liefert diese Methode sofort die adäquanteste Figur.

Obgleich die stereographische Projection das Mittel bietet, sowohl Kugelpunkte über als unter der Ebene des Tafelkreises zu projiciren (das Projectionscentrum selbst ausgenommen), so begnügt man sich doch damit, Punkte der Kugel ins Auge zu fassen, deren Projectionen ins Innere des Tafelkreises und auf seinen Umfang fallen. Jeder Krystallfläche entspricht nämlich im Allgemeinen eine parallele Gegenfläche, jedem Flächenpol ein diametraler Gegenpol; wenn wir daher in einer solchen Projectionsfigur p eines oberen Flä-

1) s. B. Gugler, Descriptive Geometrie, 2. Aufl. S. 402.



chenpols sehen, so werden wir zugleich an den Pol der Gegenfläche oder an diese Gegenfläche selber denken.

Wenn aber in Folge von Hemiëdrie oder Hemimorphie gewisse Flächen fehlen, so sind drei Fälle denkbar:

1. Es ist nur der obere Pol p oder die ihm entsprechende Fläche vorhanden;
2. es ist nur die untere Gegenfläche vorhanden;
3. es fehlen Fläche und Gegenfläche.

Diese drei Fälle unterscheiden wir durch die Symbole $\overset{+}{p}$, $\overset{-}{p}$, $\overset{0}{p}$, während das unbezeichnete Symbol p das gleichzeitige Vorhandenseyn von Fläche und Gegenfläche bedeutet. Die Symbole $+$, $-$, 0 können wir aber auch ohne Anwendung eines Buchstabens, in die Nähe der Projectionspunkte setzen, wo dann der unbezeichnete Punkt die Existenz von Fläche und Gegenfläche bedeutet.

Einige Beispiele mögen das erläutern. Zieht man im Tafelkreis Fig. 1 Taf. II, *A* zwei rechtwinkliche Durchmesser und aus deren Endpunkten, Bögen mit der Quadrantensehne als Halbmesser, so sind ihre vier Schnittpunkte die Projectionen der oberen Flächenpole des regulären Octaëders. Wiederholt man in *B* dieselbe Figur und fügt die beistehenden Bezeichnungen hinzu, so entsprechen die Figuren *A*, *B* den zwei Tetraëdern, in welche das Octaëder durch Hemiëdrie zerfällt.

In der Fig. 2 bedeuten die vier Schnittpunkte d der, wie vorhin verzeichneten, Bögen mit den Hauptdurchmessern die vier oberen Pole des Rhombendodekaëders; die vier Punkte d_1 auf den Mitten der Quadranten entsprechen den vertikalen Flächen dieser Form. Aufserdem sind vier gleiche, vom Mittelpunkt und den Hauptdurchmessern gleich weit abstehende Kreise gezogen und diese bestimmen, theils auf den Durchmessern durch d_1, theils auf den mehrfach erwähnten Bögen die Punkte s, t, u, wobei die kleinen Kreise so bemessen sind, dafs diese Punkte der Figur den Flächenpolen des *Leucitoëders* (311) entsprechen. Aus der Bezeichnung der Pole dieser Gestalt ersieht man aber, dafs

es sich um die Combination des Dodekaëders mit dem tetraëdrisch-hemiëdrischen Leucitoëder handelt, wie sie bei der Zinkblende vorkommt.

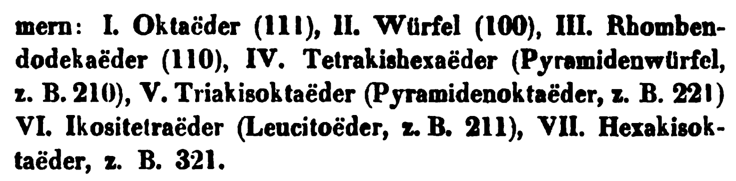
In Fig. 3 entsprechen die sechs auf einem Kreise liegenden Punkte *e*, *ε*, *f*, *φ*, *g*, *γ* den Polen eines Octanten des *Hexakisoktaëders* (321). Aus der Bezeichnung dieser Pole in den verschiedenen Quadranten ersieht man sofort, dafs es sich hier um die sogenannte *dodekaëdrische* (parallelflächige) Hemiëdrie dieser Form handelt.

2. Bekanntlich hat C. F. Naumann [1]) die Hemiëdrie von einem allgemeineren und ohne Zweifel höheren Standpunkt aufgefafst, als diefs gewöhnlich geschieht. Während z. B. nach der gewöhnlichen Auffassung von den sieben holoëdrischen Formen des regulären Systems nur vier Formen der *tetraëdrischen* Hemiëdrie, nur zwei der *dodekaëdrischen*, und nur eine der *pyroëdrischen* Hemiëdrie fähig seyn soll, nimmt Naumann an, jede dieser Hemiëdrien erstrecke sich, wenn sie an *einer* Form vorkommt, auch auf alle übrigen Formen, wobei dann allerdings die zwei Gegenkörper gewisser Formen keine äufserlich wahrnehmbare Gestaltsänderung zeigen. Es ist der Zweck des Nachfolgenden, einen einfachen graphischen Apparat anzugeben, mit Hülfe dessen die Vorstellungen von Naumann mit Leichtigkeit erfolgt werden können, und es erscheint diefs um so zeitgemäfser, als durch eine jüngste Mittheilung von G. Rose: »Ueber den Zusammenhang zwischen hemiëdrischer Krystallform und thermo-elektrischem Verhalten beim Eisenkies und Kobaltglanz« [1]), der Beweis geliefert ist, dafs der durch geometrischen Instinct erkannten Möglichkeit einer Differenz zwischen scheinbar identischen Krystallflächen eine physikalische Wirklichkeit entspricht.

3. Die sieben hemiëdrischen Formen des regulären Systems bezeichnen wir in nachfolgender Weise durch Num-

1) Elemente der theoret. Krystallographie. Leipzig 1856.

2) Monatsberichte der königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 2. Juni 1870. (Mit Zusätzen in diesem Heft S. 1 bis 46.)



mern: I. Oktaëder (111), II. Würfel (100), III. Rhombendodekaëder (110), IV. Tetrakishexaëder (Pyramidenwürfel, z. B. 210), V. Triakisoktaëder (Pyramidenoktaëder, z. B. 221) VI. Ikositetraëder (Leucitoëder, z. B. 211), VII. Hexakisoktaëder, z. B. 321.

Alle diese Formen haben einen Mittelpunkt O; um diesen Punkt legen wir eine Kugel und führen durch O und alle Kanten der allgemeinsten Form VII Ebenen, deren Durchschnitte mit der Kugel wir bestimmen. Hierdurch erhalten wir ein System von neun Grofskreisen, von denen drei auf einander senkrechte zu den Kanten in den drei Hauptschnitten, die sechs übrigen zu den Kanten in den Mittelschnitten, welche die Winkel der Hauptschnitte halbiren, gehören. Projiciren wir nun dieses System von Kreisen stereographisch, indem wir das Projectionscentrum auf die vertikale Hauptachse verlegen, so erhalten wir eine Figur wie die bei Fig. 4, VII, Taf. II, bestehend aus dem Tafelkreis, vier Durchmessern und vier Kreisbögen, welche wie in Fig. 1 Taf. II aus den Endpunkten der Hauptdurchmesser mit der Quadrantensehne als Halbmesser beschrieben sind. Wir wollen diese Figur der Kürze halber die *Kantenfigur* der Form VII nennen und sie nicht verwechseln mit Fig. 3, in welcher die Flächenpole die Hauptrolle spielen und die man daher eine *Polfigur* nennen könnte.

Die Kantenfigur VII enthält nun zunächst nur die 24 oberen gleichen Felder der Kugel; wir werden aber bei der holoëdrischen Form zu jedem oberen Felde das untere Gegenfeld hinzudenken.

Die Hauptsache ist nun, dafs in der Kantenfigur der allgemeinsten Form VII die Kantenfiguren der sechs übrigen Formen enthalten sind, und dafs diese dadurch erhalten werden, dafs man eine gewisse, immer gerade Anzahl einzelner Felder zu einem gröfseren Felde passend zusammennimmt. Die Felder der Form VII wollen wir uns überdiefs mit denselben Buchstaben e, ε, f, φ, g, γ, wie die entsprechenden Pole in Fig. 3 bezeichnet denken.

Die 6 Felder eines Octanten zusammen geben das Feld einer Fläche der Form I (s. Fig. 4, I). Die 8 Felder am Ende einer Hauptaxe geben das Flächenfeld der Form II. Die vier Felder zu beiden Seiten eines Hauptschnitts, wie $\varepsilon f f \varepsilon$, liefern das Feld der Form III. Alle benachbarten Felder gleicher Beziehung z. B. ff, $\varepsilon\varepsilon$ etc. paarweise zusammengenommen, erhält man die Felder der Form IV. Je zwei Felder desselben Octanten in der Ordnung εf, φg, γe paarweise vereinigt liefern die Felder der Form V. Endlich geben je zwei Felder desselben Octanten in der Ordnung $e\varepsilon$, $f\varphi$, $g\gamma$ vereinigt, die Felder der Form VI.

In den Figuren I bis VI hat man die eigentlich zu unterdrückenden Linien gestrichelt, um den Zusammenhang mit der allgemeinen Figur VII zu erhalten. Dafs in den Figuren II, III, IV sowohl die Hauptdurchmesser, als der Tafelkreis gestrichelt sind, hängt damit zusammen, dafs diese drei Formen keine in die Hauptschnitte fallenden Kanten besitzen. Bei der in Fig. 4 Taf. II adoptirten Gruppirung (s. Naumann, Elemente d. th. K. S. 81) ergänzen sich zwei diametral gegenüberliegende Kantenfiguren zu der Figur VII.

Zu Demonstrationen vor einem gröfseren Publicum dürfte sich die Anwendung eines Globus empfehlen, auf welchem die neun Grofskreise deutlich verzeichnet sind; sechs Kugelsegmente von Blech, mit welchen der Reihe nach die verschiedenen zusammenzunehmenden Kugelfelder bedeckt werden können, dürften zu weiterer Veranschaulichung dienen. Es bedarf aber wohl nur einer kurzen Uebung, um aus der Kantenfigur VII alle übrigen mit Sicherheit herauszulesen, weswegen wir auch im Folgenden nur mit dieser Figur operiren werden.

4. Im Fall der *Hemiëdrie* wollen wir wie in (1) das blofse Vorhandenseyn eines oberen Felds mit +, eines unteren Felds mit —, das gleichzeitige Fehlen von Feld und Gegenfeld mit 0 bezeichnen. Zu weiterer Unterstützung der Anschauung können wir noch die fehlenden Ober-

felder durch einen dunklen Ton oder durch Schraffiren kenntlich machen, was dem so instructiven Schwärzen gewisser Flächen eines Krystallmodells entspricht; es wird aber hiedurch, wie man leicht sieht, die zuerst angegebene Bezeichnungsweise nicht überflüssig gemacht.

I. Tetraëdrische Hemiëdrie. Fig. 5 Taf. II, *A*, *B*.

Die abwechselnden Octantenfelder verschwinden, das eine Mal wie bei *A*, das andere Mal wie bei *B*. Man übersieht sofort, dafs nur die Forma I, V, VI, VII je zwei gleiche, aber in der Stellung verschiedene Gegenkörper liefern, nämlich: Tetraëder, Deltoïddodekäëder, Trigondodekaëder und Hexakisoktaëder. Die Formen II, III, IV geben, bei scheinbar holoëdrischer Raumerfüllung, Gegenkörper, welche sich weder in Form noch Stellung von einander und den entsprechenden wirklichen holoëdrischen Gestalten unterscheiden, für welche aber die Bedeutung der Flächen eine verschiedene ist. So enthält bei Form II der Würfel *A* die an den abwechselnden Ecken liegenden Viertelquadrate, welche am Würfel *B* fehlen, und umgekehrt. Bei Form III enthält das Rhombendodekaëder *A* die an den abwechselnden stumpfen Ecken liegenden Rhombenhälften, welche bei *B* fehlen usw.

II. Dodekaëdrische Hemiëdrie. Fig. 6 Taf. II. *A*, *B*.

In allen Octanten von *A* bleiben die Felder *e*, *f*, *g* sammt ihren Gegenflächen, bei dem Gegenkörper *B* die Felder ε, φ, γ. Nur die Formen IV und VII geben distincte Gegenkörper; Pentagondodekaëder und Dyakisdodekaëder (Diploëder). Für die übrigen Formen sind die Gegenkörper *A* und *B* scheinbar identisch, aber die Bedeutung der Flächen an den scheinbar holoëdrischen Gestalten ist verschieden; so besteht das Oktaëder *A* aus den Feldern *e*, *f*, *g*, während das Oktaëder *B* die bei *A* fehlenden Felder ε, φ, γ enthält. Bei den Rhombendodekaëdern *A* und *B* fallen die sich ergänzenden Rhombenhälften (z. B. *f*, *f*, ε, ε) jede in dieselbe Ebene, usw.



III. Gyroëdrische Hemiëdrie. Fig. 7 Taf. II *A*, *B*.

Bei *A* bleiben in den anliegenden Octanten abwechselnd die Felder efg, $\varepsilon\varphi\gamma$, efg ..., bei *B* die Felder $\varepsilon\varphi\gamma$, efg, $\varepsilon\varphi\gamma$ ... jedesmal ohne die Gegenfelder. Nur die Form VII giebt distincte, von 24 unregelmäfsigen Fünfecken umschlossene Gegenkörper (Gyroëder). Bei den sechs übrigen Formen werden die Gegenkörper scheinbar identisch.

Während bei der tetraëdrischen Hemiëdrie die Symmetrie nach den sechs Mittelschnitten gewahrt bleibt, die nach den Hauptschnitten aber verschwindet, so ist es umgekehrt bei der dodekaëdrischen Hemiëdrie. Die gyroëdrische Hemiëdrie hebt beide Arten der Symmetrie auf und ist bis jetzt in der Natur nicht beobachtet worden.

5. Wenn wir an der allgemeinen Form VII zunächst die dodekaëdrische (parallelflächige) Hemiëdrie eintreten lassen, so erhalten wir die Diploëder Fig. 6 Taf. II, *A*, *B*; indem wir aber überdiefs diese Diploëder der tetraëdrischen Hemiëdrie unterwerfen, so entstehen aus Fig. 6, *A* die *tetraëdrischen Pentagondodekaëder* Fig. 8, *a a'*, und aus Fig. 6, *B* die entsprechenden Gestalten Fig. 6, *b b'*; (s. Naumann, Elem. S. 103 u. f.). Aus den holoëdrischen Formen I, IV, V, VI erhält man, wie ein Blick auf die Figuren *a*, *a'* zeigt, der Reihe nach: Tetraëder, Pentagondodekaëder, Deltoïddodekaëder, Trigondodekaëder als distincte Gegenkörper, während dieselben für die Formen II und III scheinbar identisch sind.

6. Zur Berechnung der hemiëdrischen und tetratoëdrischen Formen wird man vorerst die Kantenfigur in die zugehörige Polfigur übersetzen und dann mit der Formel für den Cosinus des Winkels zweier Normalen alle Winkel bestimmen.

Mit derselben, ja mit gröfserer Leichtigkeit kann mit Hülfe von Kantenfiguren und der angegebenen Bezeichnungsweise auch die Hemiëdrie und Tetartoëdrie des quadratischen, hexagonalen und rhombischen Systems behandelt werden; ich möchte aber Denen, die sich in der Anwendung dieser Methode üben möchten, das Vergnügen, diefs selbst-

ständig zu thun, nicht vorwegnehmen, und bemerke nur noch, dafs die von Naumann bei jedem dieser Systeme aufgestellten sieben holoëdrischen Formen sich jedenfalls in der Weise von Fig. 4 Taf. II in ein übersichtliches Schema bringen lassen.

Tübingen, 28 Oct. 1870.

III. *Ueber elektrische Oscillationen im inducirten Leiter; von Prof. J. Bernstein in Heidelberg.*

§. 1.

Beschreibung des Apparates.

Den Apparat, welchen ich zu den folgenden Versuchen benutzt habe, ist von mir vor einigen Jahren zu elektrophysiologischen Zwecken construirt worden. Er diente mir damals zur Untersuchung der negativen Schwankung des Nerven und Muskelstromes, bei deren Veröffentlichung ich ihn beschrieben habe [1]). Da die Arbeiten auf diesem Gebiete den Physikern weniger zugänglich seyn mögen, so sey es mir gestattet, die Beschreibung und Abbildung des Apparates an dieser Stelle zu wiederholen.

Der Apparat beruht auf demselben Princip, nach dem der Apparat von Beetz zur Untersuchung des entstehenden und verschwindenden Magnetismus gebaut ist. Er besitzt wie dieser einen rotirenden Theil, welcher zu gegebenen Zeiten periodisch zwei kurzdauernde Contakte schliefst und öffnet, die zweien von einander isolirten Kreisen angehören. Aber alle bisher zu solchen Zwecken construirten physika-

1) siehe: Pflüger's Archiv für die gesammte Physiologie. 1868. Bd. I, S. 173 bis 207. »Ueber den zeitlichen Verlauf der negativen Schwankung des Nervenstroms«.

lischen Apparate genügten zur Lösung der angegebenen physiologischen Aufgabe nicht, weil es dabei auf Messung sehr kleiner Zeiten ankam, in denen die mit der Nervenerregung zusammenfallende negative Schwankung des Nervenstroms ihren Ablauf nimmt. Es war für diesen Zweck erstens nothwendig, eine gleichförmige Rotationsgeschwindigkeit des Apparates herzustellen, und zweitens absolut sichere Contakte zu erzielen, deren Zeiten bis auf $\frac{1}{10000}$ Sec. meſsbar sind. Dieſs erreicht man aber mit schleifenden Contakten nicht, da sie leicht Veranlassung zu Unterbrechungen geben und wegen der starken Reibung die Herstellung einer groſsen und gleichmäſsigen Geschwindigkeit sehr erschweren. Nachdem es mir nun so gelungen ist, einen solchen Apparat den physiologischen Anforderungen gemäſs auszuführen, habe ich jetzt die Befriedigung, daſs er auch der physikalischen Untersuchung einigen Nutzen bringt.

Fig. 1 Taf. III zeigt einen senkrechten durch die Axe des rotirenden Theiles geführten Durchschnitt des Apparates, dessen Maaſse den doppelten der Zeichnung genau entsprechen. In einem 13^{cm} hohen und $26{,}5^{cm}$ langen eisernen Rahmen *A* befindet sich das Axenlager *aa*, in welchem sich eine stählerne Axe *x* dreht. Dieselbe trägt ungefähr in ihrer Mitte ein Rad *r* aus Messing.

Fig. 2 Taf. III zeigt den Apparat von oben gesehen. Auf der Peripherie des Rades *r* sitzt durch ein Stück Kammmasse *kk* isolirt ein Messingstück *m*, welches die in einer kleinen Kugel auf und nieder zu schraubende Stahlspitze *p* trägt. Dieselbe ist schräg nach unten geneigt, so daſs ihr oberer Theil der Richtung der Bewegung zugewendet ist. Sie kann während der Rotation des Rades mit ihrem unteren zugespitzten Ende den dünnen Kupferdraht *d* berühren, welcher auf einer noch zu beschreibenden Vorrichtung radial gegen das Rad *r* ausgespannt ist. Der Spitze *p* gegenüber befinden sich auf der Peripherie des Rades ebenfalls durch Kammmasse davon isolirt die beiden Stahlspitzen p_1 und p_2, welche sich in der Messingwalze *w* auf und



abschrauben und ebenfalls, wie Fig. 2 zeigt, schräg gestellt werden können.

In Fig. 1 erkennt man, dafs das untere Axenlager *a* in einer treppenförmigen Messinghülfe *hh* liegt. Dieselbe wird umfafst von einer runden wagrecht liegenden Messingscheibe *ss* von 9^{cm} Radius, welche man in Fig. 2 von oben erblickt. Dicht über dieser Scheibe liegt ein um dieselbe Hülse drehbarer Messingarm *α*, auf dessen Ende die den Draht *d* tragende Vorrichtung aufsitzt. Diese besteht aus einem senkrecht stehenden hohlen Cylinder *y*, in welchem in einer Führung ein Messingstück *st* mit Hülfe einer feinen Schraube auf- und abgeschoben werden kann. An diesem Stück ist ein Messingplättchen befestigt, welches durch eine Spalte des hohlen Cylinders hervorragt und ein Elfenbeinplättchen trägt. Auf letzterem sitzt ein ⊔ förmiges Messingklötzchen, über welches durch Klemmen der Draht *d* ausgespannt liegt.

Eine zweite treppenförmige Messinghülfe *h'h'*, welche an die erste angeschraubt ist, trägt zwei drehbare Messingarme l_1 und l_2, auf deren Enden zwei rinnenförmige Quecksilbergefäfse aus Stahl q_1 und q_2 sitzen, die von den Messingarmen durch Kammmasse isolirt sind. Die Spitzen p_1 und p_2 sind nun dazu bestimmt die Oberfläche des in q_1 und q_2 befindlichen Quecksilbers zu streifen und auf diese Weise einen Contact herzustellen.

Die Scheibe *s* (Fig. 2) hat an ihrer Peripherie eine Kreistheilung in 100 Grade. Der darüber verschiebbare Messingarm *α* trägt seitwärts eine Theilung *n*, die einen Grad in 10 Theile theilt. Die Scheibe *b* gestattet die feinere Verschiebung dieser Vorrichtung, sobald die Stellschraube *t* festgeklemmt ist.

Durch die Berührung zwischen *d* und *p* während der Rotation des Rades kann nun ein Kreis geschlossen werden. Man hebt, wenn der Apparat in Gang ist, den Draht *d* durch die Schraube langsam in die Höhe, bis die Berührung mit *p* durch ein Ticken hörbar ist. Diese Berührung bringt keine merkliche Hemmung der Bewegung hervor. Die Lei-

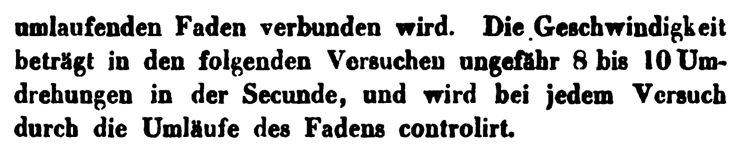
tung geht von p durch einen Draht, der (Fig. 1) durch ein der Axe des Rades nahe befindliches Loch u geführt ist und sich in dem Quecksilber der kreisförmigen elfenbeinernen Rinne nn dreht. Von dem Boden der Rinne geht dann ein Draht in einer isolirten Bohrung durch die Hülsen h und h' nach Aufsen.

Durch die Berührung der Spitzen p_1 und p_2 mit dem Quecksilber q_1 und q_2 kann die Leitung eines zweiten Kreises geschlossen werden, indem (Fig. 2) zwei Drähte den Klemmen der Quecksilbergefäfse zugeführt werden. Es mag auf den ersten Blick auffallend erscheinen, dafs statt eines schleifenden Contactes zwischen zwei festen Metallen ein Quecksilbercontact gewählt ist, aber man wird sich durch den Erfolg überzeugen, dafs dieser Contact von so geringer Reibung aufserordentlich sicher gemacht werden kann. Die Stahlspitzen p_1 und p_2 sind nämlich fein zugeschärft und zwar schneidenartig wie eine doppelschneidige Klinge. Das Quecksilber ragt mit seinem Meniscus nur möglichst wenig über den Rand der Gefäfse hervor, so dafs eben eine feine Berührung der Spitzen möglich wird. Diese werden so eingestellt, dafs sie mit ihren Schneiden die Oberfläche des Quecksilbers fein streifen. Wenn diefs genügend erreicht ist, so überzeugt man sich, dafs bei 10 Umdrehungen des Rades in der Secunde keine Schwankungen des Quecksilbers sichtbar sind. Das Quecksilber mufs natürlich möglichst rein gehalten werden.

Ich habe nun gefunden, dafs der Contact ein sehr sicherer ist, wenn man die Spitzen verkupfert. Man taucht sie zu diesem Zwecke in concentrirte Kupfervitriollösung und putzt sie dann mit Fliefspapier ab.

Der Apparat wird durch eine elektromagnetische Rotationsmaschine [1]), die von Hrn. Geheimrath Helmholtz construirt ist, in Gang gesetzt, indem die Scheibe R an der Axe des Rades mit einer Scheibe der Maschine durch einen

1) Beschrieben von Sigmund Exner, »Ueber die zu einer Gesichtswahrnehmung nöthige Zeit«. Sitzungsber. der Wien. Akad. Bd. LVIII, II. Abth. Oct.-Heft. Jahrg. 1868.



umlaufenden Faden verbunden wird. Die Geschwindigkeit beträgt in den folgenden Versuchen ungefähr 8 bis 10 Umdrehungen in der Secunde, und wird bei jedem Versuch durch die Umläufe des Fadens controlirt.

Der Contact im Quecksilber diente mir in den folgenden Versuchen dazu um einen constanten Strom zu bestimmten Zeiten periodisch zu öffnen und zu schliefsen. Der Contact zwischen *p* und *d* dagegen schlofs einen zweiten Kreis, dessen elektrischer Zustand beim Schliefsen und Oeffnen des ersten Kreises untersucht werden sollte. Die Schliefsungsdauer dieses Contactes ist aufserordentlich kurz, da der Draht *d* nur $\frac{1}{3}^{mm}$ im Durchmesser hat und nur seine Kuppe von der Spitze berührt wird. Ich schätze sie auf $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{10}$ eines Zehntels der Theilung. Man wird sehen, dafs sie gegenüber den beobachteten Vorgängen als momentan betrachtet werden kann.

§. 2.
Verlauf des inducirten Stromes in der secundären Spirale einer Inductionsvorrichtung.

Den im vorigen Paragraphen beschriebenen Apparat benuzte ich nun, um zunächst den Verlauf derjenigen Inductionsströme zu zergliedern, welche in einer secundären Spirale beim Schliefsen und Oeffnen eines primären Kreises entstehen. Die Anordnung der hierzu verwendeten Vorrichtungen und ihre Verbindungen mit einander gehen aus der schematischen Abbildung der Fig. 1 Taf. IV hervor und ich will diese Anordnung der Kürze halber mit I bezeichnen. Dieselbe besteht in Folgendem.

A ist der beschriebene Apparat, den ich Differential Rheotom nennen möchte. Der Strom einer constanten Kette *K* geht durch die primäre Spirale *P* eines Inductionsapparates und kann, wenn die Spitzen p_1 und p_2 über die Quecksilbergefäfse *q* streifen, zeitweise geschlossen werden. Der Kreis der secundären Spirale *s* geht zum Leitungsdraht *u* an der Axe des rotirenden Apparates, und wenn die Spitze *p* den Draht *d* berührt, so ist dieser Kreis für

einen aufserordentlich kurzen Moment geschlossen. Der eingeschobene du Bois'sche Schlüssel *Sch* leitet, sobald er geöffnet ist, die Ströme der secundären Spirale durch die Bussole *B*.

Die Spiralen *P* und *S* gehören einem du Bois'schen Schlittenapparat gröfserer Art an, die Hr. Sauerwald in Berlin verfertigt. Die primäre Spirale ist 12,5^{cm} lang, hat 3,5^{cm} im Durchmesser und besteht aus 3 Lagen, eines 1,2^{mm} dicken umsponnenen Kupferdraht. Eisenkerne waren natürlich bei den folgenden Versuchen in dieser Spirale nicht vorhanden. Die secundäre Spirale ist 12,5^{cm} lang, hat 5^{cm} Durchmesser und besteht aus 6894 Windungen eines $\frac{1}{6}$^{mm} dicken Kupferdrahtes.

Die Spiegel-Bussole *B* ist eine von Meissner und Meyerstein zum Zwecke elektrophysiologischer Versuche construirte von aufserordentlicher Empfindlichkeit, da sie die schwachen Bewegungserscheinungen des Nervenstromes mit grofser Deutlichkeit zu beobachten gestattet. Sie besitzt ein astatisches Magnetpaar, welches ich, um die Erschütterungen möglichst zu vermindern, an einem 1½ Meter langen Faden aufgehängt habe. Sie besitzt eine Rolle von 20000 Windungen. Da der Widerstand dieser Windungen ungefähr von gleicher Gröfse mit der der secundären Spirale ist, so schien mir ihre Anwendung für die folgenden Versuche am zweckmäfsigsten.

Das Rad des Apparats *A* rotirt nun in der Richtung des Pfeiles mit gleichmäfsiger Geschwindigkeit. Bei jeder Umdrehung wird der primäre Strom zu einer bestimmten Zeit geschlossen und sehr schnell wieder zu einer bestimmten Zeit geöffnet. Es kommt nun darauf an diese Zeitmomente des Schliefsens und Oeffnens genau bestimmen und sie durch die Zahlen der Theilung das Apparates auszudrücken.

Diefs geschieht auf folgende Weise: Der Strom der Kette *K* wird einem Quecksilbergefäfs *q* zugeleitet, kann dann durch die eintauchenden Spitzen p_1 und p_2 dem zweiten Quecksilbergefäfs zugeführt werden. Von da geht die Leitung direct nach *u*, wird durch den Contact bei *d* dem

Schlüssel *Sch* und der Bussole zugeführt und geht vom Schlüssel direct wieder zur Kette zurück. Ich unterlasse es diese Verbindungen in der Figur anzudeuten, da sie aus der Beschreibung klar genug sind. Sie sind natürlich so angebracht, dafs sie schnell hergestellt und nach geschehener Prüfung wieder abgebrochen werden können, um den Versuch der Anordnung I vornehmen zu können. Man erkennt leicht den Zweck dieser Verbindungen, denn sie dienen dazu, um den Strom der Kette sowohl durch den Contact bei *q* als auch durch den Contact bei *d* zu leiten. Man stellt daher den Contact *d* erst so ein, dafs er kurz vor dem Schlufs bei *q* liegt und schiebt den Contact *d* langsam mit der Schraube vor, bis man eine Ablenkung an der Bussole wahrnimmt. Diesen Punkt, welcher die Schliefsung bei *q* verräth, liest man an der Theilung des Apparates bei *n* (Fig. 2 Taf. III) ab, und ebenso bestimmt man den Moment der Oeffnung bei *q*. Den ersten Punkt werde ich in Folgendem mit Sch_1, den zweiten mit Sch_2 bezeichnen.

Bei dieser Gelegenheit möchte ich eine Beobachtung erwähnen, die mir hierbei auffiel. Nämlich bei Anwendung einer etwas stärkeren Kette von 1 oder 2 Grove'schen Elementen von 6 Zoll Höhe sah ich nämlich auch jedesmal eine kleine Ablenkung von 2 bis 3 Scalentheilen eintreten, auch wenn die beiden Contacte nicht zu gleicher Zeit stattfanden. Diese trat aber bei jeder Stellung des Contactes *d* ein, auch wenn sie um die Hälfte einer Umdrehung des Rades auseinander lagen, und sie blieb constant, soweit dieser Contact auch dem Moment Sch_1 und Sch_2 genähert wurde. Erreichte er aber diesen Moment, so documentirte sich der Strom sofort durch eine heftige Ablenkung des Spiegels.

Ich glaube nun, dafs die eben erwähnte Erscheinung durch den Ausgleich von freier Spannungselektricität zu Stande kommt. Das Stück der Leitung zwischen *q* und *d* nimmt bei *q* freie Spannung der Kette auf und tauscht sie bei dem nachfolgenden Contakt bei *d* gegen die übrige

Leitung wieder aus. Auf diese Weise kommt gleichsam eine schwache intermittirende Stimmung zu Stande, die wir an der Ablenkung erkennen.

Der elektrische Zustand der secundären Spirale beim Oeffnen der primären.

In den nun folgenden Versuchen wurde die in Fig. 1 Taf. IV dargestellte Anordnung benutzt. Nachdem der Moment der Oeffnung des primären Stromes in *q* festgestellt war, den ich in Folgendem mit Sch_2 bezeichne, wurde der Contact *d* auf diesen Moment oder kurz vor diesen festgestellt. Wenn die Dauer der Schliefsung in *q* grofs genug ist, so erreicht der Kettenstrom eine constante Höhe. Man findet daher in den Zeiträumen kurz vor der Oeffnung keine oder nur höchst unbedeutende Ströme in der secundären Spirale. Sobald man sich aber dem Moment der Schliefsung mehr nähert, so beobachtet man die Ausschläge des Schliefsungsinductionsstroms der secundären Spirale, auf den wir später zurückkommen werden. In den nächstfolgenden Versuchen wurden immer die ersten Ausschläge beobachtet. Diejenigen Ströme der secundären Spirale, welche in derselben Richtung gehen wie der Kettenstrom in der primären Spirale, werden als + bezeichnet. Die Rubrik *Sch* enthält die Stellung des Schiebers mit dem Contact *d*, unter *A* befinden sich die Ausschläge der Boussole.

Versuch 3. Kettenstrom von 2 Grove'schen Elementen. Die Inductionsrollen sind übereinander geschoben.

$$Sch_1 = 0{,}9475$$
$$Sch_2 = 0{,}9140$$

Sch	*A*	*Sch*	*A*
0,9150	+ 23	0,907	+ 71
0,914	+	0,096	− 55
0,913	+	0,095	+ 102
0,912	−	0,094	− 15
0,911	+	0,093	+ 37
0,910	− 465	0,092	+ 13
0,909	+ 467	0,091	+ 25
0,908	− 226	0,090	+ 13
UF = 23,3		5 *UF* = 119 *U*.	

+ und − bedeuten Ausschläge über die Skala hinaus.

Versuch 8. Kette von 1 Grove.

$Sch_1 = 0,940$
$Sch_2 = 0,010$

Sch	*A*	
	Rollen übereinander	Rollen 12^{cm} von einander entfernt
0,910	— 25	+ 1
0,909	+	+ 1
0,908	+	+ 16
0,907	+	±
0,9068	±	— 8
0,906	+	+ 3
	NF = 24,5	*NF* = 119 *U*

Versuch 10. Kette von 1 Daniell. Rollen übereinander.

$Sch_1 = 0,9395$
$Sch_2 = 0,9120.$

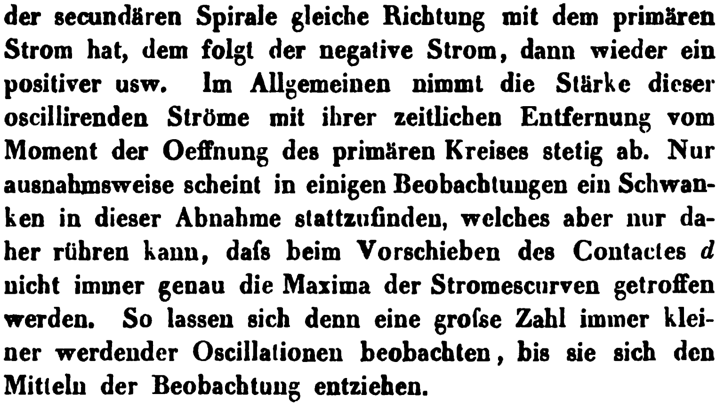
Sch	*A*	*Sch*	*A*
0,9120	+ 3	0,9045	+ 37
0,9115	+ 22	0,9040	— 64
0,9110	+ 25	0, . 35	+ 17
. . . 05	+ 158	. . . 30	+ 9
0,9100	+	. . . 25	— 40
0,9095	+	. . . 20	+ 40
. . . 90	+	. . . 15	+ 33
. . . 85	—	. . . 10	— 23
. . . 80	±	. . . 05	+ 12
. . . 75	+ 421	. . . 00	— 15
. . . 70	— 238	0,8995	+ 3
. . . 65	+ 177	. . . 90	— 13,5
. . . 60	— 86	. . . 85	— 10
. . . 55	±	. . . 80	+ 8
. . . 50	+	. . . 00	+ Minim.
UF = 24,8 — 24,5		5 *UF* = 119 *U*.	

Diese Versuche zeigen nun, dafs in einer offenen s cundären Spirale beim Oeffnen des Stromes in der prin ren Spirale ein elektrischer Vorgang stattfindet, welct sich in den angestellten Versuchen durch aufserordentli kurz dauernde abwechselnd gerichtete Ströme kund gie

Dieser Vorgang ist an einer secundären Spirale bereits von Helmholtz unter gewissen Umständen mit Hülfe des Froschschenkels beobachtet worden (Abhandlungen des naturhist. medicinisch. Vereins zu Heidelberg 1860, Bd. V, II. S. 27). Die Enden der secundären Spirale waren in einem Falle mit den Belegungen einer Leydner Flasche verbunden und in einer Nebenleitung zwischen Spirale und Flasche befand sich ein stromprüfender Froschschenkel. Beim Oeffnen des primären Stromes lud sich die Flasche und entlud sich wieder in oscillirender Weise durch die Spirale, so dafs 2164 abwechselnd gerichtete Ströme in der Secunde durch die Zuckungen des Froschschenkels beobachtet werden konnten. In einem zweiten Falle war ein Ende der secundären Spirale isolirt, das andere mit der Erde in Verbindung und in eine Nebenleitung dieser Verbindung war der Froschschenkel eingeschaltet. Diese Anordnung liefs in der Secunde 7300 Oscillationen der Elektricität beobachten.

Unsere Versuche zeigen nun ganz allgemein, dafs beim Oeffnen des primären Stromes die offenen Enden einer secundären Spirale sich abwechselnd positiv und negativ verhalten, und dafs diese Oscillation der elektrischen Bewegung in der Spirale mit aufserordentlicher Geschwindigkeit vor sich geht. In den angeführten Versuchen kann man die Enden der Spirale als isolirt betrachten, soweit die Umspinnung der Drähte und Holz gegen Ströme von der angewandten Stärke isoliren. Beweisend in dieser Beziehung erscheint mir aber der Versuch 8, in welchem die Oscillationen auch bei einer Entfernung der Rollen von 12^{cm} beobachtet wurden. In diesem Falle waren die Ströme der secundären Spirale so schwach, dafs mit Hülfe des Froschschenkels keine unipolaren Wirkungen beobachtet werden konnten. Unter diesen Umständen konnte man also die Enden der Spirale als vollkommen isolirt betrachten.

In Fig. 2 Taf. IV ist der beobachtete Vorgang graphisch dargestellt. Auf der Abcisse der Zeit ist 0 der Moment, in welchem der primäre Strom geöffnet wird. Kurz darauf kommt der positive Strom 1 zur Beobachtung, welcher in



der secundären Spirale gleiche Richtung mit dem primären Strom hat, dem folgt der negative Strom, dann wieder ein positiver usw. Im Allgemeinen nimmt die Stärke dieser oscillirenden Ströme mit ihrer zeitlichen Entfernung vom Moment der Oeffnung des primären Kreises stetig ab. Nur ausnahmsweise scheint in einigen Beobachtungen ein Schwanken in dieser Abnahme stattzufinden, welches aber nur daher rühren kann, daſs beim Vorschieben des Contactes *d* nicht immer genau die Maxima der Stromescurven getroffen werden. So lassen sich denn eine groſse Zahl immer kleiner werdender Oscillationen beobachten, bis sie sich den Mitteln der Beobachtung entziehen.

Auffallend ist nun, daſs in allen Versuchen die erste positive Oscillation länger dauert als die nachfolgenden Oscillationen. Diese letzteren folgen aber, wo genau beobachtet ist, mit groſser Regelmäſsigkeit aufeinander und haben alle fast genau dieselbe Dauer. Zuweilen kommt es auch vor, daſs in einer Beobachtung der Spiegel der Bussole hin und herschwankt. Dann hat man den Moment des Contactes *d* auf einen Schnittpunkt der Stromescurve mit der Abscisse eingestellt und durch kleine Unregelmäſsigkeiten im Contact oder durch kleine Schwankungen des Oeffnungspunktes der primären Kette wird mal die eine, mal die andere Stromesrichtung begünstigt. Der Moment der Oeffnung wird namentlich dann unsicher, wenn er bei Anwendung starker Kettenströme unter starker Funkenbildung bei *q* vor sich geht. Um daher die zeitlichen Verhältnisse dieser Vorgänge zu messen, muſs man nur schwache Kettenströme von einem Daniell oder noch schwächere wählen. Es wird zwar auch dann der Moment der Oeffnung durch die schwache Funkenbildung etwas verschoben, aber die Aenderung bleibt ziemlich constant, und man verfährt am Besten, wenn man erst, nachdem der Funke eine Zeit lang stattgefunden hat, die Bestimmung des Momentes der Oeffnung nach der angegebenen Methode vornimmt. Im Versuch 8 liegen die einzelnen Oscillationen um 0,0005 der Theilung von einander entfernt. Ein ganzer Umlauf des



Rades U ist gleich 0,102 Sec. *Also ist die Dauer einer Oscillation gleich* $\frac{1}{20000}$ *Sec.*

Die erste Oscillation dauerte immer beträchtlich länger, und diefs kommt wohl daher, dafs der Moment der Oeffnung kein vollkommen plötzlicher ist. Denn der wirklichen Oeffnung wird fast unter allen Umständen ein kurzer Moment mangelhaften Contactes und stärkeren Widerstandes vorangehen, namentlich bei Anwendung von Quecksilber. Diefs wird ganz besonders der Fall seyn, wenn sich bei Anwendung starker Ströme gröfsere Funken bei der Oeffnung bilden. Daher scheint mir für den Oscillationsvorgang die Dauer der ersten Oscillation nicht maafsgebend zu seyn, da sie unter störenden Einwirkungen zu Stande kommt. Bei Anwendung schwacher Ströme ergab sich die Dauer derselben im Mittel zu 0,0001 Sec.

Die Dauer aller Oscillationen zusammen genommen, schwankt nach der Stärke der angewendeten Ströme. Bei einer Kette von 2 Grove betrug die Zeit von der Oeffnung bis zu den kleinsten noch zu beobachtenden Oscillationen 0,0014 Sec., bei einem Daniel nur 0,0007 Sec.

Um nun die Bedingungen näher festzustellen, unter denen diese Oscillationen in der secundären Spirale zu Stande kommen, legte ich mir zunächst die Frage vor, wie sich der Strömungsvorgang in dieser Spirale verhalte, wenn sie während eines solchen Versuches dauernd geschlossen bleibt. Zu diesem Zwecke wurde in die Leitung der secundären Spirale zwischen die Punkte r und t (Fig. 1, Taf. IV) ein Rheostat als Nebenschliefsung eingeschaltet, so dafs der Strom der Spirale jeder Zeit auf dem Verbindungswege rt zu Stande kam. Ich benutzte als Rheostat das du Bois-Reymond'sche Rheochord, welches aus zickzackförmig hin und hergeführten Platindrähten besteht und die in diesem Falle wesentliche Bedingung erfüllt, auf sich selbst keine Induction auszuüben. Durch den Contact d wird nun in bestimmten Momenten ein Nebenstrom aus dem Rheochord der Bussole zugeführt, indem man ganz in der oben angegebenen Weise den Versuch anstellt. Jetzt werden natür-

lich die Ausschläge der Bussole kleiner werden, da der Strom sich auf Rheochord und Bussole vertheilt; und um das Resultat dieser Versuchsweise direct mit dem der ersteren vergleichen zu können, habe ich in einigen Versuchen das Rheochord auch zwischen die Punkte $r't$ eingeschaltet. Dann ist, wie man sieht, das Verhältnifs der Widerstände im Leitungskreise, abgesehen von der sehr kurzen Strecke rr' dasselbe wie bei der Einschaltung des Rheochords zwischen r und t, dagegen ist dann die Spirale offen wie in den ersten Versuchen. Mit Hülfe einer einfachen Vorrichtung von sechs Quecksilbernäpfchen konnte ich schnell hintereinander das Rheochord zwischen rt oder $r't$ einschalten.

Im nachfolgenden Versuche bedeutet die Rubrik rt die Ausschläge bei der ersten und $r't$ die Ausschläge bei der zweiten Anordnung.

Versuch 4. Kette von 2 Grove. Rollen übereinander, Rheochordlänge gleich 40 Meter Platindraht von $\frac{1}{3}$ mm Durchmesser.

$$Sch_1 = 0,945$$
$$Sch_2 = 0,914$$

Sch	*rt*	*r't*	*Sch*	*rt*	*r't*
0,919		0	0,906	+38	.
0,918	.	+10,5	0,905	+40	.
0,917	.	+11	0,904	+33	.
0,916	.	+ 5,5	0,903	+38	.
0,915	.	+92	.	.	.
0,914	+76	+*)	0,890	+15	.
0,913	+60	+	0,880	+ 7	.
0,912	+89,5	−48	0,870	+ 5	.
0,911	+49	+29			
0,910	+55	± dann +14	$UF = 24$		
0,909	+59	−12	$5\,UF = 119\,U$		
0,908	+38	−11	$U = 0,105''$		
0,907	+57	+ 1,5			

*) Ueber die Scale.

Versuch 6. 2 Grove. Rheochord 40 M.

$Sch_1 = 0,942$

$Sch_2 = 0,908$

Sch	rt	Sch	rt
0,9085	0	0,903	+54
0,908	− 9	0,902	+59
0,907	+ 8	0,901	+50
0,906	+66	0,900	+45
0,905	+38	0,899	+47
0,904	+60		

$UF = 24$

$5\,UF = 119\,U$

Diese Versuche beweisen nun ganz überzeugend, dafs in einer dauernd geschlossenen secundären Spirale der Oeffnungsinductionsstroms nicht aus abwechselnd gerichteten Strömen besteht, sondern immer die positive Richtung beibehält. Während die Anordnung *r't* die schon beobachteten Oscillationen zeigte, gab die Anordnung *rt* immer positive Ausschläge. In der geschlossenen secundären Spirale kommen also keine aus alternirenden Strömen bestehenden Oscillationen zu Stande.

Sehr deutlich ergiebt sich aus diesen Versuchen das Verhältnifs der Stromstärken in der secundären Spirale bei der Anordnung *r't* und *rt*. Die Stromstärke der ersten Oscillation von *r't* ist bedeutend gröfser als die der Anordnung *rt* zu derselben Zeit, dann aber nehmen die Oscillationen schnell an Höhe ab, während der Oeffnungsinductionsstrom der Anordnung *rt* nur langsam von seiner Höhe auf Null herabsinkt, nachdem er ziemlich schnell sein Maximum erreicht hatte. Im Versuch 4 befindet sich das Maximum dieses Stromes 0,0002″ Sec. nach der Oeffnung des primären Kreises. Die Dauer dieses Stromes ist, wie man sieht, ziemlich beträchtlich, denn es konnten noch 0,002 bis 0,003 Sec. nach dem Momente der Oeffnung schwache Ausschläge im Sinne dieses Stromes beobachtet werden.

Sehr auffallend ist nun ferner, dafs die Curve des Oeffnungsstromes in der geschlossenen Spirale ganz deutliche

kleinere Maxima und Minima in ihrem Verlaufe zeigt. Fast regelmäfsig finden wir in den angeführten Versuchen von einem Theilstrich zum andern ein mäfsiges Auf- und Abschwanken der Stromstärke. Diese Erscheinung kann wohl nicht durch Beobachtungsfehler bedingt seyn, da wir sehen werden, dafs unter anderen Bedingungen dieselbe nicht eintritt. Wir erkennen daraus, dafs auch bei dieser Anordnung ein oscillatorischer Vorgang in der secundären Spirale stattfindet, der sich durch Oscillationen der Stromstärke kund giebt. Die Maxima und Minima derselben liegen im Mittel 0,0001″ von einander ab. Aber zu Oscillationen von alternirender Richtung kommt es unter den gegebenen Umständen nicht.

Helmholtz hat aus seiner Theorie (s. l. c. S. 31) den Schlufs gezogen, dafs auch, wenn die secundäre Spirale durch einen Leiter von grofsem Widerstande, z. B. durch einen Nerven, geschlossen ist, Oscillationen stattfinden müfsten. Aus den angeführten Versuchen sieht man, dafs Oscillationen der Stromstärke auch schon bei geringerem Widerstande zu beobachten sind, und da diese Oscillationen offenbar dieselbe Ursache haben wie die alternirenden Oscillationen der offenen Spirale, so ist es wohl möglich, dafs sie bei Vergröfserung des Widerstandes im Kreise der secundären Spirale immer stärker auftreten. Man kann sich vorstellen, dafs, wenn der Widerstand im Kreise der secundären Spirale wächst, dann die Curve des Oeffnungsschlages sich immer mehr der Form der Curve Fig. 2 Taf. IV nähert, bis sie schliefslich bei unendlich grofsem Widerstande in die letztere übergeht. Ich habe die Absicht, in der Fortsetzung dieser Versuche durch Einführung von Flüssigkeiten in den Kreis der secundären Spirale diesen Punkt experimentell zu erledigen.

Zunächst wandte ich mich nun zu anderweitigen Versuchen, um die Bedingungen, unter denen die alternirenden Oscillationen zu Stande kommen, noch weiter zu verfolgen. In den bisherigen Versuchen wurde der Kreis der primären Spirale vollständig geöffnet, so dafs der Strom in dieser sehr schnell unter Bildung eines Funkens auf Null herabsank. Ich legte mir nun die Frage vor, wie der Vorgang sich ge-

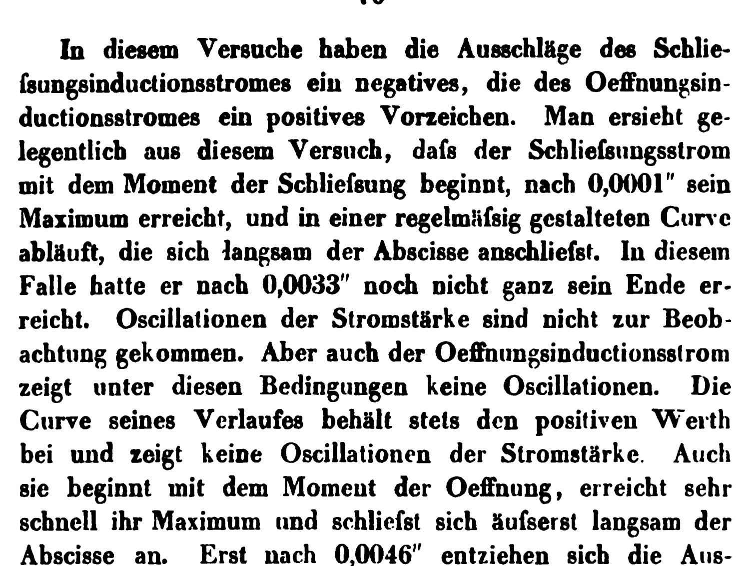
stalten würde, wenn man die Bedingung einführt, dafs der Strom der primären Spirale nicht plötzlich, sondern langsamer ohne Bildung eines Funkens verschwindet. Man erreicht diefs bekanntlich, wenn man zum Kreise der Spirale eine Nebenschliefsung anbringt. Es wurden also die Enden der secundären Spirale mit zwei Kupferplatten verbunden, welche in Kupfervitriollösung eintauchten. Im Uebrigen blieb die Anordnung dieselbe wie sie in Fig. 1 Taf. IV dargestellt ist.

Versuch 1. 2 Grove.

$$Sch_1 = 0{,}950$$
$$Sch_2 = 0{,}916.$$

Sch	*A*	*Sch*	*A*
0,952	0	0,945	—116
0,951	0	...4	—110
0,950	— 26	...2	— 98
0,949	—161	...0	— 63
0,948	—138	...8	— 60
...7	—129	...5	— 49
...6	—127	...2	— 38

Sch	*A*	
0,929	— 28	
...6	— 24	$UF = 23{,}5$
...3	— 16	
...0	— 11	$5\,UF = 119\,U$
..17	— 10	
..14	+ 32	
..11	+132	
..08	+ 98	
...5	+ 72	
...2	+ 63	
0,899	+ 46	
...6	+ 31	
...3	+ 22,5	
0,890	+ 17,5	
0,887	+ 13	
...4	+ 10	
...1	+ 7,5	
0,878	+ 6	
0,875	+ 4	
0,870	+ 2,5	
0,860	0	
0,850	0	
.	.	
.	.	



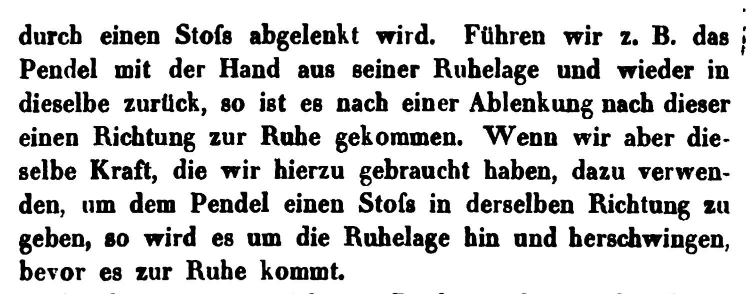
In diesem Versuche haben die Ausschläge des Schliefsungsinductionsstromes ein negatives, die des Oeffnungsinductionsstromes ein positives Vorzeichen. Man ersieht gelegentlich aus diesem Versuch, dafs der Schliefsungsstrom mit dem Moment der Schliefsung beginnt, nach 0,0001″ sein Maximum erreicht, und in einer regelmäfsig gestalteten Curve abläuft, die sich langsam der Abscisse anschliefst. In diesem Falle hatte er nach 0,0033″ noch nicht ganz sein Ende erreicht. Oscillationen der Stromstärke sind nicht zur Beobachtung gekommen. Aber auch der Oeffnungsinductionsstrom zeigt unter diesen Bedingungen keine Oscillationen. Die Curve seines Verlaufes behält stets den positiven Werth bei und zeigt keine Oscillationen der Stromstärke. Auch sie beginnt mit dem Moment der Oeffnung, erreicht sehr schnell ihr Maximum und schliefst sich äufserst langsam der Abscisse an. Erst nach 0,0046″ entziehen sich die Ausschläge der Beobachtung.

Trotzdem also in diesem Falle die secundäre Spirale offen war, so traten doch weder bei Schliefsung noch bei Oeffnung des primären Kreises Oscillationen auf. Ich verschiebe die Frage, wie der Strömungsvorgang unter diesen Umständen sich in einer geschlossenen secundären Spirale gestaltet, auf spätere Versuche und suche zunächst die Entstehung der Oscillationen weiter zu verfolgen. Wir haben bisher gesehen, dafs zum Auftreten der alternirenden Oscillationen in der secundären Spirale zwei Bedingungen nothwendig sind: erstens mufs die secundäre Spirale offen seyn, und zweitens mufs der Oeffnungsvorgang in der primären Spirale plötzlich stattfinden. Verzögern wir den Abfall des Stromes in der primären Spirale, indem wir sie durch eine Nebenschliefsung dauernd geschlossen halten, so entstehen keine Oscillationen in der offenen secundären Spirale. Wir haben ferner gesehen, dafs auch in der geschlossenen secundären Spirale zwar keine alternirenden Oscillationen, aber doch Oscillationen der Stromstärke entstehen, sobald nur der Oeffnungsvorgang in der primären Spirale ein plötzlicher ist. Da wir nun zwischen den alternirenden Oscillationen

und den nicht alternirenden keinen principiellen Unterschied machen können, vielmehr, wie wir annehmen müssen, die letzteren in die ersteren übergehen werden, wenn der Widerstand im Kreise der secundären Spirale allmählich wächst, so giebt es für das Auftreten von Oscillationen der secundären Spirale im Allgemeinen, nur die eine Bedingung, »dafs der Oeffnungsvorgang im primären Kreise ein plötzlicher sey«.

Man kann sich die Vorstellung machen, dafs beim Vorgange der Induction von einem Leiter auf den andern im inducirten Leiter die entgegengesetzte Elektricitäten von einander getrennt und in entgegengesetzten Richtungen getrieben werden. Ist nun die inducirende Kraft eine momentane, so wird ihre Wirkung gleichsam der eines Stofses ähnlich seyn. Unter solchen Umständen sehen wir, dafs die durch einen solchen Stofs aus ihrer Gleichgewichtslage gebrachten Elektricitäten nicht sofort zur Ruhe kommen. Ist der inducirte Kreis offen, so bemerken wir, dafs die nach der einen Richtung von einander getrennten Elektricitäten, da sie sich nach dieser Richtung hin nicht vereinigen können, gleichsam zurückprallen und die entgegengesetzte Richtung annehmen. Bei diesem Rückschwung aber, welcher der zweiten negativen Oscillation entspricht, schwingen die Elektricitätstheilchen wiederum über ihre Gleichgewichtslage hinaus, und so pendeln sie gleichsam in abwechselnd gerichteten Oscillationen um ihre Ruhelage hin und her, bis das Gleichgewicht wieder hergestellt ist. Ist dagegen die inducirende Kraft nicht eine momentane, sondern eine im Vergleich zur Geschwindigkeit der elektrischen Bewegung langsam wirkende, so werden die nach einer Richtung im offenen inducirten Leiter getrennten Elektricitäten auch langsam wieder in den Zustand des Gleichgewichts zurückkehren.

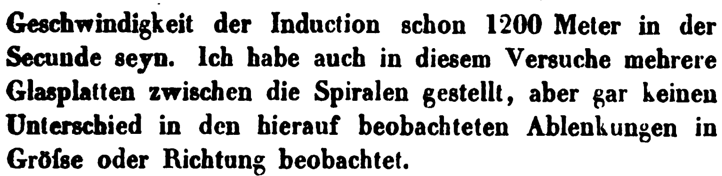
Um diesen Vorgang durch einen Vergleich anschaulich zu machen, der keineswegs eine Erklärung, sondern nur ein Bild für die Erscheinung der Oscillation geben soll, denke man sich ein Pendel, welches einmal durch eine continuirlich wirkende zu und abnehmende Kraft und ein andermal



durch einen Stofs abgelenkt wird. Führen wir z. B. das Pendel mit der Hand aus seiner Ruhelage und wieder in dieselbe zurück, so ist es nach einer Ablenkung nach dieser einen Richtung zur Ruhe gekommen. Wenn wir aber dieselbe Kraft, die wir hierzu gebraucht haben, dazu verwenden, um dem Pendel einen Stofs in derselben Richtung zu geben, so wird es um die Ruhelage hin und herschwingen, bevor es zur Ruhe kommt.

Noch auf einen wichtigen Punkt möchte ich bei dieser Gelegenheit aufmerksam machen. Hr. Blaserna will in seiner Abhandlung: »*Sullo sviluppo e la durata delle correnti d'induzione*« Palermo 1870, gefunden haben, dafs die Inductionswirkung sich von einer Spirale auf die andere mit merklicher Geschwindigkeit fortpflanze. Er findet bei der Fortpflanzung durch die Luft eine Geschwindigkeit von 270 Meter in der Secunde, und wenn sich zwischen den beiden Spiralen eine Schwefelscheibe von 1,2 bis 1,3 Centim. Dicke befand, so ergab sich eine Geschwindigkeit von nur 52 Meter. Diese Zahlen beziehen sich auf den Vorgang bei der Schliefsungsinduction. Bei der Oeffnung des primären Stromes soll sich die inducirende Wirkung schneller fortpflanzen, 550 Meter in der Secunde durch die Luft und beim Zwischenschieben einer Guttaperchascheibe soll sie auf 330 Meter herabsinken.

Ich mache nun auf den oben angeführten Versuch 8 aufmerksam, in welchem die beiden Rollen abwechselnd übereinander geschoben, und 12 Centim. von einander entfernt waren. Man sieht, dafs in beiden Fällen die Inductionswirkung mit dem Moment der Oeffnung beginnt, und dafs der Verlauf der ersten Oscillationen in beiden Fällen vollständig zusammen fällt. Wäre eine wahrnehmbare Zeit der Fortpflanzung vorhanden, so hätte sie beim Uebergang der ersten Oscillation in die entgegengesetzte am deutlichsten merkbar seyn müssen. Mit den angewandten Hülfsmitteln ist aber eine solche Zeit nicht zu constatiren; denn wenn der Zeitunterschied in beiden Fällen selbst einem Grad der Theilung des Apparates entspräche, so mufste die



Geschwindigkeit der Induction schon 1200 Meter in der Secunde seyn. Ich habe auch in diesem Versuche mehrere Glasplatten zwischen die Spiralen gestellt, aber gar keinen Unterschied in den hierauf beobachteten Ablenkungen in Gröfse oder Richtung beobachtet.

Ich kann die wesentlichen Differenzen zwischen meinen Versuchen und denen des Hrn. Blaserna in Bezug auf diesen Punkt und in Bezug auf den Verlauf der inducirten Ströme überhaupt, nur in dem Unterschied der angewendeten Apparate suchen. Hr. Blaserna benutzte einen Apparat, in welchem Metallfedern auf in Holz eingelegte Metallstücke schleifen. Dieser Contact scheint nicht genügend sicher zu seyn, und es ist sehr leicht möglich, dafs die Federn, sobald sie von Holz auf Metall übergehen, in Folge der veränderten Reibung springen und in Schwingungen gerathen.

§. 3.

Vorgang in der primären Spirale bei der Oeffnung des Stromes.

Um die Erscheinung der Oscillation weiter zu verfolgen, ging ich nun dazu über, den elektrischen Zustand der primären Spirale zu untersuchen, den sie bei der Oeffnung des Kettenstromes annimmt. Die Anordnung, deren ich mich bediente, ist in Fig. 3 Taf. IV abgebildet. Der Strom der Kette geht durch die Spirale und wird in q geschlossen und geöffnet. Der Contact d schliefst den zweiten Kreis der Spirale, in welchem sich die Bussole befindet, in beliebigen Zeitmomenten.

Versuch 11. 1 Daniell. Primäre Spirale des du Bois'schen Schlittenapparates. Galvanometerrolle von 20000 Windungen.

$Sch_1 = 0,9365$
$Sch_2 = 0,9120.$? 0,910.

Sch	*A*	*Sch*	*A*
0,912	+ 6	0,909	—60
0,911	+ 7	0,908	+10
0,910	—16	0,907	— 6

Sch	A	Sch	A
0,906	± +11	0,902	+1
0,905	−2	0,901	−1,5
0,904	+2	0,900	+0,5
0,903	−2,3		

$UF = 22{,}5$
$5\,UF = 119\,U$

Dauer der ersten negativen Oscillation (Extrastrom) = 0,0002″.

In diesen Versuchen, wie in den folgenden, sind diejenigen Ausschläge, welche vom Kettenstrome herrühren, mit + bezeichnet. So lange der Contact *d* in die Zeit der Schliefsung in *q* fällt, erhalten wir einen positiven Strom in der Richtung des Pfeiles 1 (Fig. 3), welcher ein Zweigstrom aus der Spirale ist. In dem Moment der Oeffnung aber erscheint ein starker Strom in negativer Richtung der nur kurze Zeit dauert. In diesem Versuche folgen nun noch einige kleine Oscillationen, bevor die elektrische Bewegung in der Spirale zur Ruhe kommt; sie sind aber gegen die erste negative Oscillation sehr schwach.

Sehr interessant ist nun das Verhalten des Oeffnungsfunkens in diesem Versuche. Der in *q* entstehende Oeffnungsfunke verschwindet nämlich, sobald der Contact in *d* in die Zeit seines Entstehens fällt. Schraubt man den Schieber langsam vor, so kommt ein Punkt, in welchem der Funke eben verschwindet, nun bleibt er eine kleine Strecke verschwunden oder ist doch sehr verkleinert, bis er bei weiterem Vorschieben wieder erscheint. Auf diese Weise gelingt es gleichsam den Funken in seinem Entstehen abzufangen, und man bemerkt, dafs sich während dieser Zeit in *d* der Rest des abgefangenen Funkens bildet. So kann man an der Theilung die Zeit der Funkenbildung genau ablesen, und man findet, dafs diese Zeit mit der Dauer der ersten negativen Oscillation genau zusammenfällt. Bei *Sch* = 0,910 — 0,909 war der Funke in *q* verschwunden und erschien wieder bei 0,908. Bei allen anderen Stellungen des Schiebers war er natürlich vorhanden.

Die erste negative Oscillation ist nun, wie man sieht, nichts Anderes als der sogenannte Oeffnungsextrastrom der

Spirale. Er besitzt in der Spirale dieselbe Richtung wie der Kettenstrom, er tritt also durch den Contact *d* in der Richtung des Pfeiles 2, und durchströmt die Bussole in entgegengesetzter Richtung als der Kettenstrom. Kann sich dieser Strom nicht durch eine Nebenleitung zur Spirale abgleichen, so erzeugt er in *q* den Oeffnungsfunken. Wird ihm aber durch den Contact *d* ein Nebenweg geboten, so gleicht er sich durch diesen ab und der Funke in *q* verschwindet.

Ich lasse zunächst noch einige Versuche dieser Art folgen. In diesen ist für die Rolle von 20000 Windungen in die Bussole eine Thermo-Rolle von wenig Windungen aus dickem Drahte eingesetzt, weil diese dem Widerstande der primären Spirale ungefähr entspricht.

Versuch 20. Kette 1 Daniell. Zwischen die Punkte *rt* (Fig. 3 Taf. IV) ist das Rheochord eingeschaltet. Rheochordlänge 20 Cm.

$$Sch_2 = 0,9339.$$

Sch	Constante Ablenkung	
0,9360	+ 79	
0,9350	+ 79	
0,9340	+ 74	
0,9339	± schwankend	Funke in *q* verschwunden
0,9336	—246	
0,9335	—476	
0,9332	—226	
0,9380	— minimum	
0,9325	0	
.	.	
.	.	
.	.	
.	.	
.	0	

$$UF = 24,8$$
$$5\,UF = 112\,U$$

Dauer des Extrastroms = 0,00009′

Versuch 21. 1 Daniell ohne Rheochord.
$Sch_2 = 0,9345 - 0,9350$.

Sch	A	
0,9350	— über die Sk.	Funke in q verschwunden
0,9345	— » » »	
0,9343	— » » »	
0,9340	— 200	

$UF = 24,8$
$UF = 112\,U$

Versuch 22. 1 Daniell.
$Sch = 0,9335 - 0,9340$.

Sch	A	Sch	A	
0,9290	0	0,9315	— über die Sk.	Funke geschwächt
0,9295	0	0,9320	— » » »	» verschwunden
0,9300	0	0,9325	— » » »	» geschwächt
0,9305	0	0,9330	—633	
0,9309	— minim.	0,9335	—498	
0,9310	—254	0,9340	+367	

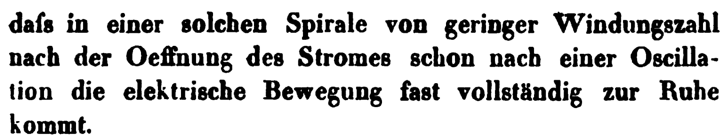
$Sch_2 = 0,9335$
$UF = 24,5$
$5\,UF = 112\,U$

Dauer des Extrastroms $= 0,00026''$

Versuch 23. 1 Daniell und Rheochord 10 Cm.

Sch	Constante Ablenkung	.
0,9380	+ 51	$Sch_2 = 0,9366$
0,9370	+ 45	$- 0,9355$
0,9360	+ 40	$UF = 24,5$
0,9355	+ 35	$5\,UF = 112\,U$
0,9350	—260	
0,9345	0	
0,0340	0	
.	0	
.	.	
.	.	
.	.	
.	.	
.	.	

In diesen Versuchen sehen wir den Extrastrom stets mit dem Momente der Oeffnung auftreten, indem er als eine nach negativer Richtung erfolgende Oscillation erscheint. Auf dieselbe folgten keine noch durch die Beobachtung merklichen Oscillationen, und es geht also daraus hervor,



dafs in einer solchen Spirale von geringer Windungszahl nach der Oeffnung des Stromes schon nach einer Oscillation die elektrische Bewegung fast vollständig zur Ruhe kommt.

Wenn wir die Dauer des Extrastroms und die entsprechende Dauer des Funkens in den einzelnen Versuchen vergleichen, so finden wir, dafs stärkere Ströme, die einen gröfseren Funken erzeugen, auch einen etwas länger dauernden Extrastrom entstehen lassen. Im Mittel war bei stärkerer Funkenbildung die Dauer des Extrastroms $\frac{2}{10000}$ Sec. Bei schwächeren Strömen und kleinen Funken war die Dauer des Extrastroms $\frac{1}{10000}$ bis $\frac{1}{20000}$ Sec. Man sieht also, dafs die Funkenbildung von Einflufs auf die Dauer des beobachteten Strömungsvorganges ist. Wenn aber der Funken klein gemacht wird, so nähert sich die Dauer des Extrastromes der Dauer einer Oscillation, wie sie die inducirte Spirale zeigt. Fig. 4 Taf. IV zeigt den in diesen Versuchen beobachteten Vorgang graphisch dargestellt. *hh* sey die Höhe des von der Kette herrührenden Stromes, so erscheint im Moment der Oeffnung *o* ein in der Bussole nach negativer Richtung fliefsender Strom *p* von der angegebenen Dauer. Hiernach schliefst sich die Curve *hpr* der Abcisse an oder macht nur sehr unbedeutende schwache Oscillation, die sich in den meisten Fällen unter den gegebenen Bedingungen der Beobachtung entziehen.

Es war nun zu vermuthen, dafs wenn man zu diesen Versuchen statt der primären Spirale des du Bois'schen Schlittenapparates, die nur wenig Windungen enthält, eine Spirale von grofser Windungszahl anwendet, dann auf die erste dem Extrastrome entsprechende Oscillation noch andere deutlich zu beobachtende und mefsbare Oscillationen folgen werden. Die Vermuthung bestätigte sich vollkommen, als ich in die Anordnung der zuletzt beschriebenen in Fig. 3 Taf. IV dargestellten Versuche die secundäre Spirale eines du Bois'schen Schlittenapparates, welche 6894 Windungen zählt, einfügte. Ich setzte ferner in diesen Versuchen in die Bussole die Rolle von 20000 Windungen ein.

Versuch 24. 1 Daniell.

Sch	*A*	*Sch*	*A*
0,9370	+ 11	0,9345	—26
0,9365	±	0,9340	+24
0,9360	— 94	0,9335	- 36
0,9355	—104	0,9330	+17
0,9350	+127	0,9325	+10

Sch	*A*	
0,9320	—21	
0,9315	+21	$Sch = 0{,}9365$
0,9310	+14	
0,9305	— 9	$UF = 24$
0,9300	—15	$5\,UF = 112\,U$
0,9295	+ 4	
0,9290	+ 6	
0,9285	0	

Versuch 27. 1 Daniell.

Sch	*A*	*Sch*	*A*
0,9360	+ 16	.	.
0,9350	+ 15	.	.
0,9345	—251	.	.
0 9340	—245	.	.
0,9335	— 64	0,9290	+23
0,9334	+214	0,9285	—14
0,9330	—125	0,9280	+30
0,9325	— 73	.	.
0,9322	+ 97	.	.
0,9320	+ 48	.	.
0,9318	— 74	0,9250	+ 5
0,9315	+ 56	0,9245	— 4

$Sch_2 = 0{,}9345$

$UF = 22$ $5\,UF = 128\,U$

Versuch 28. 1 Daniell.

Sch	*A*	*Sch*	*A*
0,9405	+ 17	0,9365	+17
0,9400	—193	0,9360	±
0,9395	—171	.	.
0,9390	—134	.	.
0,9385	+ 58	.	.
0,9380	— 33	.	.
0,9375	+ 37	0,9300	+ 2
0,9370	— 15	0,9295	— 2

$Sch_2 = 0{,}9400$

$UF = 22{,}5$ $5\,UF = 128\,U.$



Aus diesen Versuchen erkennt man nun, dafs in einer primären Spirale von gröfserer Windungszahl nach der Oeffnung des Stromes die elektrische Bewegung erst nach einer gröfseren Anzahl von alternirenden Oscillationen zur Ruhe kommt. Diese Oscillationen stimmen in ihrer Erscheinung ganz mit denen überein, welche in einer offenen secundären Spirale bei der Oeffnung des primären Stromes auftreten. Der zeitliche Verlauf der bei diesem Vorgang an der Bussole wahrgenommenen Ströme ist in Fig. 5 Taf. IV dargestellt. *hh* bedeutet wiederum die Stärke des vom Kettenstrome während des Schlusses in *q* abgeleiteten Stromzweiges. In dem Momente der Oeffnung *o* beginnt die dem Extrastrom entsprechende erste Oscillation, welche an der Bussole Ausschläge nach negativer Richtung erzeugt. Dann folgen alternirend die Oscillationen in positiver und negativer Richtung, indem sie an Stärke abnehmen und schliefslich sich der Beobachtung entziehen. Wenn zuweilen in den angeführten Versuchen Ausschläge nachfolgender Oscillationen gröfser erscheinen als die vorhergehenden, so kann diefs nur daher kommen, dafs es nicht immer gelingt die Maxima derselben genau zu treffen. Berechnen wir ferner, abgesehen von der ersten Oscillation, die Zeitdauer derselben, so finden wir im Mittel wiederum hierfür den Werth von $\frac{1}{20000}''$. Nur die erste Oscillation dauert länger und hat in diesen Versuchen den Werth von $\frac{1}{10000}''$, trotzdem bei der Oeffnung in *q* wegen der geringen Stromstärke kein bei Tageslicht sichtbarer Funke entstand. Diefs kommt wohl daher, dafs auch abgesehen von der Funkenbildung der Vorgang der Oeffnung bei dieser Versuchsart kein absolut momentaner seyn kann.

Es war nun nothwendig, diesen zuletzt beobachteten Vorgang in der offnen primären Spirale mit dem Vorgang in der geschlossenen primären Spirale zu vergleichen. In die Anordnung von Fig. 3 Taf. IV wurde daher zwischen die Punkte *r't'* das Rheochord eingeschaltet, so dafs die Spirale durch dieses dauernd geschlossen war.

Versuch 25. Spirale von 6894 Windungen. 1 Daniell. Rheochord-Länge gleich 40 Meter. Rolle von wenig Windungen in der Bussole.

$Sch = 0{,}930$.

Sch	A	
0,931	+565	$UF = 22$
0,930	+221	$5\,UF = 128\,U$
0,929	— 15	
0,928	— 13	
0,927	— 7	
0,926	— 8	
0,925	— 9	
0,924	— 4	
0,923	— 6,5	
0,922	— 6	
0,921	— 3	
.	.	
.	.	
.	.	
.	.	
0,910	— 2	

Versuch 26. Primäre Spirale des Schlittenapparates. 1 Daniell. Rheochordlänge 2 Meter.

Sch	A	Sch	A
0,9310	+130	0,9240	—46
0,9300	—206	0,9230	—27
0.9290	— über die Sk	0,9220	— 17
0,9280	- 246	0,9210	— 7
0,9275	- 283	0,9200	— 3,5
0,9270	—216	0,9180	— 2
0,9265	—113	0,9150	0
0,9260	— 99		
0,9255	—107		
0,9250	— 82		

$Sch_1 = 0{,}9307$

$UF = 22.$ $\quad 5\,UF = 128\,U.$

Aus diesen Versuchen geht nun hervor, daſs in der geschlossenen Spirale bei Oeffnung des Stromes keine alternirenden Oscillationen auftreten. Auch Oscillationen der Stromstärke sind nicht mit Sicherheit beobachtet, vielmehr zeigt der im Moment der Oeffnung beginnende Extrastrom, der durch die Bussole in negativer Richtung flieſst, eine



Curve des Verlaufes, die nach $\frac{1}{10000}''$ ihr Maximum erreicht, dann etwas schnell und zuletzt sehr langsam sich der Abcisse nähert. Die Dauer des Extrastromes betrug 0,0015 bis 0,002″.

§. 4.

Das in den letzten Versuchen erhaltene Resultat, in welchem wir den Verlauf des Oeffnungsextrastromes in der geschlossenen Spirale beobachtet haben, stimmt vollständig mit dem überein, was Helmholtz theoretisch und experimentell über den Verlauf dieses Stromes ermittelt hat [1]). Denken wir uns theoretisch den einfachsten Fall, dafs in einem geschlossenen Kreise, der durch eine Kette und eine Spirale gebildet wird, in einem gegebenen Moment plötzlich die elektromotorische Kraft der Kette Null wird, so kann sich der entstehende Oeffnungsextrastrom durch die geschlossene Leitung von unverändertem Widerstande gleichen. Bezeichnen wir nach Helmholtz die elektromotorische Kraft der Kette mit E, den Widerstand der ganzen Leitung mit W und das Potential der Spirale auf sich selbst mit P, so ist die Intensität i des Oeffnungsextrastroms zur Zeit t:

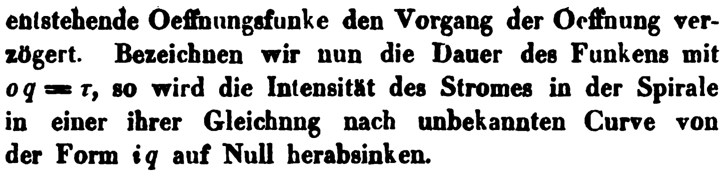
$$i = \frac{E}{W} \cdot e^{-\frac{W}{P} \cdot t}$$

und die Gesammtintensität desselben

$$O = \frac{E \cdot P}{W^2}.$$

In Fig. 6 Taf. IV sey über der Abcisse der Zeit oe' die Intensität des Kettenstromes ii verzeichnet, so verläuft in dem Moment o, in welchem der Kettenstrom verschwindet, der Oeffnungsextrastrom in der Curve iee'. Wenn aber der Kreis der Spirale nicht geschlossen bleibt, sondern im Moment o die Leitung an einem Punkte unterbrochen wird, so sollte in der Spirale die Stromintensität momentan von i auf o fallen. Diefs ist aber in Wirklichkeit nicht der Fall, weil der

1) Pogg. Ann. Bd. LXXXIII, S. 505. 1851.



entstehende Oeffnungsfunke den Vorgang der Oeffnung verzögert. Bezeichnen wir nun die Dauer des Funkens mit $oq = \tau$, so wird die Intensität des Stromes in der Spirale in einer ihrer Gleichung nach unbekannten Curve von der Form iq auf Null herabsinken.

Wenn wir nun auf den in Fig. 5 dargestellten Versuch zurückgehen, so haben wir hier denjenigen Fall vor uns, in welchem die Leitung des Kreises unterbrochen wird. Die Spirale ist nicht dauernd geschlossen, aber sie kann in jedem Moment durch den Contact d momentan geschlossen werden. Wir können uns daher berechnen, was eintreten mufs, wenn für einen beliebigen Moment innerhalb der Zeit τ die Spirale geschlossen ist.

Wenn wir die Intensität des absinkenden Stromes iq zur Zeit t mit i bezeichnen, so ist die elektromotorische Kraft der Induction in diesem Moment $= - P . \frac{di}{dt}$ und wenn wir annehmen, dafs der Widerstand des zur Zeit t geschlossenen Kreises der Spirale gleich dem Widerstand W des kurz vorher geöffneten Kreises der Kette und Spirale ist, so ist die Intensität des im Moment t inducirten Stromes

$$J' = - \frac{P}{W} \frac{di}{dt}.$$

Nun kann man sich vorstellen, dafs für jeden Moment innerhalb der Zeit τ ein solcher Werth für J' existirt.

Der Versuch von Fig. 3 Taf. IV zeigt auch, dafs man annähernd diese Werthe einzeln erhält, wenn man den Contact d innerhalb der Zeit τ verschiebt. Aber diese Werthe können niemals zugleich existiren; denn wenn die Spirale innerhalb der ganzen Zeit τ geschlossen wäre, so müfste die Intensität i bis zum Moment q (Fig. 10 Taf. II) in der Curve iee' verlaufen.

Wenn man nun die Summe der in dem Zeitraum τ unter den angegebenen Bedingungen entstehenden Intensitäten berechnet, so hat man die Gesammtintensität der ersten Oscillation

$$\int_0^\tau J' dt = -\frac{p}{W}\int_{\frac{E}{W}}^0 di$$

$$\text{und} \int_0^\tau J' dt = \frac{p.E}{W^2}.$$

»Die Gesammtintensität der ersten Oscillation ist also bei gleichen Widerständen im Kreise der Spirale gleich der Gesammtintensität des Oeffnungsextrastromes in der geschlossenen Spirale.«

In Fig. 6 entsprach die Curve *opq* der ersten Oscillation von Fig. 4 und Fig. 5. Sie ist hier positiv genommen, weil sie in der Spirale selbst dieselbe Richtung hat wie der Kettenstrom. Der Flächeninhalt von *opq* mufs also nach der oben geführten Rechnung gleich dem Flächeninhalt von *oiee'* seyn.

Aus diesen Betrachtungen wird uns nun zunächst die Bedeutung der ersten Oscillation, wie sie in Fig. 5 und Fig. 2 dargestellt ist, vollständig klar. In dem Fall von Fig. 5 handelt es sich um den Vorgang in der offenen primären Spirale, in Fig. 2 um denselben Vorgang in der offenen secundären Spirale. Für beide Spiralen gelten hier dieselben Formeln, und es wird uns daher verständlich, dafs die ersten Oscillationen von Fig. 5 und Fig. 2 sich in Dauer und Verlauf einander vollkommen entsprechen.

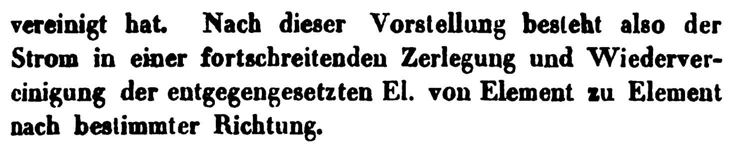
Wenn nun die oben angewandten Formeln des Inductionsgesetzes richtig sind, so ist es klar, dafs nach dem Ende des Funkens weder in der offenen primären, noch secundären Spirale eine elektrische Bewegung stattfinden könnte. Diefs ist auch nahezu der Fall, wenn wir den Zustand einer Spirale von wenig Windungen darauf hin untersuchen, z. B. die primäre Spirale des du Bois'schen Schlittenapparates, in der wir auf die erste dem Extrastrom entsprechende Oscillation keine erheblichen Oscillationen mehr folgen sahen. Anders dagegen in einer Spirale mit



vielen Windungen Hier sehen wir auch nach dem Ende des Funkens die elektrische Bewegung noch fortdauern, indem sich alternirende Oscillationen bilden, welche immer schwächer werdend erst nach verhältnifsmäfsig beträchtlicher Zeit sich der Beobachtung entziehen.

Es möchte mir erlaubt seyn, zum Schlufs dieser Abhandelung eine Betrachtung mitzutheilen, die, wie ich glaube, im Stande ist, den Vorgang der Oscillation anschaulich zu machen. Wir gehen dabei von dem einfachen Falle aus, dafs in einem Element eines Leiters durch momentane Induction ein Strom erzeugt wird und wollen sehen, unter welchen Voraussetzungen in dem offenen Leiter eine oscillirende Bewegung der elektrischen Massen möglich ist.

Wenn wir Fig. 7 Taf. IV einen Leiter *ll* haben und ihn in einzelne Elemente 1, 2, 3, ... zerlegen, so können wir uns denken, dafs, so lange er von keinem Strome durchflossen ist, die positiven und negativen Elektricitäten in jedem Elemente mit einander vereinigt sind und sich im Ruhezustande befinden. Sobald aber durch den Leiter, der zum Kreise geschlossen sey, ein Strom in der Richtung des Pfeiles geht, so kann man sich vorstellen, dafs sich die positiven Elektricitäten nach der einen Richtung, die negativen nach der anderen Richtung wenden. Nun müssen wir analog der Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten im Eisen die Voraussetzung machen, dafs die Elektricitätstheilchen nicht ein Continuum bilden, sondern dafs sie von Element zu Element getrennt vertheilt sind. Daher mufs denn bei der Bewegung der Elektricität durch den Strom auch ein Zustand des Leiters *ll* eintreten, in welchem die Elektricitäten jedes Elementes die in Fig. 8 Taf. IV abgebildete Stellung haben. In diesem Moment haben sich die Elektricitäten jedes Elementes von einander getrennt, aber sie haben sich noch nicht mit den entgegengesetzten Elektricitäten der nächsten Elemente wieder vereinigt. Diesen Moment der Vereinigung stellt Fig. 9 dar, wo die positive Elektricität von Element 1 sich mit der negativen von Element 2 usw.



vereinigt hat. Nach dieser Vorstellung besteht also der Strom in einer fortschreitenden Zerlegung und Wiedervereinigung der entgegengesetzten El. von Element zu Element nach bestimmter Richtung.

Wenden wir nun diese Anschauung auf die Erscheinung der Induction an. Es sey (Fig. 10) ein Element 1 gegeben, dessen Elektricitäten sich im Ruhezustande befinden. Wenn auf dasselbe eine momentane Induction eingewirkt hat, so wird es nach bestimmter Zeit den Zustand 2 annehmen, wenn sich die El. in der Richtung der Pfeile bewegen. Ist in diesem Moment das Element zu einem Kreise geschlossen, so ist der Vorgang derselben wie in Fig. 8 und 9, indem sich die getrennten El. mit denen der nächsten Elemente wieder vereinigen und demnach sofort zur Ruhe kommen. Ist aber das Element in diesem Moment nicht geschlossen, so kann keine Vereinigung in der Richtung der Bewegung stattfinden, und es bleibt keine andere Möglichkeit übrig, als daſs die El. wieder in ihre frühere Ruhelage zurückschwingen. Es muſs demnach ein Moment 3 eintreten, in welchem sich die El. wieder in der entgegengesetzten Richtung mit einander vereinigt haben. Vergleichen wir nun diese Vorstellung mit den beobachteten Thatsachen, so erblicken wir in dem Moment 2 den Strom der ersten Oscillation, welcher dem Inductionsstrom bei geschlossenem Leiter gleichgerichtet ist, und in dem Moment 3 erkennen wir die zweite Oscillation von entgegengesetzter Richtung.

Somit hätten wir aus den vorstehenden Annahmen für das Entstehen der zwei ersten Oscillationen eine Erklärung gefunden. Da wir aber sehen, daſs in einer Spirale von vielen Windungen weit mehr Oscillationen entstehen, so müssen wir noch zu einer anderen Annahme greifen. Wir müssen nämlich annehmen, daſs die El.-Theilchen bei ihrem Rückschwung in die Stellung 3 über ihre Gleichgewichtslage hinausgehen. Dann tritt ein Zustand 4 ein, in welchem die zweite Oscillation ihr Ende erreicht und eben die dritte Oscillation beginnt. So pendeln die El.-Theilchen in immer



schwächer werdenden Schwingungen um ihre Gleichgewichtslage, bis sie in dieser zur Ruhe kommen. Eine jede Schwingung entspricht nach dieser Darstellung einer Oscillation.

Wir haben mit dieser Annahme den El.-Theilchen eine Eigenschaft vindicirt, die man bisher nur den körperlichen Massen zugeschrieben hat, nämlich *Trägheit.* Nur wenn die El.-Theilchen Trägheit besitzen, ist es denkbar, dafs sie bei der Rückkehr in die Gleichgewichtslage über dieselbe hinausschwingen, ebenso wie ein Pendel, das um die Ruhelage schwingt. Die Elongation dieser Schwingungen mufs ferner an Gröfse abnehmen, indem wir den elektrischen Widerstand eines jeden Leiters gleichsam als eine innere Reibung zu betrachten haben, durch welche die Bewegung vernichtet wird. Als Aequivalent der verschwundenen elektrischen Bewegung mufs dann in diesem Falle Wärme auftreten, und es wäre daher zu untersuchen, wie es sich mit der Erwärmung eines nicht geschlossenen inducirten Leiters verhält.

Nach der eben entwickelten Ansicht ist nun die Erscheinung der Oscillation ein Vorgang, der in jedem Element der inducirten Spirale abläuft. Man darf nicht annehmen, dafs die entgegengesetzten El. zuerst an die Enden der Spirale getrieben werden, dann zurücklaufen durch die ganze Länge der Spirale, um den anderen Pol derselben zu erreichen und so mehremale hin und her schwanken, sondern man mufs sich denken, dafs die in Fig. 10 Taf. IV dargestellte Schwingung der El. in jedem Element der Spirale vorsichgeht. Wenn z. B. Fig. 8 den Leiter einer Spirale vorstellt, der nicht geschlossen ist, so wird in dem dargestellten Moment der Pol bei 7 positiv und der bei 1 negativ geladen seyn. Tritt nun in jedem Element die Oscillation ein, so wird nach Vollendung derselben der Pol bei 1 positiv bei 7 negativ sein, und so geht der Vorgang periodisch bis zum Erlöschen weiter.

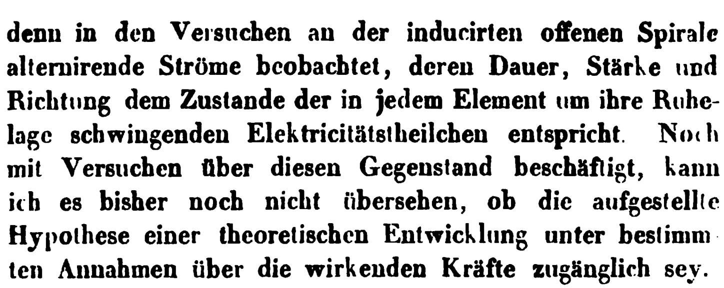
Wollte man annehmen, dafs bei dem Vorgange der Oscillation die Elektricitäten von einem Pole der Spirale

zum entgegengesetzten hin und herwandern, so müfste die Dauer einer Oscillation mit der Zeit der Fortpflanzung durch die Spirale übereinstimmen. Nun besitzt die angewandte Spirale von 6894 Windungen höchstens 1000 Meter Drahtlänge, und wenn wir die Oscillation zu $\frac{1}{20000}''$ annehmen, so erhielten wir eine Geschwindigkeit von 2800 Meilen. Das kann aber nach unserem jetzigen Wissen von der Geschwindigkeit der El. unmöglich die Zeit der Fortpflanzung der El. durch die Spirale seyn.

Die Dauer der Oscillation ist also nach unserer Vorstellung nicht abhängig von der Länge der Spirale, sie selbst besteht nicht in einer Fortpflanzung elektrischer Flüssigkeit von einem Pol der Spirale zum anderen, sondern sie vollzieht sich gleichmäfsig in jedem Elemente der Spirale. Wir können daher diese Anschauung in dem Satze zusammenfassen:

»Die Dauer einer Oscillation ($\frac{1}{20000}''$) ist diejenige Zeit, in welcher die entgegengesetzten Elektricitäten in einem Element eines Leiters *eine* Schwingung um ihre Gleichgewichtslage vollenden.«

Wenn wir nun die oben ausgesprochene Hypothese auf unsere Versuche anwenden, so werden, wie mir scheint, die beobachteten Resultate der Anschauung in erheblichem Grade näher gerückt. Haben wir eine offene Spirale, so entsteht in dieser durch momentane Induction der angenommene Oscillationsvorgang in jedem Elemente ihrer Leitung. Wird nun zu irgend einer Zeit, während der Dauer dieses Vorganges, der Kreis der Spirale geschlossen, so hört in diesem Moment der Oscillationsvorgang als solcher auf und es entsteht stattdessen ein Strömungsvorgang. Die Richtung und Stärke dieses Stromes ist abhängig von der Richtung und der Geschwindigkeit der Electricitätstheilchen in diesem Moment. Dann findet kein Rückschwung der Theilchen mehr statt, sondern es tritt ein Austausch der El. von Element zu Element ein, wie wir den Strömungsvorgang in Fig. 7 bis 9 dargestellt haben. Daher haben wir



denn in den Versuchen an der inducirten offenen Spirale alternirende Ströme beobachtet, deren Dauer, Stärke und Richtung dem Zustande der in jedem Element um ihre Ruhelage schwingenden Elektricitätstheilchen entspricht. Noch mit Versuchen über diesen Gegenstand beschäftigt, kann ich es bisher noch nicht übersehen, ob die aufgestellte Hypothese einer theoretischen Entwicklung unter bestimmten Annahmen über die wirkenden Kräfte zugänglich sey.

Heidelberg, Anfangs August 1870.

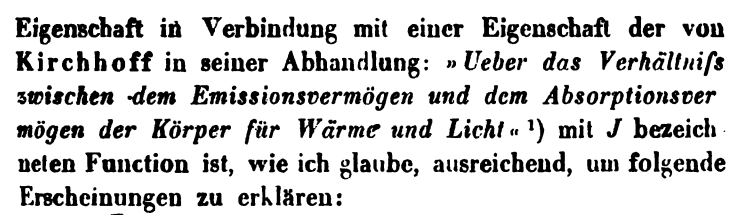
IV. *Ueber den Einfluſs der Dichtigkeit und Temperatur auf die Spectra glühender Gase; von F. Zöllner.*

(Mitgetheilt vom Verf. aus d. Berichten d. königl. sächs. Gesellschaft d. W.)
Sitzung vom 31. October 1870.

1.

Jeder gasförmige Körper kann mit Rücksicht auf die von ihm ausgesandten Strahlen in zwei, scheinbar von einander wesentlich verschiedenen Zuständen existiren. In dem einen lassen sich die Strahlen in ein sogenanntes *discontinuirliches* Spectrum mit stark hervortrenden Maximis der Helligkeit, in dem andern Zustande in ein *continuirliches* Spectrum ausbreiten.

Beide Zustände sind analog den Aggregatzuständen, nur Functionen des Druckes und der Temperatur. Durch die Untersuchungen von Frankland, Wüllner u. A. ist erwiesen, daſs im Allgemeinen durch Steigerung der Temperatur und des Druckes der *spectral discontinuirliche Zustand* in den *spectral-continuirlichen Zustand* übergeht. Beiden Zuständen gemeinsam ist jedoch die *Transparenz des glühenden Körpers* und eine genauere Berücksichtigung dieser



Eigenschaft in Verbindung mit einer Eigenschaft der von **Kirchhoff** in seiner Abhandlung: »*Ueber das Verhältnifs zwischen dem Emissionsvermögen und dem Absorptionsvermögen der Körper für Wärme und Licht*«[1]) mit J bezeichneten Function ist, wie ich glaube, ausreichend, um folgende Erscheinungen zu erklären:

1. Die Verbreiterung der Linien discontinuirlicher Gasspectra durch Steigerung des Druckes.
2. Die Verwandlung eines discontinuirlichen Spectrums in ein continuirliches durch Steigerung des Druckes.
3. Die Continuität der Spectra glühender Körper im festen oder flüssigen Aggregatzustande.
4. Die Abhängigkeit des Intensitätsverhältnisses zweier Spectrallinien vom Druck.
5. Die Abhängigkeit der Spectra verschiedener Ordnung von der Temperatur.

2.

Es bezeichne:

E_λ eine homogene Lichtmenge von der Wellenlänge λ, welche von der Flächeneinheit einer ebenen, unendlich grofsen leuchtenden Gasschicht von der Einheit der Dicke senkrecht ausgestrahlt wird.

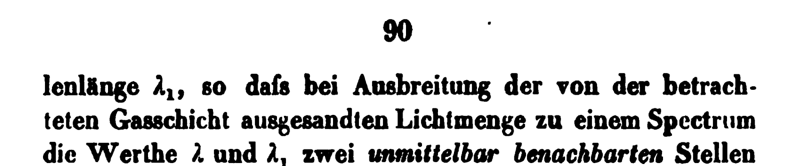
A_λ die von dieser Schicht absorbirte Lichtmenge von derselben Wellenlänge in Theilen der auffallenden Lichtmenge.

Denkt man sich nun eine beliebige Anzahl m solcher Schichten hintereinander befindlich und berechnet diejenige Lichtmenge E_{λ_m}, welche von der Flächeneinheit der auf diese Weise gebildeten Schicht von der Dicke m senkrecht ausgestrahlt wird, so erhält man hierfür den folgenden Ausdruck:

$$E_{\lambda_m} = \frac{1-(1-A_\lambda)^m}{A_\lambda} \cdot E_\lambda \quad . \; . \; . \quad (1)$$

Bezeichnen E_{λ_1} und A_{λ_1} die entsprechenden Gröfsen für eine von der obigen nur sehr wenig verschiedene Wel-

1) Pogg. Ann. Bd. CIX, S. 291 ff.



lenlänge λ_1, so dafs bei Ausbreitung der von der betrachteten Gasschicht ausgesandten Lichtmenge zu einem Spectrum die Werthe λ und λ_1 zwei *unmittelbar benachbarten* Stellen des Spectrums entsprechen, so hat man:

$$E_{\lambda_1, m} = \frac{1-(1-A_{\lambda_1})^m}{A_{\lambda_1}} E_{\lambda_1}.$$

Es bedarf nicht der besonderen Erwähnung, dafs im concreten Falle, wo die Breite der verglichenen Spectraltheile nicht unendlich klein seyn darf, die Werthe von λ und λ_1 als Mittelwerthe für die aneinander gränzenden schmalen Lichtstreifen im Spectrum aufzufassen sind.

Für das Helligkeitsverhältnifs dieser benachbarten Stellen des Spectrums erhält man demnach, wenn $\frac{E_\lambda}{A_\lambda} = J_\lambda$ und $\frac{E_{\lambda_1}}{A_{\lambda_1}} = J_{\lambda_1}$ gesetzt wird:

$$\frac{E_{\lambda, m}}{E_{\lambda_1, m}} = \frac{[1-(1-A_\lambda)^m]\, J_\lambda}{[1-(1-A_{\lambda_1})^m]\, J_{\lambda_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

3.

Die Gröfsen J_λ und J_{λ_1} sind zwei Werthe des Verhältnisses des Emissions- und Absorptionsvermögens für zwei sehr wenig von einander verschiedene Werthe der Wellenlänge bei derselben Temperatur.

Diese Gröfse, multiplicirt mit einer Constanten, ist aber nichts anderes als die von Kirchhoff in der oben erwähnten Abhandlung mit J bezeichnete Function der Wellenlänge und Temperatur.

Diese Function besitzt folgende bemerkenswerthe Eigenschaften:

1. J ist unabhängig von den besonderen Eigenschaften der Körper. (Vgl. Kirchhoff, l. c. S. 392).
2. Für eine constante Temperatur, also bei ein und demselben Spectrum, ändert sich J continuirlich mit der Wellenlänge bis zu demjenigen Werthe der letzteren, wo J verschwindet (Ibid. S. 393).
3. »Mit dem höchsten Grade der Wahrscheinlichkeit läfst sich auch aussprechen, dafs die Function J bei gleich-

bleibender Temperatur keine stark hervortretende Maxima oder Minima darbietet, wenn die Wellenlänge sich ändert.« (Ibid. S. 393.)

Aus den beiden letzten Eigenschaften der Function J folgt, »dafs, wenn in dem Spectrum eines glühenden Körpers Sprünge, stark hervortretende Maxima oder Minima sich zeigen, das Absorptionsvermögen desselben, als Function der Wellenlänge der auffallenden Strahlen betrachtet, Sprünge, stark hervortretende Maxima oder Minima bei denselben Werthen der Wellenlänge haben mufs«.

Mit Hülfe dieses Satzes schliefst Kirchhoff theoretisch auf die Möglichkeit der Umkehrung der discontinuirlichen Flammenspectra und da dieser Schlufs durch die Beobachtung bestätigt wird, so kann hierin auch umgekehrt eine empirische Verification der erwähnten beiden Eigenschaften der Function J erblickt werden.

Es folgt hieraus, dafs im vorliegenden Falle die beiden Werthe $\frac{E\lambda}{A\lambda}$ und $\frac{E\lambda_1}{A\lambda_1}$ für die nur wenig von einander verschiedenen Werthe λ und λ_1 ebenfalls nur wenig von einander verschieden seyn können.

Da nun in dem obigen Ausdruck (2) die Gröfsen $A\lambda$ und $A\lambda_1$, ihrer Definition gemäfs, nur positiv und nie gröfser als Eins seyn können, und demgemäfs $1 - A\lambda$ und $1 - A\lambda_1$ stets ächte Brüche seyn müssen, so convergirt jener Ausdruck für wachsende Werthe von m oder von A nach einer Gränze, die entweder für $m = \infty$ oder für $A\lambda = A\lambda_1 = 1$ erreicht wird.

Für diese beiden Fälle ist dann einfach:

$$\frac{E\lambda_m}{E\lambda_{1m}} = \frac{J\lambda}{J\lambda_1}.$$

In Worten läfst sich diefs folgendermaafsen ausdrücken:

Das Helligkeitsverhältnifs zweier benachbarten Stellen eines discontinuirlichen Spectrums nimmt bei Vermehrung der leuchtenden Schichten oder bei Vergröfserung des Absorptionscoëfficienten derselben Schicht stetig bis zu demjenigen Werthe ab, welcher für dieselbe Wellenlänge und



dieselbe Temperatur dem continuirlichen Spectrum eines für die gegebene Dicke vollkommen undurchsichtigen und schwarzen Körpers entspricht.

Diese Abnahme des Helligkeitsverhältnisses zweier unmittelbar aneinander gränzenden Theile des Spectrums bei gleichzeitiger Zunahme ihrer Helligkeit mufs sich dem Auge nothwendig zunächst als eine Verbreiterung der betreffenden Linie durch abnehmende Schärfe ihrer Ränder und dann allmählich als beginnende Continuität des ganzen Spectrums bemerklich machen.

4.

Es läfst sich nun zeigen, dafs unter übrigens gleichen Umständen die Zunahme der Dichtigkeit eines leuchtenden Gases ganz dieselbe Wirkung wie die oben behandelte Vermehrung der Schichten hervorbringen mufs.

Betrachtet man nämlich die durch Absorption erzeugte Abschwächung eines Lichtstrahls als die Wirkung einer bestimmten Summe von Theilchen, auf welche der Strahl bei seinem Durchgange durch das absorbirende Medium trifft, so ist die erzeugte Gröfse der Absorption nur abhängig von der *Anzahl* und nicht von der *Vertheilung* der wirkenden Theilchen, *so lange man dieselben bezüglich ihrer absorbirenden Wirkung als unabhängig von ihrem Abstande voraussetzt.* [1]) Diese Voraussetzung wird aber um so wahr-

1) Um die Zulässigkeit dieser Voraussetzung in einem gegebenen Falle z. B. bei der Auflösung einer färbenden Substanz in verschiedenen Quantitäten des Lösungsmittels durch den Versuch zu prüfen, darf bei den erforderlichen photometrischen Messungen nur homogenes, durch Benutzung schmaler Streifen eines Spectrums erhaltenes, Licht angewandt werden. Die Anwendung gefärbter Gläser mufs hierzu a priori als unzulässig betrachtet werden, da dieselben, strenge genommen, stets alle Strahlen nur mit verschiedener Intensität hindurchlassen, so dafs für eine hinreichend geringe Lichtmenge oder genügende Dicke des Glases die am stärksten abgeschwächten Strahlen für das Auge weniger wahrnehmbar sind.

Bezeichnet J_λ die in einem gegebenen Spectrum der Wellenlänge λ zugehörige Intensität, A_λ den Absorptionscoëfficienten eines gefärbten

scheinlicher, je weiter die einzelnen Theilchen des absorbirenden Mediums von einander getrennt sind, d. h. je geringer die Dichte desselben ist. Wenn demnach die Dichte eines solchen Mediums verändert wird, so hat der hindurchgehende Strahl bei gleicher Länge seines Weges eine andere Anzahl absorbirender Theilchen zu passiren und es ist leicht ersichtlich, dafs unter der gemachten Annahme diese Anzahl sich proportional der Dichte ändern mufs.

Bezieht man demnach die Werthe A_λ und A_{λ_1} in den

Mediums für dieselbe Wellenlänge und die Einheit der Dichte, so läfst sich die vom ganzen Spectrum ausgesandte Lichtmenge als der Werth des folgenden Integrals darstellen

$$\int d\lambda J_\lambda (1 - A^{\lambda})$$

wo J_λ und A_λ Functionen von λ sind und das Integral über alle dem Spectrum entsprechenden Werthe von λ auszudehnen ist.

Bei einer andern Dichte σ des absorbirenden Mediums verwandelt sich diefs Integral unter Voraussetzung des Absorptionsgesetzes in das folgende:

$$\int d\lambda J_\lambda (1 - A_\lambda)^\sigma$$

Für einen bestimmten Werth von σ liefse sich nun zwar stets der Werth eines mittleren Absorptionscoëfficienten B finden, vermöge dessen die folgende Gleichung besteht:

$$\int d\lambda J_\lambda (1 - A_\lambda)^\sigma = (1 - B)^\sigma \int d\lambda J_\lambda .$$

Man sieht indessen, dafs diese Gleichheit bei constantem Werth von B nicht für andere Werthe von σ stattfinden kann. Es ist deshalb unzulässig, mit Hülfe eines solchen mittleren Absorptionscoëfficienten unter Anwendung des obigen Absorptionsgesetzes die bei verschiedenen Concentrationen von einer gefärbten Flüssigkeit hindurchgelassenen Lichtmengen berechnen und auf den Unterschied zwischen Rechnung und Beobachtung Schlüsse gründen zu wollen. *Solche Schlüsse würden nur dann von Werth seyn, wenn die Veränderung der Dicke der durchstrahlten Schicht bei constanter Concentration eine andere Wirkung als die in demselben Verhältnifs veränderte Concentration bei constanter Dicke der Schicht erzeugte.* Durch derartige Versuche würde sich am einfachsten *nur* durch Beobachtungen entscheiden lassen, ob die absorbirende Wirkung der einzelnen Elemente eines absorbirenden Mediums abhängig von ihrem Abstande ist oder nicht. (Vgl. Pogg. Ann. Bd. CXLI, S. 69 ff.)

obigen Ausdrücken gleichzeitig auf die Einheit der Dichte, so wird die von derselben Schicht bei der Dichtigkeit σ *hindurchgelassene* Lichtmenge in Theilen der auffallenden ausgedrückt durch $(1 - A_\lambda)^\sigma$ und $(1 - A_{\lambda_1})^\sigma$, folglich die absorbirten Lichtmengen durch:

$$1 - (1 - A_\lambda)^\sigma = A_{\lambda\sigma}$$
$$1 - (1 - A_{\lambda_1})^\sigma = A_{\lambda_1\sigma}.$$

Analog der Absorption beziehe man nun auch E_λ und E_{λ_1} auf die bei der Einheit der Dichte ausgesandte Lichtmenge und bezeichne demgemäfs mit $E_{\lambda\sigma}$ und $E_{\lambda_1\sigma}$ die der Dichte σ entsprechenden Lichtmengen jener Schicht. Da die Temperatur und Wellenlänge bei diesen Veränderungen als constant vorausgesetzt worden sind, so müssen nach den oben erwähnten Eigenschaften der Kirchhoff'schen Function folgende Gleichungen bestehen:

$$\frac{E_{\lambda\sigma}}{A_{\lambda\sigma}} = \frac{E_\lambda}{A_\lambda}$$
$$\frac{E_{\lambda_1\sigma}}{A_{\lambda_1\sigma}} = \frac{E_{\lambda_1}}{A_{\lambda_1}}.$$

Führt man daher für $A_{\lambda\sigma}$ und $A_{\lambda_1\sigma}$ die obigen Werthe ein und setzt wieder:

$$\frac{E_\lambda}{A_\lambda} = J_\lambda$$
$$\frac{E_{\lambda_1}}{A_{\lambda_1}} = J_{\lambda_1}$$

so erhält man für das Helligkeitsverhältnifs zweier benachbarter Stellen des Spectrums als Function der Dichte des glühenden Gases den folgenden Ausdruck:

$$\frac{E_{\lambda\sigma}}{E_{\lambda\sigma}} = \frac{[1 - (1 - A_\lambda)^\sigma]J_\lambda}{[1 - (1 - A_{\lambda_1})^\sigma]J_{\lambda_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Da bei constanter Temperatur der Werth von σ sich proportional dem Drucke ändert, so zeigt diese Formel, dafs bei steigendem Drucke eine Verbreiterung der Spectrallinien stattfinden mufs, welche allmählich in die Continuität des ganzen Spectrums übergeht.

Uebrigens mufs hierbei bemerkt werden, dafs diese Erscheinungen innerhalb gewisser Gränzen unabhängig von der besonderen Beschaffenheit der Function sind, nach welcher sich der Absorptionscoëfficient einer Substanz mit ihrer Dichtigkeit ändert, so lange man nur voraussetzt, dafs dieser Coëfficient mit zunehmender Dichte stetig wächst und nach dem Werthe Eins convergirt. Gröfser als Eins kann dieser Werth nicht werden, ohne seiner Definition zu widersprechen. Deshalb kann der Absorptionscoëfficient einer Substanz auch nicht fortdauernd proportional der Dichte wachsen, weil sonst für einen bestimmten Werth der letzteren der erwähnte Fall eintreten würde.

Berücksichtigt man nun, dafs bei Körpern im flüssigen oder festen Zustande die Werthe der Absorptionscoëfficienten A_λ *aufserordentlich viel gröfser als bei gasförmigen Körpern sind, so erklärt sich, weshalb die Spectra der dichteren Körper im Allgemeinen continuirliche seyn müssen.*

Wenn die verglichenen Theile des Spectrums nicht benachbarte sind, sondern λ und λ_1 zwei hinreichend entfernten Spectrallinien angehören, so zeigt die vorstehende Formel, dafs auch dieses Verhältnifs eine Function des Druckes ist, welche bei stetem Wachsen des letzteren sich stetig dem Gränzwerth $\frac{J_\lambda}{J_{\lambda_1}}$ nähert.

5.

Um die erlangten Resultate an einem Beispiele durch numerische Werthe zu erläutern, mögen in der Formel (3)

$$\frac{E_{\lambda\sigma}}{E_{\lambda_1\sigma}} = \frac{[1-(1-A_\lambda)^\sigma]J_\lambda}{[1-(1-A_{\lambda_1})^\sigma]J_{\lambda_1}}$$

für die Gröfsen A_λ, A_{λ_1}, $\frac{J_\lambda}{J_{\lambda_1}}$ bestimmte Werthe eingesetzt und dann für verschiedene Werthe von σ die Gröfsen $\frac{E_\lambda}{E_{\lambda_1}}$ berechnet werden.

Man setze:

$$A_\lambda = 0{,}100$$
$$A_{\lambda_1} = 0{,}005.$$

Für unmittelbar aneinander gränzende Theile des Spectrums ist der Werth:

$$\frac{J_\lambda}{J_{\lambda_1}} = 1.$$

Für entferntere Theile, z. B. für die Linien C und F des Wasserstoffs setze man:

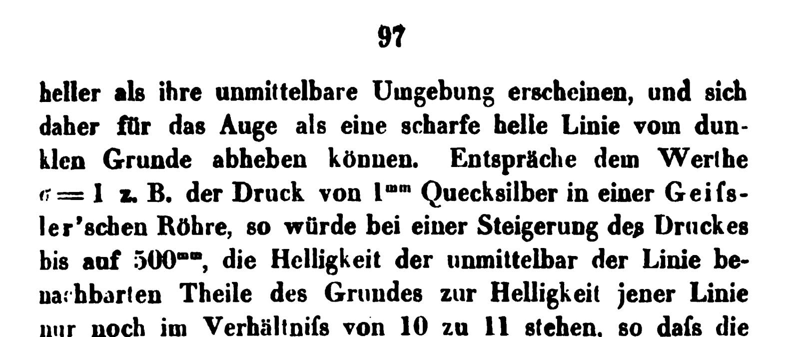
$$\frac{J_\lambda}{J_{\lambda_1}} = 0,25$$

während man die obigen Werthe von A_λ und A_{λ_1} der Einfachheit halber beibehält.

Unter diesen Annahmen findet man für steigende Werthe von σ die folgenden Reihen für das Helligkeitsverhältnifs der betrachteten Theile des Spectrums.

Helligkeitsverhältnifs benachbarter Theile $\frac{J_\lambda}{J_{\lambda_1}} = 1$		eines Spektrums bei verschiedenem Druck	Helligkeitsverhältnifs getrennter Theile $\frac{J_\lambda}{J_{\lambda_1}} = 0,25$	
σ	$\frac{E_{\lambda\sigma}}{E_{\lambda_1\sigma}}$		σ	$\frac{E_{\lambda\sigma}}{E_{\lambda_1\sigma}}$
1	20,0		1	5,00
10	13,3		10	3,33
20	9,2		20	2,30
30	6,8		30	1,70
40	5,3		40	1,33
50	4,5		50	1,13
60	3,8		60	0,95
70	3,4		70	0,85
80	3,0		80	0,75
90	2,7		90	0,67
100	2,5		100	0,63
200	1,6		200	0,40
300	1,3		300	0,32
400	1,2		400	0,30
500	1,1		500	0,28.

In dem zuerst betrachteten Falle würde also für den Werth $\sigma = 1$ die untersuchte Spectrallinie zwanzig Mal



heller als ihre unmittelbare Umgebung erscheinen, und sich daher für das Auge als eine scharfe helle Linie vom dunklen Grunde abheben können. Entspräche dem Werthe $\sigma = 1$ z. B. der Druck von 1^{mm} Quecksilber in einer Geifsler'schen Röhre, so würde bei einer Steigerung des Druckes bis auf 500^{mm}, die Helligkeit der unmittelbar der Linie benachbarten Theile des Grundes zur Helligkeit jener Linie nur noch im Verhältnifs von 10 zu 11 stehen, so dafs die letztere schon stark verbreitert und an den Rändern verwaschen erscheinen müfste.

Der zweite Fall zeigt, dafs verschiedene Theile des Spectrums durch Compression des glühenden Gases ihr Helligkeitsverhältnifs umkehren können.

Beim Beginn der Compression ist in dem angeführten Beispiele die Helligkeit $E_{\lambda\sigma}$ einer Linie von der Wellenlänge λ fünf Mal gröfser als die Helligkeit $E_{\lambda_1\sigma}$ einer der Wellenlänge λ_1 zugehörigen Linie. Wird der Druck auf das Fünfzigfache gesteigert, so ist die Helligkeit beider Linien fast gleich, wächst aber der Druck noch weiter bis zum Fünfhundertfachen seines ursprünglichen Werthes, so ist die anfangs dunklere Linie fast vier Mal heller als die andere.

Nimmt die Dichtigkeit σ stetig bis 0 ab, so nähert sich das Helligkeitsverhältnifs dem Werthe $\frac{0}{0}$. Differentiirt man Zähler und Nenner des Ausdrucks für $\frac{E_{\lambda\sigma}}{E_{\lambda_1\sigma}}$ nach σ und setzt $\sigma = 0$, so findet man für jenen Gränzwerth

$$\frac{J_\lambda}{J_{\lambda_1}} \frac{\log(1 - A_\lambda)}{\log(1 - A_{\lambda_1})}$$

Beziehen sich J_λ und J_{λ_1} auf benachbarte Werthe von λ, so dafs $\frac{J_\lambda}{J_{\lambda_1}}$ gesetzt werden kann, so findet man, dafs bei fortdauernder Abnahme von σ der Contrast, mit welchem sich eine helle Linie vom Grunde abhebt, asymptotisch einem Maximalwerth genähert wird, welcher durch

$$\frac{\log(1 - A_\lambda)}{\log(1 - A_{\lambda_1})}$$

ausgedrückt ist. Für die oben angenommenen Werthe von A_λ und A_{λ_1} würde dieser Werth 20,8 seyn, und daher nur noch wenig von demjenigen Werthe abweichen, welchen das Helligkeitsverhältnifs schon für $\sigma = 1$ annimmt.

6.

Die bisherigen Betrachtungen erstreckten sich auf die Veränderungen des Intensitätsverhältnisses zweier verschiedener Theile des Spectrums. Die entwickelten Formeln geben aber auch Rechenschaft von den Intensitätsveränderungen, welche ein und dieselbe Stelle des Spectrums bei constanter Temperatur durch Veränderungen des Druckes erleidet.

Der Ausdruck für die einer bestimmten Wellenlänge λ zugehörige Helligkeit bei der Dichtigkeit σ des glühenden Gases ist nach dem Obigen der folgende:

$$E_{\lambda\sigma} = [1 - (1 - A_\lambda)^\sigma] \frac{E_\lambda}{A_\lambda}.$$

Es verschwindet demnach $E_{\lambda\sigma}$ für $\sigma = 0$ und erreicht für $\sigma = \infty$ den Maximalwerth $\frac{E_\lambda}{A_\lambda}$.

Für einen gegebenen Werth von σ und eine gegebene Temperatur wird im *Allgemeinen* $E_{\lambda\sigma}$ für einen gewissen Werth von λ ein absolutes Maximum seyn, oder mit andern Worten: es wird unter den verschiedenen hellen Linien eines discontinuirlichen Spectrums *eine* am hellsten seyn, *da sich bei einem gegebenen Spectrum sowohl A_λ als auch $\frac{E_\lambda}{A_\lambda}$ als Functionen von λ ändern.* Berücksichtigt man nun, dafs sobald der Werth von $E_{\lambda\sigma}$ unter eine bestimmte, durch die Empfindungsschwelle unseres Auges gegebene Gränze herabsinkt, die betreffende Stelle des Spektrums für unsere Wahrnehmung verschwindet, so ergiebt sich aus diesen Betrachtungen der folgende Satz:

Wird bei constanter Temperatur die Dichtigkeit eines glühenden Gases stetig vermindert, so mufs auch die Zahl der Linien seines Spectrums vermindert und schliefslich das ganze Spectrum im Allgemeinen auf nur eine Linie reducirt werden, deren Lage von der Temperatur und Qualität des Gases abhängt.

Dieser Satz kann, wie ich glaube, bereits durch die Beobachtungen als bestätigt betrachtet werden, welche im vorigen Jahre Frankland und Lockyer in den *Proceedings of the Royal Society No.* 112 veröffentlicht haben. Die betreffende Stelle ihrer Mittheilung lautet folgendermaafsen:

Under certain conditions of temperature and pressure the very complicated spectrum of hydrogen is reduced in our instrument to one line in the green corresponding to F in the solar spectrum.

The equally complicated spectrum of nitrogen is similarly reducible to one bright line in the green, with traces of other more refangible faint lines.

Es gestatten jedoch diese Beobachtungen nicht ohne Weiteres Schlüsse auf die Temperatur derjenigen Himmelskörper, welche, wie eine grofse Anzahl von Nebeln, das merkwürdige Phänomen sehr einfacher Spectra darbieten; die vorstehenden Betrachtungen zeigen, dafs solche Schlüsse unzulässig sind, *da für jede noch so hohe Temperatur bei hinreichender Verdünnung des glühenden Gases das Spectrum desselben auf eine einzige Linie reducirt werden kann, deren Lage bei ein und demselben Stoffe nur von der Temperatur abhängig ist.*

Mit Rücksicht auf den oben bewiesenen *Satz von der Aequivalenz der Dichtigkeit und Dicke der strahlenden Schicht* läfst sich sogar behaupten, dafs diejenigen Werthe der Temperatur und Dichtigkeit, bei welchen ein Gas in einer Geifsler'schen so einfache Spectra zeigt, auch nicht entfernt mit denen der Nebel übereinstimmen können, indem bei diesen die ungeheure Dicke der strahlenden Schicht eine fast unendlich gröfsere Verdünnung des leuchtenden Gases voraussetzt.

Man sieht anderseits, dafs die Continuität eines Nebelspectrums keinen Schlufs auf die Dichtigkeit gestattet, weil nach dem oben erwähnten Satze derselbe Effect auch durch eine genügende Dicke der strahlenden Schicht erzeugt werden kann.

Indessen kann vielleicht folgende Betrachtung dazu dienen, wenigstens eine Gränze der Temperatur zu bestimmen, *unter* welcher die Temperatur eines Nebels mit discontinuirlichem Spectrum nicht liegen kann.

Der Ausdruck der Helligkeit $E_{\lambda\sigma}$ eines Gasspectrums für die Dichtigkeit σ und an der der Wellenlänge λ zugehörigen Stelle ist für eine gegebene Temperatur der folgende:

$$E_{\lambda\sigma} = [1 - (1 - A_\lambda)^\sigma] \frac{E_\lambda}{A_\lambda}.$$

Dieser Ausdruck kann, wie schon bemerkt, nicht gröfser als $\frac{E_\lambda}{A_\lambda}$ werden, und dieser Werth ist nach dem Kirchhoff'schen Satze diejenige Helligkeit, welche für die gleiche Temperatur und Wellenlänge das Spectrum eines vollkommen schwarzen Körpers an dieser Stelle besitzt, und zwar *unabhängig von seinen übrigen Eigenschaften* [1]). Erhitzt man daher einen dunklen, undurchsichtigen Körper, welcher den gestellten Forderungen möglichst nahe entspricht, z. B. ein Stückchen Kohle, durch den Strom einer galvanischen Batterie, und erzeugt von dem ausgesandten Lichte ein

1) Man sieht leicht, dafs der obige Ausdruck für $\sigma = \infty$ die volkommene Undurchsichtigkeit der betrachteten Gasschicht ausdrückt, indem $1 - (1 - A_\lambda)^\sigma$ die von dieser Schicht absorbirte Lichtmenge $A_{\lambda\sigma}$ in Theilen einer auf sie fallenden Lichtmenge von der Wellenlänge λ ausdrückt. Wird daher diese Lichtmenge $A_{\lambda\sigma}$ gleich der Einheit, so bedeutet diefs die vollständige Absorption eines auf die Gasmasse fallenden Strahles. Erwägt man, dafs alle, auch die relativ undurchsichtigen Körper in hinreichend dünnen Lamellen durchsichtig sind, und dafs nach dem oben bewiesenen Satze von der Aequivalenz der Dicke und Dichte der durchstrahlten Schichten in der obigen Formel für die Dichte σ auch die Anzahl m der strahlenden und absorbirenden Schichten gesetzt werden kann, so ergiebt sich hieraus die Anwendbarkeit des obigen Ausdruckes auch auf andere Körper, *indem derselbe gleichzeitig die Nothwendigkeit der Continuität ihrer Spectra involvirt.*

Spectrum, so ist die Temperatur der glühenden Kohle so lange niedriger, als die Temperatur des mit *discontinuirlichem* Spectrum leuchtenden Gases, als die Helligkeit des continuirlichen Kohlenspectrums an der einer hellen Linie des Gasspectrums entsprechenden Stelle *kleiner* oder *gleich* der Helligkeit dieser Linie ist. Es wird hierbei vorausgesetzt, dafs $\frac{E_\lambda}{A_\lambda}$ unter übrigens gleichen Umständen stetig mit der Temperatur wächst.

Vergleicht man nun die Helligkeit einer Linie des Nebelspectrums mit der Helligkeit der homologen Stelle des Kohlenspectrums, so kann man mit Vernachlässigung der Absorption im Weltraum und gehöriger Berücksichtigung der Absorption unserer Atmosphäre, in der angedeuteten Weise eine *untere* Gränze für die Temperatur des Nebels ermitteln, sobald es gelungen ist, die Temperatur der galvanisch glühenden Kohle zu bestimmen.

7.

Die oben theoretisch als zulässig und wahrscheinlich erkannte Abhängigkeit *der Lage* der Linien eines discontinuirlichen Spectrums von der *Temperatur* und *Qualität* der glühenden Gase ist sehr bemerkenswerth und reicht, wie mir scheint, vollkommen aus, um das merkwürdige von Plücker entdeckte Phänomen der sogenannten *Spectra verschiedener Ordnungen* ein und desselben Körpers zu erklären. Denn der Ausdruck für das Helligkeitsverhältnifs zweier *benachbarter* Stellen eines Spectrums:

$$\frac{E_{\lambda\,\sigma}}{E_{\lambda_1\,\sigma}} = \frac{[1-(1-A_\lambda)^\sigma]\,J_\lambda}{[1-(1-A_{\lambda_1})^\sigma]\,J_{\lambda_1}}.$$

hängt bei constantem σ nur von den Werthen des Absorptionsvermögens A_λ und A_{λ_1} ab, da $\frac{J_\lambda}{J_{\lambda_1}}$ für diesen Fall stets gleich Eins gesetzt werden kann. Diese Werthe können aber bei stetiger Aenderung der Temperatur für *dieselbe Wellenlänge* ähnliche Maxima und Minima haben, wie sie solche für *dieselbe Temperatur* bei stetiger Aenderung der

Wellenlänge factisch besitzen und hierdurch die Erscheinung der discontinuirlichen Spectra erzeugen. Die vorausgesetzte Einfachheit und Continuität der Kirchhoff'schen Funktion J bezieht sich nur auf das *Verhältnifs* der Gröfsen $E\lambda$ und $A\lambda$, nicht auf diese selbst. Während jene Function für alle Körper *dieselbe* ist, sind $E\lambda$ und $A\lambda$ als Function der Temperatur und Wellenlänge gerade von der besonderen Beschaffenheit der Körper abhängig. Man sieht also, dafs der Ausdruck für $\frac{E\lambda\sigma}{E\lambda_1\sigma}$ bei veränderter Temperatur lediglich durch Aenderung der Werthe von $A\lambda$ und $A\lambda_1$ verschiedene Werthe annehmen könnte, die *gröfser oder kleiner als Eins* sind. Hieraus folgt, *dafs sich das Helligkeitsverhältnifs zweier benachbarter Stellen des Spectrums durch Temperaturveränderungen umkehren und an Stelle des früheren Maximums ein Minimum auftreten kann.*

Mithin ergiebt sich bezüglich der Intensitätsveränderungen zweier *benachbarter* Spectraltheile ein wesentlicher Unterschied zwischen den Wirkungen der Temperatur und denen des Druckes. Während durch Aenderungen der Temperatur das Intensitätsverhältnifs benachbarter Theile umgekehrt werden kann, ist diefs durch Aenderungen des Druckes nicht möglich. Durch Steigerung des letzteren kann ein vorhandener Intensitätsunterschied nur zum Verschwinden gebracht, aber nicht umgekehrt werden. Wenn man demnach derartige Umkehrungen bei verschiedenen Spectren ein und desselben Stoffes beobachtet, so ist diese Erscheinung *nur* eine Folge von Temperaturverschiedenheiten.

Man kann defshalb allgemein den folgenden Satz aussprechen:

Wenn die Verschiedenheit zweier Spectra ein und desselben glühenden Gases eine solche ist, dafs für Strahlen irgend einer Brechbarkeit einem Maximum des einen Spectrums ein Minimum des anderen entspricht, so müssen die den beiden Spectren zugehörigen Temperaturen verschieden seyn.

Es mufs demnach die Entstehung der Spectra verschiedener Ordnungen ein und desselben Gases als eine Erscheinung betrachtet werden, die vorzugsweise durch Temperatur- und nicht durch Dichtigkeitsveränderungen des glühenden Gases hervorgerufen wird.

8.

In ähnlicher Weise, wie Kirchhoff empirisch auf die Continuität der Function J bei Veränderung der Wellenlänge λ und bei constanter Temperatur t schliefst, läfst sich auch auf die Continuität jener Function bei constantem λ und veränderlicher Temperatur t schliefsen.

Bezüglich der zuerst erwähnten Continuität bemerkt Kirchhoff a. a. O. S. 293 Folgendes:

»Für eine constante Temperatur ändert sich die Function J continuirlich mit der Wellenlänge, so lange diese nur nicht denjenigen Werth erhält, bei dem für jene Temperatur J zu verschwinden beginnt. Die Richtigkeit dieser Behauptung kann man schliefsen aus der Continuität des Spectrums eines glühenden Platindrahtes, sobald man annimmt, dafs das Absorptionsvermögen dieses Körpers eine continuirliche Funktion der Wellenlänge der auffallenden Strahlen ist.«

Es beruht dieser Schlufs darauf, dafs das Spectrum schwarzer, *undurchsichtiger*, glühender Körper unserem Auge die Gesammtheit aller den verschiedenen Werthen von λ zugehörigen Functionswerthe von J in räumlicher Nebeneinanderlagerung darbietet, wie sie der bestimmten Temperatur des glühenden Körpers entsprechen. Wäre nun die Stärke des physiologischen Eindruckes, mit welcher die verschiedenen Werthe von J in einem Spectrum auf unser Sensorium einwirken, nicht ebenfalls eine Function der Wellenlänge, oder mit anderen Worten, könnten wir voraussetzen, dafs das physiologisch bestimmte Intensitätsverhältnifs zweier verschiedener Theile des Spectrums gleich dem mechanischen sey, so würde der Gang der Function J bei Veränderung der Wellenlänge einfach durch die pho-

tometrisch bestimmte Intensitätscurve eines gegebenen Spectrums bei constanter Temperatur des glühenden Körpers dargestellt werden können. Obschon nun eine solche Darstellung aus dem angeführten Umstande nicht möglich ist, und die Natur der physiologischen Function, nach welcher sich der optische Eindruck eines homogenen Strahles bei constanter lebendiger Kraft mit der Wellenlänge ändert, unbekannt ist, so läfst sich doch auch von dieser Function behaupten, dafs sie *nothwendig* eine continuirliche [1]) seyn müfste. Denn wäre diefs nicht der Fall, so könnten die Spectra undurchsichtiger glühender Körper auf unser Sensorium nur dann einen continuirlichen Eindruck machen, wenn die physiologische Function in einer solchen Weise discontinuirlich wäre, dafs stets ein Maximalwerth in der einen Function durch einen Minimalwerth in der anderen compensirt würde. Da nun aber die Annahme einer solchen Beziehung zwischen den glühenden Körpern und unserem Sensorium offenbar eine absurde wäre, so folgt aus der Continuität der Spectra undurchsichtiger, glühender Körper ebensowohl die Continuität der Function J als diejenige der physiologischen Function der Intensität des Reizes in seiner Abhängigkeit von der Wellenlänge.

Dafs nun die Function J für einen constanten Werth von λ sich nicht discontinuirlich mit der Temperatur ändert, sondern vielmehr stetig mit derselben wächst, kann man aus dem Umstande schliefsen, dafs, soweit bis jetzt die Beobachtungen reichen, das Spectrum eines undurchsichtigen, glühenden Körpers in allen seinen Theilen mit steigender Temperatur *stetig* heller wird, wenn auch die Schnelligkeit dieser Zunahme für verschiedene Werthe von λ eine sehr verschiedene seyn kann. Es folgt hieraus, dafs für diejenigen Werthe der Temperatur, für welche E stark hervortretende Maxima oder Minima besitzt, auch A stark hervortretende Maxima oder Minima besitzen mufs, und dafs

1) Die Begriffe »continuirlich« und »discontinuirlich« sind hier nicht im mathematischen Sinne, sondern nur bezüglich der Ab- und Anwesenheit stark hervortretender Maxima oder Minima zu nehmen.

im *Allgemeinen* die Veränderungen, welche E durch Temperaturveränderungen erleidet, von Veränderungen *in gleichem Sinne* von A begleitet seyn müssen. *Da nun mit steigender Temperatur die Werthe von E für alle Werthe von λ nach den bisherigen Beobachtungen als wachsend gefunden werden, so werden auch die Werthe von A bei hoher Temperatur im Allgemeinen gröfser als bei niedriger Temperatur vorausgesetzt werden müssen.* Es ergiebt sich hieraus bezüglich der Verwandlung eines discontinuirlichen Spectrums in ein continuirliches durch Steigerung der Dichtigkeit des glühenden Gases eine wichtige Folgerung.

Betrachtet man nämlich das Intensitätsverhältnifs zweier *benachbarter* Spectraltheile, wo für die wenig verschiedenen Werthe von λ und λ_1 die beiden Functionswerthe $\frac{E_\lambda}{A_\lambda}$ und $\frac{E_{\lambda_1}}{A_{\lambda_1}}$ ebenfalls nur wenig verschieden seyn können und daher ihr Verhältnifs gleich Eins gesetzt werden darf, so ist nach dem Früheren der Ausdruck für dieses Verhältnifs:

$$\frac{E_{\lambda\,\sigma}}{E_{\lambda_1\,\sigma}} = \frac{1-(1-A_\lambda)^\sigma}{1-(1-A_{\lambda_1})^\sigma}.$$

Je gröfser hierin A_λ und A_{λ_1} gesetzt werden, desto schneller convergirt bei wachsendem σ der Werth $\frac{E_{\lambda\,\sigma}}{E_{\lambda_1\,\sigma}}$ nach Eins, was zunächst die Verbreiterung der betrachteten Linie und schliefslich die Continuität des ganzen Spectrums zur Folge hat.

In dem oben angeführten Beispiele waren

$$A_\lambda = 0{,}100$$
$$A_{\lambda_1} = 0{,}005$$

gesetzt, und es hatte sich für diese Werthe das Intensitätsverhältnifs der betrachteten Spectraltheile durch Steigerung des Druckes von $\sigma = 1$ bis $\sigma = 500$ von dem Werthe 20,0 bis auf 1,1 vermindert. Setzt man nun aber beide Werthe fünfmal gröfser, also

$$A_\lambda = 0{,}500$$
$$A_{\lambda_1} = 0{,}025,$$

so erhält man folgende Reihe der Intensitätsverhältnisse für verschiedene Werthe von σ

σ	$A_\lambda = 0,500$ $A_{\lambda_1} = 0,025$	$A_\lambda = 0,100$ $A_{\lambda_1} = 0,005$
1	20,0	20,0
10	4,5	13,3
20	2,5	9,2
40	1,6	5,3
80	1,1	3,0.

Es erreicht also hier das Intensitätsverhältnifs bei ursprünglich gleicher Gröfse jenen geringen Werth 1,1 schon bei einem Drucke, welcher über 8 mal kleiner als derjenige ist, der bei niedrigen Werthen des Absorptionsvermögens für dieses Intensitätsverhältnifs erforderlich ist.

Die zuletzt erlangten Resultate können in folgenden beiden Sätzen ausgedrückt werden:

Das Intensitätsverhältnifs zweier benachbarter Stellen eines Spectrums ändert sich um so schneller mit der Dichtigkeit, je gröfser das Absorptionsvermögen an den betreffenden Stellen ist.

Mit Rücksicht auf die im Allgemeinen gröfseren Werthe des Absorptionsvermögens bei höherer Temperatur folgt hieraus ferner:

Ein discontinuirliches Spectrum verwandelt sich durch Steigerung der Dichtigkeit um so schneller in ein continuirliches, je höher die Temperatur des glühenden Gases ist.

Mit Hülfe des ersten Satzes kann man aus den starken Veränderungen, welche eine bestimmte Linie eines Spectrums, z. B. die Wasserstofflinie *F*, durch Druckveränderungen erleidet, auf relativ grofse Werthe des Absorptionsvermögens an jener Stelle des Spectrums schliefsen, vorausgesetzt, dafs man die Verschiedenheit der Dispersion in den verschiedenen Theilen eines durch Brechung erzeugten Spectrums gehörig berücksichtigt.

Aus dem zweiten Satze folgt, dafs bei constanter Dichtigkeit durch hinreichende Steigerung der Temperatur des glühenden Gases ein discontinuirliches Spectrum in ein con-

tinuirliches verwandelt werden kann. Diese Folgerung wird durch die Beobachtungen Wüllner's bestätigt, nach welchen bei gleichen Gröfsen des Druckes den schwächeren Entladungen discontinuirliche, den stärkeren continuirliche oder in demselben Sinne veränderte Spectra entsprachen, wie sie bei schwächeren Entladungen eine Steigerung des Druckes bewirkt haben würde [1]).

9.

Bei den bisherigen Untersuchungen über die Aenderung des Helligkeitsverhältnisses benachbarter Theile des Spectrums durch Dichtigkeitsänderungen der glühenden Gase sind stets nur *zwei* solcher Stellen verglichen worden. Wenn es sich aber darum handelt, allgemein die Aenderungen des Contrastes zu bestimmen, mit welchem sich eine helle Linie vom dunkleren Grunde ihrer nächsten Umgebung abhebt, so müssen die Aenderungen der Helligkeit des Grundes zu *beiden* Seiten der Linie berücksichtigt werden. Hierbei können nun zwei Fälle eintreten, entweder die Werthe des Absorptionsvermögens sind zu beiden Seiten gleich, so dafs ihre Curve vom Maximum aus symmetrisch abfällt, oder diese Symmetrie findet nicht statt. Es ist leicht ersichtlich, dafs im letzteren Falle, der offenbar der allgemeinere und defshalb am häufigsten vorkommende seyn wird, die durch Dichtigkeitsänderungen erzeugte Verbreite-

1) Vgl. Pogg. Ann. Bd. 137, S. 344 ff. Wüllner vergleicht hier das Wasserstoffspectrum in einer Geissler'schen Röhre, wie es sich bei einem Druck von 300mm durch Entladung einer Leydner Flasche darstellt, mit dem bei viel höherem Druck durch Entladungen des einfachen Inductionsapparates erzeugten Spectrum. Die betreffenden Worte lauten:

»Bei weiterer Druckzunahme dehnen sich H_β und H_γ immer mehr aus, so dafs sie bald nur mehr als Helligkeitsmaxima auf einem heller werdenden continuirlich beleuchteten Hintergrunde erscheinen, gleichzeitig wird allmälig H_α weniger scharf, an den Rändern verwaschen und verbreitert, *so dafs bei einem Drucke des Gases von* 300mm *das Spectrum bei Anwendung der Flasche etwa das Aussehen hat, wie ohne Flasche, wenn der Druck des Gases fast* 3 *Atmosphären betrug. Auch die Helligkeit des Spectrums ist dann ungefähr die gleiche.*«



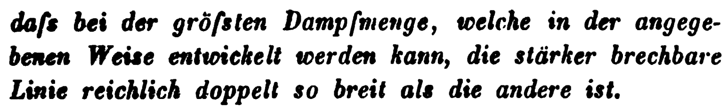
rung der Linien schneller auf derjenigen Seite der Linie eintreten mufs, auf welcher die gröfseren Werthe des Absorptionsvermögens liegen, und daher die Curve derselben weniger steil abfällt. Obschon, wie oben gezeigt, das *Maximum* der Helligkeit einer Linie durch Dichtigkeitsänderungen *allein* nie verschoben werden kann, so wird doch durch die Beschaffenheit der erwähnten Asymmetrie im Allgemeinen bewirkt werden, dafs die Mitte der durch Druckerhöhung verbreiterten Linie nicht mehr mit der Mitte der unverbreiterten Linien coïncidirt, so dafs unter den gemachten Voraussetzungen der folgende Satz aufgestellt werden kann:

Die Mitte einer durch Druckerhöhung verbreiterten Linie erleidet eine Verschiebung nach derjenigen Seite des Spectrums, auf welcher die gröfseren Werthe des Absorptionsvermögens des glühenden Gases liegen.

Man darf daher die Verschiebung der *Mitten ungleich breiter* Linien desselben Stoffes in verschiedenen Lichtquellen nicht ohne Weiteres auf eine Veränderung der Brechbarkeit durch Annäherung oder Entfernung des leuchtenden Körpers beziehen. Eine solche Ursache wird im Allgemeinen erst dann als sicher vorhanden angenommen werden dürfen, wenn die Verschiebung an *mehreren* Linien desselben Stoffes in qualitativ und quantitativ übereinstimmender Weise nachgewiesen ist.

10.

Die Verbreiterung von Linien durch Vergröfserung der Dampfdichte des glühenden Gases läfst sich sehr einfach schon an den Natronlinien nachweisen, wenn man durch mehr oder weniger tiefes Einschieben einer Salzperle in die Flamme eines Bunsen'schen Brenners verschiedene Mengen von Natriumdampf in dieser Flamme entwickelt. Bei geringen Mengen sind die Linien fein und scharf, bei grofsen Mengen stark verbreitert und an den Rändern verwaschen. *Es verbreitert sich jedoch hierbei die stärker brechbare der beiden Natronlinien beträchtlich mehr als die andere, so*



dafs bei der gröfsten Dampfmenge, welche in der angegebenen Weise entwickelt werden kann, die stärker brechbare Linie reichlich doppelt so breit als die andere ist.

Aus dieser Thatsache mufs nach §. 8 auf gröfsere Werthe des Absorptionsvermögens für die der stärker brechbaren Natronlinie zugehörigen Werthe von λ geschlossen werden, und demgemäfs, wegen der Continuität der Kirchhoff'schen Function J, auch auf gröfsere Werthe des Emissionsvermögens für diese Werthe von λ.

Beide Folgerungen werden durch die Beobachtung bestätigt. Vergleicht man die beiden Natronlinien im Sonnenspectrum, so findet man bei genauerer Betrachtung die stärker brechbare entschieden dunkler als die andere, eine Thatsache, die das stärkere Absorptionsvermögen an dieser Stelle beweist.

Vergleicht man ferner die hellen Natronlinien in irgend einer Lichtquelle, so findet man stets die brechbarere heller als die andere, mag die Dampfdichte grofs oder klein seyn. Dieser Helligkeitsunterschied wird sogar sehr auffallend, wenn folgende Beobachtungsmethode angewandt wird. Man öffne den Spalt des Spectroscopes allmälich so weit, bis die inneren Ränder der auf diese Weise verbreiterten Natronlinien eben aneinander gränzen. Die benachbarten hellen Streifen zeigen alsdann einen so beträchtlichen Unterschied in der Helligkeit, dafs derselbe beim ersten Blick in die Augen fällt. Durch diese Beobachtung ist demgemäfs auch die gröfsere Emission für die der stärker brechbaren D Linie zugehörigen Werthe von λ bewiesen.

Um nun auch die nach der entwickelten Theorie als wahrscheinlich zu erwartende Asymmetrie der Verbreiterung durch die Beobachtung an den Natronlinien zu constatiren, brachte ich mit Hülfe meines Reversionsspectroskopes jede der beiden hellen Natronlinien in dem einen Spectrum mit der analogen Linie im anderen Spectrum zur Coïncidenz, so dafs jede Linie genau in die Verlängerung der anderen fiel und beide zusammen scheinbar nur eine einzige Linie von doppelter Länge bildeten. An der brechbareren und

bei Zunahme der Dampfdichte stärker verbreiterten Linie war hierbei eine Verschiebung nicht wahrzunehmen, indessen schien bei der anderen Linie mit zunehmender Helligkeit eine äufserst geringe Verschiebung im Sinne einer Verminderung der Brechbarkeit stattzufinden. Wenn man aber auch dieser Beobachtung als einer zu unsicheren noch keine Beweiskraft zuschreiben will, so kann andererseits eine interessante Beobachtung, welche vor Kurzem Hr. Dr. J. J. Müller, Privatdocent und Assistent für Physik am hiesigen physiologischen Institut bei Gelegenheit anderer Untersuchungen gemacht hat, nicht wohl anders als durch die Annahme einer solchen asymmetrischen Verbreiterung der einen oder anderen der beiden Natronlinien erklärt werden.

Hr. Dr. Müller hat nämlich gefunden, dafs die Newton'schen Interferenzstreifen, welche in einer planparallelen und 5 Mllm. dicken Glasplatte bei einer Wegdifferenz von ungefähr 20000 Undulationen durch homogenes Natronlicht erzeugt werden, sich fast um den ganzen Abstand zweier Ringe verschieben, wenn die Intensität der Natronflamme durch Veränderung der Dampfmenge in der oben angegebenen Weise variirt wird. Mit dieser Verschiebung ist gleichzeitig bei wachsender Intensität eine Verminderung der Schärfe der Ringe bis zum vollständigen Verschwinden derselben verbunden, wie diefs durch die in der Verbreiterung der Linien ausgesprochene Verminderung der Homogenität des Lichtes nothwendig bedingt ist. *Die Gröfse und Richtung dieser Verschiebung deutet auf eine Verminderung der Brechbarkeit des Lichtes, welcher im Spectrum eine Verschiebung der einen oder anderen Natronlinie von höchstens $\frac{1}{200}$ bis $\frac{1}{100}$ ihres beiderseitigen Abstandes entsprechen würde.*

Man sieht hieraus, dafs diese Beobachtungsmethode für den Nachweis einer Asymmetrie der Linienverbreiterung eine aufserordentlich viel empfindlichere als die spectroskopische ist, solange man nicht durch Mangel an genügender Lichtmenge an der Anwendung derselben verhindert ist.

Ausführlicheres über diese Versuche wird übrigens Hr. Dr. Müller selber in einer demnächst erscheinenden besonderen Abhandlung mittheilen. Ebenso beabsichtige ich, die im Vorstehenden entwickelten Sätze in ihrer Anwendung auf die spectralanalytische Untersuchung der physischen Beschaffenheit der Himmelskörper, namentlich auf die Bestimmung der Druck- und Temperaturverhältnisse der Sonnenatmosphäre, besonders zu behandeln.

V. *Mineralogische Mittheilungen;* *von E. E. Schmid.*

1. Ueber Whewellit und verwandte Formen.

Die Verschiedenheit der Systeme, zu denen die längst bekannten Formen des Kalk-Oxalats gehören, klinorhombisch im Whewellite, tetragonal in den Pflanzenzellen namentlich der Cacteen, habe ich vor geraumer Zeit auf eine Verschiedenheit im Wassergehalte, entsprechend den Formeln $CaO + C_2O_3 + HO$, und $CaO + C_2O_3 + 3HO$ zurückgeführt und zugleich nachgewiesen, dafs klinorhombische Krystalle aus heifs gesättigten Lösungen in Salzsäure und Salpetersäure beim Abkühlen ausgeschieden werden [1]). Allein ich vermochte nicht, diese letzten Krystalle genau zu messen, und noch weniger sie in exacter Weise auf die Grundgestalt des Whewellites zu beziehen. Die von mir angegebene Abhängigkeit der Krystallform und des Wassergehaltes haben Souchay und Lenssen bestätig und weiter ausgeführt durch Bestimmung der Umstände, unter denen die wasserärmere, wie die wasserreichere Verbindung hervortritt [2]). Auch die klinorhombischen Krystalle gewinnen

1) s. Ann. der Chemie und Pharmacie v. Liebig, Wöhler und Kopp, Bd. 97, S. 225, ff. 1856.

2) Ann. der Ch. u. Phar. Bd. 100, S. 311.

sehr bald Bedeutung für den Inhalt der Pflanzenzellen, so gar eine vor den tetragonalen Krystallen vorherrschende, indem die vermeintlichen Kalkspath - Rhomboëder und Gyps spath-Zwillinge C. Schmidt's, Schleiden's, Schacht's und anderer Physiologen darauf gedeutet wurden. Holzner [1]) hat dieser Deutung durch genaue Messung eine sichere Unterlage gegeben: nach ihm ist die Rhomboëder-ähnliche Gestalt (siehe Fig. 9 und 10, Taf. II) combinirt aus einem klinorhombischen Prisma und einem der Orthodiagonalen parallelen Flächenpaare, in dessen zwei schärfsten Ecken je zwei Kanten — *a*, *a* — von 78° 19' 12",6 mit je einer Kante — *b* — von 74° 50' zusammenstofsen. Indem Holzner behauptet: »Diese Flächen (d. h. die Flächen dieser Combination) finden sich als Combinationsflächen auch am Whewellite« und ferner: »die klinorhombischen Krystalle des oxalsauren Kalkes, sowohl die mineralischen, als die in Pflanzenzellen vorkommenden (und wahrscheinlich auch die künstlich erzeugten), gehören zu ein und derselben Krystallreihe« hat er vollkommen recht; seine Behauptung ist jedoch weder ganz vollständig nachgewiesen, noch ganz bestimmt indem sie die Beziehung der künstlich erzeugten Krystalle dahin gestellt seyn läfst, und bei Ableitung der Flächen des vermeintlichen Rhomboëders der Physiologen aus der Brooke'schen Kerngestalt in seiner Fig. 2 die Flächen (*M*=) *T*, *M* und *P*, welche den Brooke'schen Flächen *m*, *x* und *c* oder 110, 011 und 101 entsprechen, nicht in *eine* Zone legt.

Indem ich die krystallographische Untersuchung des klinorhombischen Kalkoxalats mit dem früheren Material wiederhole, bediene ich mich eines als zuverlässig erprobten mikroskopischen Mefs-Instrumentes, welches hier in der Zeifs'schen Werkstätte nach meinen Angaben hergestellt wurde. Dafs die optische Axe des Mikroskops, an welchem das Ocular-Goniometer angebracht ist, eine senkrechte Lage gegen den Objectivtisch bewahrt, ist dabei als selbstver

1) Ueber die Krystalle in den Pflanzenzellen. Inaugural Abhandlung München 1864. — Separat-Abdruck aus der Flora. —



ständlich vorausgesetzt. Zur Einstellung auf die Kanten des zu messenden Krystallwinkels wird ein mit Parallellinien bezogenes Glas in den Ocularfocus eingesetzt; die Einstellung geschieht mit bloſser Hand durch Drehung des Ocular-Einsatzes im Tubus; der Drehungswinkel wird auf einem in ganze Grade getheilten Limbus gemessen, mittelst eines am Oculardeckel befestigten Zeigers, dessen vorderer Rand mit einer Nonieneintheilung versehen ist, die auf je 10 Minuten abzulesen erlaubt [1]). Der Werth sehr viel feinerer Ablesungen erscheint mir illusorisch gegenüber den Fehlern die daraus entspringen, daſs man die Fläche eines mikroskopischen Krystalls nicht willkührlich richten kann, sondern aus einer Mehrzahl derselben, die man übersieht, diejenigen herauswählen muſs, deren Flächen sich zufällig rechtwinklich gegen die Axe des Mikroskops befinden. Was hilft es z. B. mit Hülfe des Nonius einzelne Minuten abzulesen, wenn derselbe Winkel desselben Krystalls bei anscheinend gleicher Lage Unterschiede bis zu 6° und kaum unter 1° — wie Holzner [2]) wahrheitsgetreu berichtet — ergab. Die Angabe mikroskopisch gemessener Winkel bis auf einzelne Minuten beruht vorläufig auf lediglich arithmetischer Ermittelung.

Die Krystalle des klinorhombischen Kalkoxalats, um die es sich hier handelt, sind übrigens recht eigentlich mikroskopische, indem ihr längster Durchmesser im Mittel etwa $0^{mm},03$ beträgt. Dieselben zeigen einen unverkennbar klinorhombischen Habitus; alle (s. Fig. 11 und 12, Taf. II) lassen zwei schiefe Prismen x und m erkennen und ein der Orthodiagonale paralleles Flächenpaar c; gewöhnlich so, daſs die Flächen x, x' verwalten und mit den Flächen m, m' auch nicht nahezu in einem Punkte zusammenstoſsen, sondern eine längere Kante zwischen sich haben (s. Fig. 13). Mitunter tritt zu diesen Flächen noch das klinodiagonale

1) Hr. Zeiſs liefert jetzt einen Limbus von 95^{mm} Durchmesser und ein mit Noniuszeiger und liniirter Glasplatte versehenes Okular in jedes ihm zu diesem Zwecke zugesandtes Mikroskoprohr zum Preise von 10 Thlr.

2) Holzner a. a. O. S. 14.

Flächenpaar *b* hinzu (s. Fig. 14 und 15, Taf. II). Nicht selten sind Zwillingskrystalle und zwar von zweierlei Art; Juxtapositions- und Durchkreuzungszwillinge (Fig. 16 und 17), denen jedoch beiden die Fläche *c* gemeinschaftlich ist. Den Flächenwinkel (*A* Fig. 11) zwischen den Kanten von *c* mit *x* oder *m* fand ich im Mittel von 25 Messungen, welche zwischen den Gränzen 69° 10′ und 71° 40′ liegen, 70° 21′. Dieser Werth ist beträchtlich kleiner, als der früher von mir angegebene, nämlich 75°. Dabei ist das frühere Maafs nicht sowohl absolut falsch, als es vielmehr auf der Vernachlässigung des Umstandes beruht, dafs die Flächen *x* und *m* und demzufolge die Kanten zwischen ihnen etwas gekrümmt sind, daher auch der spitze Flächenwinkel (*A*) mit dem stumpfen auf der Fläche *c* stets eine Summe geben etwas gröfser, als 180°, wie es Fig. 18 zeigt. Fixirt man einen Krystall, der sich zufällig nahezu in der Lage von Fig. 12 darbietet — genau wird auch der Zufall diese Lage kaum einmal zeigen —, so stellt sich der Winkel (*B*, Fig. 12 Taf. II) zwischen den auf den Objectivtisch projicirten Kanten *x* (*m* und *x*) *m′* zu nahe 63° dar, und die Kanten *m′* (*m′* und *x′*) *x′* schneiden sich unter einem Winkel (*C*, Fig. 12) über 70°.

Diese Maafse gestatten eine Beziehung zu den von Brooke für den Whewellit gegebenen, wie sie durch die Buchstabenbezeichnung bereits angedeutet ist. Der vorhin mit *A* bezeichnete Winkel, den die Kanten von *m* — 110 — oder *x* — 011 — auf der Fläche *c* — 101 — einschliefsen, beträgt zwar nicht 70° 21′, sondern 71° 36′, allein dieser an und für sich geringfügige Unterschied kann wenig stören aus doppeltem Grunde. Zuerst nämlich ist seine Messung an den künstlichen Krystallen wegen Krümmung von Flächen und Kanten nicht genau zu ermöglichen und dann könnte ja auch in der einmaligen Messung der Whewellitkrystalle noch ein Fehler liegen. Die vorhin mit *B* und *C* bezeichneten Flächenwinkel betragen, aus Brooke's Messungen berechnet, 63° 48′ und 72° 41′.

Die Zwillingsbildungen kommen auf das gleiche Gesetz

hinaus der Zusammensetzung parallel der Fläche *c*. Die Juxtapositionszwillinge (s. Fig. 16, Taf. II) bietet auch der Whewellit; die Durchkreuzungszwillinge (s. Fig. 17) sind den künstlichen Krystallen eigenthümlich.

Endlich die gewöhnliche, in Fig. 13 dargestellte Form der künstlichen Krystalle ist nach Holzner auch in den Pflanzenzellen häufig zu finden. Holzner's Fig. 19 bis 22, entsprechend Vorkommnissen in *Citrus medica, Crataegus oxyacantha, Strychnos nux vomica, Robinia pseudacacia Tectonia grandis* und vielen anderen Pflanzen stellen dieselbe Combination und nahe denselben Habitus dar. Diese letzten Figuren Holzner's sind frei von dem Zeichnen-Fehler, der in seiner Fig. 2 begangen ist.

2. Ueber Desmin.

Wenn man die Formel:

$$\left(\begin{matrix} CaO \\ NaO \end{matrix} + SiO_3\right) + (Al_2O_3 + 3SiO_3) + 6HO$$

für den Desmin annimmt, so hat man sich unmittelbar nur auf einige wenige unter der Mehrzahl von Analysen zu berufen, indem zwar die Monoxyde und Sesquioxyde im Aequivalentverhältnisse von 1 : 1 auftreten, die Kieselsäure aber zu den Basen gewöhnlich in einem geringeren Verhältnisse vorkommt, als in dem von 3 : 1. Diese Abweichung von der als normal angenommenen Zusammensetzung kann auf Fehler der Analysen oder ihrer Berechnung nicht wohl zurückgewiesen werden; ihre Erklärung ist vielmehr durch das häufige Zusammen-Vorkommen des Desmin mit anderen Zeolithen, die man, wie ihn, schematisch als Feldspath-Hydrate ansehen kann. Der nachstehende Fall erscheint vorzüglich geeignet, die Erklärung im letzten Sinne zu rechtfertigen. Er betrifft ein Vorkommen von Stromöe. Von einer etwa 5^{cm} dicken Platte waren wiederholt Stücke abgeschlagen worden, um zu Uebungs-Analysen zu dienen und hatten fast jedesmal einen verschiedenen Kieselsäuregehalt zwischen 52 und 55 Proc. ergeben. Dieser Umstand veranlaſste mich zu genauerer Untersuchung. Dieselbe stellte

dann bald heraus, dafs diejenigen Strahlenbündel, welche von der ebeneren Begränzungsfläche ausgehen, und diejenigen, welche von der grubigen ausgehen, schon im Habitus verschieden sind. Die ersten sind blätterig strahlig, schimmernd, durchscheinend, blafsröthlich, die anderen feinstrahlig, matt, fast undurchsichtig, weifs. Beiderlei Strahlenbündel stofsen in der Mitte zusammen, nur selten einen Zwischenraum zwischen sich lassend, häufig deutlich in einander übergreifend, so dafs sich die einzelnen Strahlen kreuzen; wo das Letzte der Fall ist, erweisen sich die blättrig-strahligen Bündel deutlich als die später gebildeten, indem sie an den feinstrahligen entweder abstofsen, oder die Zwischenräume zwischen ihnen ausfüllen. Aufser diesen Strahlenbündeln finden sich in der Platte auch noch, obwohl sehr selten, rhomboëdrische, perlmutterglänzende Tafeln (Stilbit). Die bisher untersuchten Probestücke waren der mittleren Parthie entnommen, in welcher die beiderlei Strahlenbündel, d. i., wie sich nachher zeigen wird, Desmin und Mesolith zugleich Theil haben. Indem ich den blättrig-strahlenden Theil mechanisch aussonderte, erhielt ich ein homogenes Material von der Dichte 2,16 und Härte 3,5; in der Löthrohrflamme faserte es sich auf und schmolz unter Krümmung der Fasern leicht zu einem trüben Glase; das Glühlicht war gelb; grobe Brocken waren nach zweitägigem Liegen in Salzsäure trübe geworden, sonst wenig angegriffen; feines Pulver wurde von Salzsäure bei vorsichtiger Erwärmung klar aufgelöst; die Lösung gelatinirte nach einiger Zeit.

Feines Pulver im Wasserbade getrocknet ergab die folgende Zusammensetzung:

		Sauerstoff	
Kieselsäure	56,879 Proc.	30,334	11,695
Thonerde mit einer Spur von Eisenoxyd	16,698	7,781	3
Kalkerde	7,694	2,198	0,991
Talkerde	0,028	0,011	
Natron	1,389	0,362	
Wasser	17,245	15,331	5,911
	99,933.		

Diefs entspricht sehr vollkommen der Desmin-Formel. Ich bemerke noch, dafs bei Berechnung der Sauerstoffgehalte die neueren Atomzahlen [1]) angewendet sind. Am gröfsten ist die Abweichung für den Wassergehalt. Ihm habe ich noch eine besondere Aufmerksamkeit zugewendet. Bei gewöhnlicher Temperatur verliert Desminpulver auch nach längerem Verharren unter einem trocknen Luftstrom nur sehr wenig Wasser; nach 9stündiger Dauer des Versuches betrug der Verlust 0,430 Proc. So bleibt das Verhalten bis zum gewöhnlichen Siedepunkt; ist er aber erreicht, dann beginnt Wasser dem Luftstrom zu folgen; dasselbe betrug nach 5 Stunden 1,634 Proc.; bei Temperatur über dem Siedepunkt nimmt der Betrag rasch zu. Meine Beobachtungen gehen zwar über etwa 110° C. nicht hinaus, befinden sich jedoch durchaus im Einklang mit denen Damour's [1]).

Ein anderes Zeolithstück, dessen Fundort Vagöe, von gleichem Habitus, gleicher Härte und Dichte, gleichem Löthrohrverhalten wie das vorige, ergab folgende Resultate:

		Sauerstoff	
Kieselsäure	56,300 Proc.	30,025	10,962
Thonerde	17,633	8,217	3
Kalkerde	7,497	2,142	
Talkerde	0,051	0,020	0,989
Natron	2,094	0,546	
Wasser	17,362	15,435	5,635
	100,937.		

Das feine Pulver war, wie vorhin, vor der Analyse im Wasserbade getrocknet worden und hatte defshalb nicht mehr seinen vollen Wassergehalt. Es verliert nämlich unter einem trockenen Luftstrom schon bei gewöhnlicher Temperatur etwas und beim Siedepunkt reichlich Wasser; bei

1) Sauerstoff-Gehalt in:

Kieselsäure	53,33 Proc.
Thonerde	46,60 »
Kalkerde	28,57 »
Talkerde	40,00 »
Natron	20,065 »

2) *Ann. de chim. et de phys.* 3. *sér.*, *tom.* 53, *p.* 442.

gewöhnlicher Temperatur betrug der Gewichtsverlust nach 9stündiger Dauer 0,184 Proc. und beim Siedepunkte nach 5stündiger Dauer 1,822 Proc.

Diese Zusammensetzung weicht demnach nur wenig und nur bezüglich der Kieselsäure von der normalen des Desmins ab; sie nähert sich aber schon derjenigen des vorhin erwähnten Gemenges von Desmin mit Mesolith.

Um dieselbe Zusammensetzung herum schwanken die meisten untersuchten Desmine und sind deſshalb als gemengt mit etwas Mesolith oder auch einem anderen fasrigen Zeolith von niedrigem Kieselsäure-Gehalt anzusehen. Das Verhältniſs zwischen Natron und Kalkerde gewährt für weitere Erwägungen wenig Anhalt; es erscheint auch bei den Desminen von normaler Zusammensetzung veränderlich. Mehr Berücksichtigung würde der Wassergehalt verdienen, wenn seine Bestimmung gleichmäſsiger und damit zuverlässiger wäre, wenn bei allen Untersuchungen das hygroskopische Wasser ganz beseitigt und mit dem chemisch gebundenen das Krystallwasser ganz erhalten wäre. Bei alledem ist die Formel

$$\left(\begin{matrix}CaO\\NaO\end{matrix}\right\} + SiO_3\Big) + (Al_2O_3 + 3SiO_3) + 6HO$$

als der quantitativ richtige Ausdruck für den chemischen Bestand des Desmins anzusehen, vorbehaltlich der Umschreibung, welche sich mit Rücksicht auf die Scheidung des Wassers im Krystall- und Constitutions-Wasser und auf die mehr und mehr als unabweislich sich darstellenden neueren Ansichten über die Bildung der Salze nöthig machen werden.

3. Ueber Mesolith.

Obgleich Fuchs [1]) in seiner ersten Abhandlung über den Mesolith die Charakteristik desselben vollständig gegeben hat, so gab die Aehnlichkeit seiner Krystallisation mit der des Scolezits und die Stellung seiner chemischen Zu-

1) Schweigger, Neues Journal für Chemie und Physik, Bd. 18, S. 16 ff. 1861.

sammensetzung zwischen der des Skolezits und des Natroliths doch zu vielfachen Zweifel an der Selbstständigkeit desselben Anlafs. Und trotzdem neuerdings Des Cloizeaux [1]) wenigstens für einige Vorkommnisse die specifische Selbstständigkeit desselben nicht nur krystallographisch, sondern auch optisch nachgewiesen hat, haben diese Zweifel doch auch in der neuesten Auflage [2]) von Naumann's Elementen der Mineralogie Ausdruck gefunden.

Die nachfolgenden drei Untersuchungen dürften der Ansicht von der specifischen Selbstständigkeit des Mesoliths eine Stütze gewähren. Sie betreffen zwei Vorkommnisse (I und II), für welche ich nur im Allgemeinen als Fundort Island angegeben finde, ein drittes (III) von Stromöe.

Das isländische Vorkommen (I) ist ein Stück einer etwa 5^{cm} starken Auskleidung eines gröfseren basaltischen Hohlraums, bestehend aus mäfsig divergirenden Strahlenbündeln, die in freien Krystallen enden. Die Dicke der einzelnen Krystalle beträgt jedoch nur selten über 1^{mm} und häufig unter $0,5^{mm}$. Eine Messung war daher nur mikroskopisch möglich; ich führte dieselbe mittelst eines Zeifs'schen Ocular-Goniometers aus, dessen Beschreibung ich weiter oben beim Whewellite gab. Die Krystalle (s. Fig. 11, Taf. II der Figuren) sind Prismen, deren Kanten etwa $1\frac{1}{2}$ Grade vom Rechten abweichen; die schärfere Prismenkante ist gewöhnlich schmal abgestumpft; auf den Prismen sitzen flache Pyramiden auf, jedoch nicht gerade, sondern so dafs Prismenkanten und Kanten zwischen Prismen- und Pyramiden-Flächen sich unter Winkeln schneiden, die etwa $\frac{1}{2}$ Grad vom Rechten abweichen; die Pyramiden-Flächen oder die Flächen der zwei schiefen Prismen, aus denen sie sich zusammensetzen, sind sehr ungleichmäfsig entwickelt; Prismen- und Pyramiden-Flächen sind stark gestreift, bis gefurcht. So beschreibt bereits Fuchs die Krystalle des Mesoliths; das schliefst sich an G. Rose's [3]) und Des

1) Des Cloizeaux, *Manuel de minéralogie tom.* 1 *p.* 388. *Paris* 1862.
2) 1868.
3) Diese Annalen Bd. 28, S. 424.

Cloizeaux'[1]) Messungen an; nur die von Rose gerade an isländischen Mesolith-Vorkommnissen als charakteristisch bemerkte Zwillingsbildung mit dem orthodiagonalen Hauptschnitt als Zusammensetzungs-Fläche fehlt. Die in Untersuchung genommenen Krystalle bieten übrigens die sehr einfache Combination ∞P. ∞Pa, $+P$, $-P$. Das isländische Vorkommen (II) und das Vorkommen von Stromöe (III) sind sehr feinstrahlig und fast durchweg ohne freie Enden. Das Vorkommen von Stromöe ist das oben erwähnte, mit Desmin verbundene.

Die Härte des isländischen Vorkommens (I) ist 5 und eher etwas darüber, als darunter —, die der beiden anderen ist entschieden niedriger; doch möchte ich darin keinen wesentlichen Unterschied finden, sondern nur eine Folge der feinfaserigen Krystallisation.

Die Dichte ist bei I und II 2,18, bei III 2,16; doch ist die Bestimmung nur mittels der Nicholson'schen Senkwaage vorgenommen. Unter einem trocknen Luftstrom von gewöhnlicher Temperatur verliert das feine Pulver von I, II und III sehr wenig Wasser, nämlich 0,138, 0,136 und 0,129 Proc., welches als hygroskopisch anzusehen seyn wird, und auch beim Siedepunkt steigert sich dieser Verlust in contrastirender Weise gegen den Desmin nicht beträchtlich, nämlich nur auf 0,407, 0,579 und 0,691 Procente, die man ohne Bedenken dem Constitutionswasser zufügen kann. Ueber dem Siedepunkte nimmt der Wasser-Verlust von Grad zu Grad zu. Schon bei schwacher, halbstündiger Rothgluth verflüchtigt sich alles Wasser, im Betrage beziehlich von 12,943, 13,190 und 13,355 Procenten.

Grobe Splitter in concentrirter Salzsäure eingelegt, zeigen sich bereits nach zwei Tagen deutlich angegriffen; sie opalisiren, quellen auf und umgeben sich mit Gallerte.

Vor dem Löthrohr blättern sich auch sehr dünne Splitter auf, und die aufgeblätterten Fasern schmelzen leicht zu einem trüben Glase; das Glühlicht ist gelb.

Das zur quantitativen Analyse bestimmte Pulver war

1) Dessen *Manuel de minéralogie t.* 1, *p.* 388.

beim Siedepunkt getrocknet worden und hatte defshalb etwas mehr als das hygroskopische Wasser verloren. Die Resultate der Analysen sind im Folgenden zusammengestellt.

Procentische Zusammensetzung.

	Island I	Island II	Stromöe III
Kieselsäure	46,583	47,133	47,404
Thonerde mit einer Spur Eisenoxyd	27,566	26,520	27,049
Kalkerde	9,105	10,365	9,163
Talkerde	0,076	0,025	0,058
Natron	3,638	4,501	4,689

Sauerstoff-Gehalte.

	Island I	Island II	Stromöe III
Kieselsäure	24,842	25,136	25,281
Thonerde	12,845	12,358	12,605
Kalkerde	2,602	2,961	2,618
Talkerde	0,030	0,010	0,023
Natron	0,948	1,173	1,222

Sauerstoff-Verhältnisse.

	Island I	Island II	Stromöe III
Kieselsäure	5,802	6,102	6,107
Thonerde	3	3	3
Monoxyde	0,836	1,006	0,919

Berechnung des Constitutionswassers aus den Monoxyden.

	Island I	Island II	Stromöe III
$\frac{1}{m}$	0,265	0,283	0,316
$3 - \frac{1}{m}$	2,735	2,717	2,684
Wasser in Proc.	13,174	12,591	12,687.

Das Verhältnifs der Bestandtheile mit Ausschlufs des Wassers ist genügend einfach und schliefst sich an das Schema der Labradorformel befriedigend genau an. Wenn das deutlich krystallisirte Vorkommen I am meisten abweicht, so steht das mit dem Umstand in Verbindung, dafs die Innenseite der davon ausgekleideten Caverne von einer lehmartigen Masse bestäubt oder überzogen war, die sich nicht ganz abputzen liefs und jedenfalls einen Ueberschufs von Thonerde einführte. Der Wassergehalt ist unter den drei neuen Vorkommnissen ebenso wenig gleichmäfsig wie unter

den früheren. Er ist es ja überhaupt, der die Einfachheit der aufzustellenden Formel stört, und von chemischer Seite Zweifel gegen die specifische Selbstständigkeit des Mesoliths angeregt hat. Schon Fuchs [1]) hat bemerkt, dafs sich der Wassergehalt nach dem Natron und Kalkerdegehalt richtet und die Mischung des Mesoliths von der Art ist, dafs man annehmen könne, »er sey aus Skolezit und Natrolith als näheren Bestandtheilen gebildet.« Dieselbe Annahme hat sich im mechanischen Sinne mehrfach wiederholt. Rammelsberg [2]) deutete sie als isomorphe Mischung und gab ihr einen genauen Ausdruck, den er jedoch gegenwärtig [3]) wieder zurückgestellt zu haben scheint. Unter dieser Annahme mufs, wenn der Sauerstoff des Natrons $\frac{1}{m}$ von demjenigen der gesammten Monoxyde ist, der Wassergehalt mit $3 - \frac{1}{m}$ Mischungsgewichten eintreten oder die Formel ist:

$$\left.\begin{matrix} 2\left(1-\frac{1}{m}\right)\dot{C}a \\ \frac{2}{m}\,\dot{N}a \end{matrix}\right\} \dddot{Si} + \dddot{Al}_2\dddot{Si}_3 + 2\left(3-\frac{1}{m}\right)\dot{H}.$$

Nach dieser Formel ist in obiger Formel der Wassergehalt berechnet, und zwar mit sehr befriedigender Annäherung an die Beobachtung. Jedenfalls nähert man sich mit ihr der Erfahrung viel näher an, als mit der von Rammelsberg bevorzugten, wonach Skolezit und Mesolith dem gleichen Zusammensetzungsschema angehören. Mag endlich der Isomorphismus von Stoffen, deren Zusammensetzungsschema wesentlich verschieden ist, dahingestellt bleiben: jedenfalls findet die Annahme einer blos mechanischen Verwachsung von Skolezit und Natrolith zu Mesolith in der eben vorgelegten Beobachtung keine Stütze.

1) Schweigger, Neues Journ. für Phys. und Chem. B. 18, S. 22.
2) Rammelsberg, Handbuch der Mineralchemie 1860, S. 799.
3) Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft, 1869. S. 121.



VI. *Ueber die Erkaltung und Wärmeleitung in Gasen; von Dr. Friedrich Narr.*

(Eine vom Hrn. Verf. übersandte Habilitationsschrift, München 1870.)

I.
Einleitung.

Der Vorgang der Erkaltung eines erwärmten Körpers in einem kälteren Medium gehört zu den eminentesten Problemen der Physik, da er an sich schon ein hohes Interesse darbietet, das aber noch im bedeutendsten Maafse durch seine Abhängigkeit und seinen Zusammenhang mit einer grofsen Reihe von Erscheinungen gesteigert wird, die gröfstentheils offene Fragen genannt werden müssen: seine Lösung würde also auch über diese indirecten Aufschlufs ertheilen, die nur sehr schwer in directer Weise angreifbar erscheinen. Dem entsprechend müssen die allgemeinen Gesetze der Erkaltung in hohem Grade complicirt, und die Erforschung derselben äufserst zeitraubend und schwierig seyn, da alle einzelnen sie beeinflussenden Umstände sorgfältig auszuscheiden und so isolirt zu studiren wären. In der That ist auch bisher noch kein Versuch zu diesem grofsartigen Unternehmen gemacht worden, sondern man begnügte sich damit, dieses Phänomen unter gewissen einfachen Verhältnissen der Beobachtung und Discussion zu unterwerfen.

Die ersten theoretischen Betrachtungen über diese Gesetze finden sich bei Newton [1]), der *a priori* annahm, dafs ein erwärmter Körper, der einer constanten Erkaltungsursache, z. B. der Wirkung eines gleichförmigen Luftstromes, ausgesetzt sey, in jedem Augenblicke eine Wärmemenge verlieren müsse, die seinem Temperaturexcesse über die erkaltende Umgebung proportional sey, woraus er sofort den Schlufs zog, dafs bei einem fortgesetzten Erkaltungsprocesse die Temperaturexcesse jenes Körpers über die

1) *Neutoni Opuscula, Tom. II, p.* 423.

Umgebung in einer geometrischen Reihe abnehmen müssen, wenn die Abkühlungszeiten in einer arithmetischen Reihe wachsen. Er begnügte sich jedoch nicht damit, diese Annahme einfach zu postuliren, sondern bestrebte sich auch durch eine Reihe von Versuchen, derselben die nöthige experimentelle Stütze zu verleihen. Die Ergebnisse derselben schienen ihm eine befriedigende Bestätigung seiner Ansicht darzubieten. Diese einfache Annahme nun, die man in Folge dessen das Newton'sche *Gesetz des Erkaltens* genannt hat, wurde später vielfach der Untersuchung unterworfen [1]). Die Einen glaubten ihren Resultaten den Schlufs entnehmen zu müssen, dafs dasselbe ganz zu verwerfen, oder doch auf gewisse Temperaturgränzen einzuschränken sey; Andere dagegen, so Lambert in seiner *Pyrometrie*, vertraten dasselbe, indem sie es für vollkommen theoretisch gerechtfertigt und mit der Erfahrung übereinstimmend ansahen. Ich glaube diese Arbeiten mit vollem Rechte übergehen zu dürfen, da die damit verknüpften Versuchsreihen in keiner Weise diejenige Schärfe der Methode besafsen, die für die Entscheidung einer so delicaten, von einer grofsen Anzahl störender Umstände beeinflufsten Frage unerläfslich seyn dürfte.

Die ersten genaueren und ausführlicheren Untersuchungen verdanken wir der bekannten Preisschrift von Dulong und Petit [2]); da feste Körper durch ihre ungleiche Leitungsfähigkeit eine Complication herbeiführen würden, die das vorliegende Problem unlösbar machte, so beschränkten sie sich auf die Ermittelung der Erkaltungsgesetze von Flüssigkeiten, da nur bei diesen die Annahme zulässig erscheint, dafs die Temperatur derselben an allen Punkten ihrer Masse in jedem Augenblicke genau die nämliche sey. Ihre Forschungen bezogen sich auf die Aenderungen, welche

1) Gehler's physik. Wörterbuch, 2. Aufl. Bd. X. 1. Artikel Wärme S. 433 ff.

2) *Dulong et Petit, Recherches sur la mesure des températures et sur les lois de la communication de la chaleur. II. Partie. Ann. de chim. et de phys. Tome VII*, p. 225, 337.

die Erkaltungsgeschwindigkeit eines derartigen Körpers mit seiner Masse und Natur, mit der Gröſse und dem Emissionsvermögen seiner Oberfläche, ferner mit seiner Temperatur und der Temperatur der Erkaltungshülle, endlich mit der Natur, dem Drucke und der Temperatur des ihn umgebenden Gases erfährt. Ihre Resultate führten sie zu dem Schlusse, daſs das Newton'sche Gesetz ganz inexact sey; sie suchten daher dasselbe durch ein anderes zu ersetzen, dem sie im Einklange mit ihren Beobachtungsdaten die mathematische Form gaben:

$$v = K \{ m \, . \, a^{\vartheta} (a^{t} - 1) + n \, . \, p^{c} \, . \, t^{1,233} \}$$

worin v den Totalausdruck für die Erkaltungsgeschwindigkeit irgend eines Körpers von der Temperatur $t + \vartheta$ in einer Erkaltungshülle von der Temperatur ϑ in Berührung mit einem Gase unter dem Drucke p, ferner K, m, n Coëfficienten bedeuten, von denen ersterer von der Masse, Gröſse der Oberfläche und Natur des erkaltenden Körpers, der zweite von der Natur seiner Oberfläche, endlich der letzte von der Natur des umgebenden Gases abhängt, während c eine von einem Gase zum andern sich ändernde Gröſse, und endlich a eine Constante $= 1,077$ darstellt: der erste Theil dieser Formel drückt demnach die Erkaltungsgeschwindigkeit im leeren Raume, der zweite dagegen den Erkaltungseffect des umgebenden Gases aus.

Diese Ergebnisse, welche Dulong und Petit im Jahre 1818 der französischen Akademie vorlegten, erfuhren nach fast 30 Jahren eine theilweise Bestätigung und Vervollständigung durch de la Provostaye und Desains [1]). Was den ersten Punkt betrifft, so beschränkten sich diese beiden Forscher darauf, neben der bloſsen Strahlung noch die Gesetze der Erkaltung in atmosphärischer Luft zu controliren; indem sie sich hiebei fast der nämlichen Apparate und ganz ähnlicher Beobachtungs- und Berechnungs-Methoden bedienten, zeigte sich, daſs das oben formulirte Gesetz auch

1) *De la Provostaye et Desains, Mémoire sur le rayonnement de la chaleur. Ann. de chim. et de phys.* (3) *Tome XVI, p.* 337.

ihre Beobachtungsresultate ziemlich gut darstellte, so lange das Thermometer, welches die erkaltende Flüssigkeit enthielt, eine gläserne oder geschwärzte Oberfläche besafs; sobald aber letztere metallisch wurde, trat eine Variation des Coëfficienten m mit der Temperatur ein, wobei zugleich die absolute Gröfse der erkaltenden Wirkung der Luft ein wenig erhöht erschien. Ihre weiteren Forschungen ergaben, dafs die Dimensionen des Erkaltungsraumes auf die Erkaltungsgesetze in der Luft von Einflufs seyen, während die Aenderung des Emissionsvermögens desselben nur den numerischen Werth des Coëfficienten m influirte. Abgesehen davon, dafs diese Controlversuche sich nur auf einen Theil der früheren Forschungen, insbesondere aber nicht auf das Verhalten der verschiedenen Gase erstreckten, ist darin überhaupt weniger eine Controle der Exactheit der Methode, als der Beobachter enthalten, da etwa in der Versuchsanordnung liegende Fehler zum gröfsten Theile auch wieder in die neue Untersuchung eingeschlossen seyn mufsten.

Was nun die oben angegebene, durch die beiden letztgenannten Physiker mit Correctionen versehene Formel angeht, so fufst dieselbe auf gewissen theoretischen Grundanschauungen, die gegenwärtig wohl begründeten Zweifeln unterliegen dürften; ich will hier jedoch nicht auf dieselben eingehen, da der Zweck der vorliegenden Arbeit ihnen ferne liegt. Der experimentelle Theil derselben wird uns genügenden Aufschlufs über die Zuverlässigkeit der jener Formel zu Grunde liegenden Versuchsdata ertheilen.

Aus Anlafs einer beabsichtigten Untersuchung über die Aenderung der specifischen Wärme mit der Temperatur, wozu sich die Erkaltungsmethode in ausgezeichnetster Weise eignen würde, habe ich mich nämlich im Laufe des verflossenen Winters ebenfalls andauernd mit der Frage der Erkaltung beschäftigt, und insbesondere die Methode und Apparate der vorgenannten Physiker einer genauen Controle unterworfen; ich bediente mich hiebei der von Hrn. Prof. von Jolly angegebenen Quecksilberluftpumpe, die bei

richtiger Behandlung eine aufserordentliche Verdünnung — der damit exantlirte Raum gestattet keinen Durchgang der Elektricität mehr — erreichen und etwa vorhandene Feuchtigkeit noch in Minimaltheilen mit gröfster Schärfe erkennen läfst. Das Resultat meiner monatelangen Bemühungen ging schliefslich dahin, dafs die von jenen Forschern angewandten Apparate und Methoden bedenkliche Fehlerquellen einschliefsen, die eine vollständige Entstellung der Ergebnisse zur Folge haben müssen.

Um diesen Vorwurf näher zu begründen und meine Erfahrungen hierüber darzulegen, will ich in Kürze den Apparat und die Methode beschreiben, deren sich Dulong und Petit bei der Untersuchung des Erkaltungsprocesses bedienten [1]). Als erkaltenden Körper wählten sie ein Quecksilberthermometer mit einem solchen Gefäfsvolumen, dafs die Temperatursenkungen desselben mit Präcision zu beobachten waren; dasselbe wurde über freiem Feuer passend erhitzt und dann in den folgenden Erkaltungsraum eingesetzt. Derselbe bestand aus einem dünnwandigen Ballon von Kupfer, der an seiner inneren Fläche mit Rufs geschwärzt und mittelst Holzstäben in einem mit Wasser gefüllten Gefäfse von Holz befestigt war: die Temperatur dieses Wassers wurde durch Dampf, den man durch eine Röhre einströmen liefs, beliebig erhöht und constant erhalten. Der eben genannte Ballon hatte an seiner oberen Seite einen metallischen Hals, dessen Rand sorgfältig abgeschliffen war; auf diesem wurde bei den Versuchen eine ebenfalls gut abgeschliffene Glasplatte luftdicht befestigt, die zwei seitliche und eine mittlere Durchbohrung hatte, in welch letzterer das Thermometer durch einen Kork so befestigt war, dafs das Gefäfs desselben sich gerade in der Mitte des Ballons befand. War so das Thermometer eingesetzt, so wurde über den Stiel desselben eine Glasglocke gestürzt, welche auf der Glasplatte eben abgeschliffen war und oben durch eine Metallfassung mit Hahn vermittelst

1) *Dulong et Petit*, l. c. p. 238 *ff.*

eines Bleirohres mit einer Luftpumpe in Verbindung stand: die beiden seitlichen Oeffnungen der Glasplatte dienten dazu, die Communication zwischen der Luftpumpe und dem Ballon herzustellen. Der Gang der Untersuchung war nun folgender. Nachdem das umgebende Wasser auf die gewünschte Temperatur gebracht, das Thermometer bis nahezu 350° C. erhitzt und in den Ballon eingeführt war, wurde die Glocke rasch über die Glasplatte gestürzt, befestigt, und nun der ganze Apparat bis auf nahezu 2^{mm} Druck ausgepumpt; dann wurde der Hahn der Metallfassung geschlossen und die Beobachtung bei ungefähr 300° begonnen. Sollten die Erkaltungsgesetze, statt im Vacuo, in Gasen ermittelt werden, so wurde nach der vorigen Operation noch einmal mit dem betreffenden Gase ausgepumpt, dasselbe dann in der erforderlichen Quantität eingelassen, und der Hahn geschlossen, worauf die Beobachtung bei ungefähr 250° begann. Der Einflufs der kleinen, bei den Versuchen im Vacuo zurückbleibenden Luftmenge wurde nach der Formel corrigirt, die sich aus den Versuchen über die Erkaltung in atmosphärischer Luft von verschiedener Dichte ergeben hatte. Nachdem ich so das Verfahren von Dulong und Petit in Kürze beschrieben habe, will ich nun vor Allem einige der Bedenken berühren, die man auch ohne erneute Versuche gegen dasselbe geltend machen könnte.

Vor Allem scheint mir die Bedeckung der Innenseite des Ballons mit Rufs in keiner Weise eine Garantie für die Unveränderlichkeit ihrer Oberfläche zu bieten, indem sich derselbe sehr leicht abstöfst, und zwar meinen Erfahfahrungen nach in um so höherem Grade, je weiter die Austrocknung desselben voranschreitet; wenn nun auch aus den Beobachtungen von de la Provostaye und Desains kein Schlufs von einiger Wahrscheinlichkeit über die Gröfse und den Sinn des hieraus entstehenden Fehlers gezogen werden kann, so scheinen mir diese doch so viel darzuthun, dafs die strenge Vergleichbarkeit verschiedener Versuchsreihen dadurch in Frage gestellt wird. Ferner scheint es mir unzweifelhaft, dafs der Zweck, die Erkaltungshülle wäh-



rend der ganzen Dauer eines Versuches auf constanter Temperatur zu erhalten, durch das von Dulong und Petit gewählte Mittel nicht erreichbar sey: bei dieser Art von Versuchen handelt es sich gerade darum, daſs die an die Hülle abgegebene Wärme sofort vernichtet werde, was nur durch den innigen Contact derselben mit Massen zu ermöglichen ist, die in einer Aggregatzustandsänderung begriffen sind, indem sich hiebei jede zugeführte Wärme in innere Arbeit verwandelt. — Schlieſslich will ich noch auf ein Bedenken aufmerksam machen, welches mir das ernsteste der unmittelbar zu erhebenden zu seyn scheint; dasselbe bezieht sich nämlich auf die Communication des Ballons mit der Glasglocke durch die beiden Seitenöffnungen der Glasplatte, zweier Räume, deren schlieſsende Oberflächen ganz differente Temperaturen besaſsen. Abgesehen von den Fehlerquellen, die auch im Vacuo hieraus erwachsen, brauche ich wohl nur auf die Gasströmungen, die hierdurch eingeleitet werden und dem eigentlichen Erkaltungsprocesse ganz fremd sind, ihn aber sicher bedeutend beeinflussen, hinzuweisen, um die volle Bedeutsamkeit des daraus resultirenden Fehlers vor Augen zu führen. De la Provostaye und Desains haben denselben durch eine kleine Modification des Apparates vermieden; da aber ihre Untersuchungen gerade das Verhalten der verschiedenen Gase nicht der Controle unterstellten, so konnten sie seinen Einfluſs nicht erkennen: er scheint mir vollkommen genügend zu seyn, um die Nothwendigkeit einer neuen Untersuchung zu rechtfertigen.

Nachdem ich nun diese unmittelbaren Bedenken, denen man übrigens noch einige anreihen könnte, angedeutet habe, will ich zur Besprechung einiger Punkte übergehen, die mir die genauere Beschäftigung mit dem hier behandelten Gegenstande in unzweideutiger Weise aufgeklärt hat. Um nämlich die Versuchsanordnung von Dulong und Petit zu controliren, zugleich aber den letztgenannten Fehler zu vermeiden, bediente ich mich eines ähnlichen Apparates, wie de la Provostaye und Desains; ich nahm nämlich als

Erkaltungshülle eine auf ihrer inneren Fläche berufste Kugel von Messing, die oben durch einen messingenen Deckel vermittelst eines Schraubengewindes verschlossen war: durch eine centrale Oeffnung desselben war das Thermometer mittelst eines Korkes in dieselbe eingesetzt, während eine kurze seitliche Röhre mit einem Hahne die Communication mit der Luftpumpe ermöglichte. Nachdem dieser Apparat so zusammengesetzt und vermittelst Wachs vollkommen luftdicht gemacht worden war, untersuchte ich, da Regnault bei seinen Versuchen über die specifische Wärme von Flüssigkeiten die Wahrnehmung gemacht, dafs berufste Räume sehr schwer auszutrocknen sind, zunächst diesen Punkt, indem ich ein Glasrohr zwischen den Apparat und die Luftpumpe einschaltete. Obwohl jedoch der Apparat in allen seinen einzelnen Theilen sorgfältig gereinigt, unter der Luftpumpe künstlich getrocknet und luftdicht befunden, ferner die Berufsung mit gröfster Vorsicht vorgenommen war, so konnte ich es doch erst nach wochenlang fortgesetzter Bemühung unter steter Zuhülfenahme von trockner Luft dahin bringen, dafs das Manometer nach Verlauf von 24 Stunden keine Aenderung anzeigte. Nun trat aber eine eigenthümliche Erscheinung auf: ich führte nämlich eine Gasflamme flüchtig an dem Boden der Kugel vorüber, und zwar so rasch, dafs die davon herrührende Erwärmung des Metalls nicht im mindesten die Temperatur des Wachses alteriren und unter keinen Umständen eine nennenswerthe Verdampfung zur Folge haben konnte. Wider Erwarten zeigte nun aber die Luftpumpe sofort massenhafte Dämpfe an: mir schien es hiernach unzweifelhaft, dafs der Rufs Dämpfe in Absorption hielt, die selbst im Vacuo bei der gewöhnlichen Temperatur nicht frei wurden; denn Feuchtigkeit in flüssiger Form hätte unter allen Umständen innerhalb einer so langen Zeit wenigstens soweit verdampfen müssen, dafs eine erkennbare Aenderung im Stande des Manometers eingetreten wäre. Nachdem ich nun diese Wahrnehmung gemacht, exantlirte ich unter vorsichtiger Anwendung gelinder Wärme und steter Ausspülung mit



trockener Luft; allein obwohl ich wieder Wochen hierauf verwandte, war es mir doch nicht möglich, zum gewünschten Ziele zu gelangen, indem ich zwar das Vacuum erreichte, bei erneuter Erwärmung aber stets wieder mit Dämpfen zu kämpfen hatte. Ich gab daher schliefslich diese Art der Versuchsanordnung auf, da sich deutlich zeigte, dafs, selbst wenn eine vollkommene Austrocknung erreicht wäre, diese doch bei dem Verfahren von Dulong und Petit, bei dem die Kugel stets wieder geöffnet werden mufs, illusorisch wäre. Die früheren Untersuchungen konnten diese Fehlerquelle nicht zu Tage fördern, da die dabei angewandten Luftpumpen eben nur eine Verdünnung auf höchstens 2^{mm} Druck zuliefsen, die in der That leicht erreichbar ist, weil die Hauptschwierigkeiten erst bei weiterer Exantlirung hervortreten. Bedenkt man nun, dafs bei den Erkaltungsversuchen eine ganz ähnliche Wärmeabgabe an die Erkaltungshülle erfolgt wie oben, so wird man unschwer zu dem Schlusse kommen, dafs die früheren Versuche im Vacuo in einer sehr dünnen, sehr feuchten Luft geschahen; Aehnliches gilt auch für die Versuche in Gasen. Ich entfernte in Folge dessen die Rufsschicht: es ergab sich nun, dafs in der That unter diesen Umständen eine vollständige Exantlirung und Austrocknung erreichbar war; allein als ich hierauf zu wirklichen Erkaltungsversuchen überging, gelang es mir doch nicht, denjenigen Grad der Verdünnung und Austrocknung zu erreichen, der unerläfslich ist, ohne dafs die Temperatur des bis nahezu 350^0 erhitzten Thermometers zu weit herabsank, obwohl seine Einsetzung sehr rasch vollendet, und Pumpe und Leitungsrohr vorher bis zum Hahne vollständig exantlirt waren.

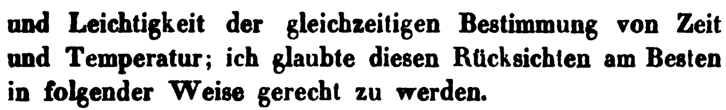
Ich kam daher schliefslich zu dem Entschlusse, die ältere Methode ganz zu verlassen und eine vollständig neue Versuchsanordnung zu treffen. Da einerseits die Voruntersuchung mir die Nothwendigkeit dargethan hatte, die früheren Untersuchungen wieder von Neuem aufzunehmen, andererseits aber die Zeit sehr vorgerückt war und die nahende wärmere Jahreszeit sehr ungünstige Verhältnisse in

Aussicht stellte, so nahm ich mir vor, mich vorläufig wenigstens auf einen Theil derselben zu beschränken, der mir wegen seiner innigen Beziehungen zur Molecularphysik von besonderem Interesse zu seyn scheint, nämlich auf die Erforschung der Gesetze des Erkaltens eines und des nämlichen Systems in verschiedenen Gasen unter gleichen Umständen des Druckes und der Temperatur. Die damit zusammenhängenden Versuchsreihen, sowie die oben erwähnte Voruntersuchung wurde in dem physikalischen Cabinete der hiesigen Universität angestellt, indem der Conservator desselben, Hr. Prof. von Jolly, mir mit der gröfsten Liebenswürdigkeit die nöthigen Apparate, sowie seine werthvollen Erfahrungen zur Verfügung stellte und überhaupt in jeder Weise mit Rath und That meine Untersuchung unterstützte: ich fühle mich gedrungen demselben für das mir hierdurch bewiesene Wohlwollen den herzlichsten Dank auszusprechen. Ich werde nun im Folgenden zunächst eine Beschreibung der Versuchsanordnung geben, die ich zur Erreichung meiner Zwecke gewählt, und die dabei eingehaltene Beobachtungs- und Berechnungsmethode in Kürze besprechen.

II.

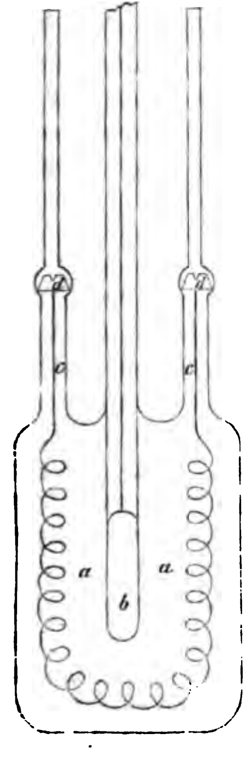
Beschreibung des Apparates, der Versuchsmethode und Berechnung.

Um die früheren Fehlerquellen möglichst zu vermeiden und zugleich den Versuchen völlige Vergleichbarkeit und Präcision zu verleihen, construirte ich mir mehrere Apparate und arbeitete mit denselben. Ich will hier nur denjenigen beschreiben, mit dem ich die nachfolgenden Resultate erhielt, und den ich für den vollkommensten erachtete, den ich eben erreichen konnte. Bei seinem Entwurfe schwebten mir vor Allem folgende Gesichtspunkte vor: absolute Unveränderlichkeit desselben im Laufe der ganzen Untersuchung, Bequemlichkeit und Gleichmäfsigkeit der Erwärmung, eine wirklich constante Erkaltungstemperatur, möglichste Vermeidung der Strömungen und der directen Wärmeleitung, Sicherheit in den anzubringenden Correcturen, Schärfe



und Leichtigkeit der gleichzeitigen Bestimmung von Zeit und Temperatur; ich glaubte diesen Rücksichten am Besten in folgender Weise gerecht zu werden.

Der Erkaltungsraum bestand aus einem cylindrischen Gefäfse von Messing, dessen Durchmesser 9^{cm} und dessen Höhe 12^{cm} betrug, in das oben ein dreifach durchbohrter messingener Deckel eingeschraubt war, während eine seitliche Röhre, die ganz nahe dem Gefäfse einen Hahn hatte, dazu diente, die Communication mit der Luftpumpe herzustellen. Als erkaltenden Körper nahm ich kein einfaches Thermometer, sondern ein etwas complicirteres System, das den oben dargelegten Principien am Besten zu entsprechen schien. Dasselbe bestand nämlich aus einem gläsernen cylindrischen Gefäfse *aa* von 3^{cm} Durchmesser und 4^{cm} Höhe, in das oben in der Mitte ein feines Thermometer *b* und symmetrisch dazu auf beiden Seiten Glasröhrchen *cc* von geringer Glasdicke und kleinem Lumen eingeschmolzen waren. Das cylindrische Gefäfs des Thermometers befand sich in der Mitte des Glascylinders; dasselbe war mit einem Normalthermometer verglichen, woraus sich ergeben hatte, dafs ein Theilstrich seiner Scale nahezu $\frac{1}{5}{}^{0}$ C. entsprach. Die beiden seitlichen Röhrchen, durch welche die Erwärmung des Systems erfolgen sollte, waren zu diesem Zwecke in der Nähe des Glascylinders etwas aufgetrieben, um daselbst sehr kleine Kupferblöckchen *dd* aufzunehmen, die nach oben in der Mitte kleine Vertiefungen hatten, nach unten aber einen zusammenhängenden Platindraht trugen, der innerhalb der Röhrchen etwas dicker war und bei seinem Eintritte in den Glascylinder in eine Spirale



überging, die das Gefäfs des Thermometers symmetrisch umgab. Der Glascylinder war soweit mit Leinöl [1]) gefüllt, dafs er bei der niedrigsten Untersuchungstemperatur vollständig davon eingenommen war; da die beiden Röhrchen an ihrem Ansatze an denselben ein etwas gröfseres Lumen besafsen, so konnte sich das Oel bei den höheren Temperaturen ausdehnen, ohne die Blöckchen zu erreichen. Das eben beschriebene Erkaltungssystem wurde nun in den oben erwähnten drei Oeffnungen des Deckels des Erkaltungsraumes mittelst Korke so befestigt, dafs der Glascylinder gerade in der Mitte desselben sich befand, und die Enden der Röhrchen nur ganz wenig über die obere Fläche des Deckels hervorragten. Nachdem nun das Erkaltungssystem sowohl, als auch die innere metallische Oberfläche des Erkaltungsraumes sorgfältig gereinigt und unter der Luftpumpe künstlich getrocknet war, wurde der Deckel eingeschraubt, und der Rand desselben, sowie die drei Oeffnungen in denen der Stiel des Thermometers und die beiden Röhrchen befestigt waren, sorgsam mit Wachs verklebt. Der Apparat blieb nun bis zum Schlusse meiner ganzen Untersuchung in dieser Weise verschlossen, indem ich mich des elektrischen Stromes zur Erwärmung des Systems bediente. Zu diesem Zwecke nahm ich zwei grofse Bunsen'sche Elemente, deren dicke und lange Poldrähte in zwei dünnen zugespitzten Kupferstiften endigten, die, von oben durch die offenen Enden der beiden Röhrchen eingeführt, gerade die kleinen Vertiefungen der Metallblöckchen ausfüllten, so dafs nun der Strom durch die Spirale flofs und diese, und damit auch das System erwärmte. Der, wie oben auseinandergesetzt, zusammengestellte Apparat wurde nun unter Erwärmung des Systems bis auf 135° und Einlassen von

1) Ich habe eine Reihe von Flüssigkeiten, insbesondere auch Salzlösungen anzuwenden gesucht, dieselben aber wegen ihrer relativ guten Leitungsfähigkeit für den Strom wieder verlassen müssen; von den Oelen erwies sich mir Leinöl als das günstigste. Controlversuche ergaben, dafs dasselbe im Laufe der Zeit keine den betrachteten Procefs influirende Aenderung erfuhr.

trockner Luft so oft exantlirt, bis sich keine Spur von Feuchtigkeit mehr zeigte, und dann 48 Stunden, vollständig evacuirt, bei geschlossenem Hahne stehen gelassen: die Prüfung ergab, dafs derselbe vollkommen luftdicht war.

Nachdem ich mich nun so von der völligen Zuverlässigkeit desselben überzeugt hatte, ging ich zu den Versuchen über, deren Resultate im Nachfolgenden vorliegen. Zu diesem Behufe wurde die ganze Quecksilberluftpumpe zerlegt, vollständig gereinigt und getrocknet, ebenso das Quecksilber, das ich schliefslich durch gelindes Erwärmen und oftmaliges Filtriren von jeder Feuchtigkeit befreite; eine genaue Prüfung ergab, dafs die Pumpe in allen ihren Theilen ausgezeichnet functionirte. Um nun die Versuche im Vacuo vorzubereiten, wurde ein vollkommen gereinigtes Glasrohr zwischen den Apparat und die Luftpumpe eingeschaltet, dasselbe exantlirt und getrocknet, dann der Hahn des Apparates geöffnet und mit demselben noch einmal mehrmals die nämliche Operation der Evacuirung wie oben vorgenommen. Das Vacuum war so nahe erreicht, dafs das Manometer kein Ablesen des statthabenden Druckes mehr gestattete, der der Berechnung nach weniger als $0^{mm},01$ betrug. Sollte in Gasen gearbeitet werden, so wurden diese, die aus chemisch reinen Stoffen dargestellt und durch ein Trocknungsröhrensystem, das mit concentrirter chemisch reiner Schwefelsäure, Chlorcalcium und Phosphorsäureanhydrid gefüllt und bei jedem einzelnen Versuch erneuert wurde, gegangen war, durch die Pumpe mehrmals in den, wie oben, exantlirten Raum eingelassen und unter Erwärmung des Systems wieder ausgepumpt, worauf dann schliefslich die erforderliche Quantität derselben eingeführt wurde. Um jeder Verunreinigung der Gase vorzubeugen, war zwischen der Phosphorsäure- und Chlorcalciumröhre ein gläserner Dreiweghahn eingeschaltet der das Evacuiren bis an seinen Ort gestattete, während ein kräftiger Gasstrom durch die beiden anderen Röhren auf dem anderen Wege des Hahnes abfliefsen und die in denselben befindliche Luft verdrängen konnte. In der Zwischenzeit zwischen den ein-

zelnen Versuchen war der Apparat evacuirt und bei geschlossenem Hahne von der Pumpe getrennt; diese selbst wurde dann stets durch concentrirte Schwefelsäure trocken erhalten.

Um nun zu den Versuchen selbst überzugehen, wurde der, wie oben angegeben, exantlirte oder mit einem Gase gefüllte Apparat vermittelst des Hahnes geschlossen, von der Pumpe getrennt und in ein mit fein zerstofsenem Eise ausgefülltes Gefäfs von Eisenblech eingesetzt, das sich ebenwieder in einem gröfseren, mit Eis ausgefüllten Behälter befand; beide Gefäfse wurden dann soweit noch mit Eis bedeckt, dafs der ganze Apparat mit dem Hahne sich im Eise befand und nur die unmittelbare Umgebung der Enden der Röhrchen frei blieb. Hierauf wurde das System bis auf ungefähr 135° erwärmt, die Röhrchen durch eingeschliffene und eingfettete Glasstöpselchen geschlossen, und der ganze Apparat noch bis an einen bestimmten, für alle Versuche gleichen Theilstrich der Thermometerscale mit Eis bedeckt; über den Stiel wurde endlich ein athermaner Schirm geschoben, der die ganze Eisfläche bedeckte. Die Temperatur der Luft wurde durch ein feines, in $\frac{1}{5}$° C. getheiltes Thermometer bestimmt, dessen Gefäfs sich neben dem freien Theile des Stieles und zwar in der Mitte desselben befand. In dem Augenblicke, in dem der Quecksilberfaden einen bestimmten, für alle Versuche gleichen Theilstrich passirte, begann ich die Beobachtung, indem ich nun von Minute zu Minute die Temperatur notirte; die Zeitbestimmung geschah mittelst einer compensirten Secundenschlaguhr.

Am Anfange meiner Untersuchung bediente ich mich eines Mikroskopes mit Fadenkreuz zur Beobachtung der Temperatur; da aber der Gebrauch desselben wegen der stets erneuten Einstellung die Genauigkeit der Zeitbestimmung zu gefährden schien, und gerade Fehler dieser Art nach Möglichkeit fern zu halten sind, so vertauschte ich dasselbe mit einer scharfen Lupe, die ich mit Staniolblättchen bedeckte, welche eine so kleine centrale Oeffnung

hatten, dafs jede Parallaxe hinwegfiel. Hierdurch gewann ich zugleich den Vortheil, den Gang des anderen Thermometers während jeder Versuchsreihe stetig beobachten zu können, wobei ich übrigens bemerken mufs, dafs die Schwankungen desselben bei allen meinen Versuchen so gering waren, dafs sie vollkommen hätten vernachlässigt werden können; entgegengesetzten Falles hätte ich übrigens auch den betreffenden Versuch verworfen, da die später zu besprechende Correctur hierdurch unsicherer geworden wäre. Um den Einflufs der Ausstrahlung durch den Beobachter möglichst zu vermindern, hielt ich mich von dem Stiele fern, und näherte mich ihm erst kurz vor jeder Beobachtung. Nach jedem einzelnen Versuche wurde der Apparat der Probe unterworfen, indem ich ihn mittelst des Glasrohres mit der Pumpe in Verbindung brachte, in letzterer, sowie in der Leitung, unter den gewöhnlichen Vorsichtsmafsregeln den ursprünglichen Gasdruck oder das Vacuum herstellte und dann den Hahn öffnete. Die Correctur des Nullpunktes, der sich aufserhalb des Apparates befand, geschah stets einfach dadurch, dafs ich den Apparat mit trokkener Luft gefüllt, ebenso wie bei dem Versuche selbst in Eis stehen liefs, bis das Thermometer stationär wurde, was eine ziemlich lange Zeit erforderte.

An den unmittelbar beobachteten Temperaturen war nun noch eine Correctur anzubringen; einerseits nämlich besafs die Quecksilbersäule des freien Theiles des Stieles die Temperatur der umgebenden Luft, andererseits die dem Erkaltungsraume zunächst befindliche die Temperatur 0°. Jede der beobachteten Temperaturen war daher gegen die wirkliche des Systems etwas zu niedrig, und zwar um so viel, als sich die Quecksilbersäule ausdehnen würde, indem man sie von der Temperatur der umgebenden Luft, beziehungsweise 0°, auf die Temperatur des Oeles brächte. Bei dieser Berechnung scheint nur der kleine Theil dieser Säule, der sich im Erkaltungsraume zunächst dem Glascylinder befindet, einige Schwierigkeiten zu machen, da seine Temperatur nicht genau bestimmbar ist; ich habe mich jedoch

rechnerisch überzeugt, dafs selbst bei Annahme der ungünstigsten Verhältnisse der hieraus entstehende Fehler vernachlässigt werden kann. Der bei dieser Correctur nöthige Ausdehnungscoëfficient des Glases war für die hier verwandte Glassorte direct bestimmt.

Ich bemerke hier, dafs ich höhere Temperaturen vermieden habe, da die Correctur wegen des Stieles unzuverlässiger geworden wäre, und überdiefs die Unregelmäfsigkeiten der Quecksilberausdehnung die Resultate sehr hätten entstellen müssen; auch niedrigere Temperaturen habe ich aufser Berücksichtigung lassen müssen, da der Glascylinder bei denselben von dem Oele nicht mehr vollständig ausgefüllt gewesen wäre.

Um nun aus den so corrigirten Beobachtungsdaten das Gesetz der Erkaltung zu bestimmen, mufsten daraus die Erkaltungsgeschwindigkeiten, d. h. jene Temperaturerniedrigungen berechnet werden, welche stattfinden würden, wenn das System sich eine Minute lang einfach der Zeit proportional abgekühlt hätte. Um diesen Zweck zu erreichen, habe ich nun die Reihe der beobachteten Temperaturen in ihrer Abhängigkeit von der Zeit durch die Formel

$$\text{Lognat. } T_0 - \text{Lognat. } T = a_1 x + a_2 x^2$$

darzustellen gesucht, worin T_0 die Temperatur zu Anfang des Versuches, T die Temperatur nach x Minuten und a_1, a_2 Constanten bedeuten, welche aus den Beobachtungen so berechnet wurden, dafs die aus dieser Gleichung für $x = 1, 2 \ldots$ Minuten berechneten Werthe der Temperaturen mit den beobachteten möglichst übereinstimmten. Aus dieser Gleichung ergab sich sofort die einem Temperaturexcesse T entsprechende Erkaltungs-Geschwindigkeit

$$v = T(a_1 + 2a_2 x)$$

eine Gleichung, welche in Verbindung mit der vorigen die einem beliebigen Temperaturexcesse correspondirende Erkaltungsgeschwindigkeit zu berechnen erlaubte.

In dieser Weise wurden nun die Erkaltungsgeschwindigkeiten sowohl im luftleeren, als im gaserfüllten Raume berechnet; aus ihnen ergab sich dann der Erkaltungseffect,

der von den Gasen allein herrührte und nicht der directen Beobachtung unterworfen werden konnte, in folgender Weise. Wenn nämlich ein Körper im Vacuo erkaltet, so verliert er Wärme nur auf dem Wege der Strahlung: die aus den obigen Gleichungen berechneten Erkaltungsgeschwindigkeiten stellen daher den reinen Effect der Strahlung dar. Erfolgt dagegen die Erkaltung in einem Gase, so gesellt sich zu letzterem noch die Wärmeabfuhr durch das Gas, wodurch die Erkaltungsgeschwindigkeit unter sonst gleichen Verhältnissen einen gewissen Zuwachs erhält. Ist demnach die Erkaltungsgeschwindigkeit eines Körpers sowohl im gaserfüllten, als im leeren Raume bei einem bestimmten Temperaturexcesse bekannt, so giebt offenbar ihre Differenz die Erkaltungsgeschwindigkeit, die von dem Contacte des Gases allein herrührt und unmittelbar beobachtet werden würde, wenn der erkaltende Körper bei gleichem Temperaturexcesse des Ausstrahlungsvermögens beraubt und nur dem Einflusse des Gases ausgesetzt wäre.

Schliefslich füge ich noch an, dafs die unmittelbare Ableitung der Wärme durch den Stiel des Thermometers und die beiden seitlichen Röhren dadurch möglichst vermindert wurde, dafs ersterer einen sehr kleinen Durchmesser und der ihn umgebende angeschmolzene Glasmantel eine sehr geringe Glasdicke hatte, und beide Röhrchen, die bei kleinem Lumen aus sehr dünnem Glase bestanden und von den Metallblöckchen nur an einigen wenigen Punkten berührt wurden, durch eine dünne stehende Luftsäule geschlossen waren.

III.

Ergebnisse der Untersuchung.

In der eben beschriebenen Weise habe ich nun eine Reihe von Versuchen angestellt, die sich aber nur auf vier verschiedene Gase unter einem Drucke von 90^{mm} beziehen, da jeder einzelne Versuch mit seinen Vorbereitungen eine bedeutende Zeit in Anspruch nahm, und die Voruntersuchung, wie schon erwähnt, diejenigen Versuche, welche ich

als verwendbar erachten konnte, bis in das Frühjahr verschoben hatte. Da diese einzelnen Versuchsreihen unter einander sehr gut stimmten, so zwar, dafs die bald positiven, bald negativen Abweichungen in den wenigsten Fällen $0^{0},1$ C. erreichten, und die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und den nach der ersten Gleichung berechneten Temperaturen eine ganz vorzügliche war, so begnüge ich mich damit, die aus ihnen berechneten Mittelzahlen der Erkaltungsgeschwindigkeiten — der reinen Erkaltungseffecte der Gase — für Temperaturexcesse von 5 zu 5 Graden fortschreitend hier niederzulegen. Folgende Tabellen enthalten nun die genannten Gaseffecte in der zweiten Columne bei den ihnen vorgesetzten Temperaturexcessen T, während die dritte sie nach der Formel $v = m \,.\, T$ berechnet darstellt, worin m eine nur von der Temperatur des betreffenden Gases abhängige Constante bezeichnet; die letzte Columne endlich giebt die Differenzen zwischen den Resultaten dieser Berechnung und der Beobachtung an.

I. Wasserstoff.

$m = 0,036939.$

T	V		Differenz	T	V		Differenz
	Beobachtet	Berechnet			Beobachtet	Berechnet	
115	4,17	4,25	+ 0,08	85	3,17	3,14	— 0,03
110	4,00	4,06	+ 0,06	80	3,00	2,95	— 0,05
105	3,84	3,88	+ 0,04	75	2,83	2,77	— 0,06
100	3,67	3,69	+ 0,02	70	2,66	2,59	— 0,07
95	3,51	3,51	—	65	2,48	2,40	— 0,08
90	3,34	3,32	— 0,02				

II. Stickstoff.

$m = 0,00655.$

T	Beobachtet	Berechnet	Differenz	T	Beobachtet	Berechnet	Differenz
115	0,80	0,75	— 0,05	85	0,54	0,56	+ 0,02
110	0,75	0,72	— 0,03	80	0,50	0,52	+ 0,02
105	0,71	0,69	— 0,02	75	0,46	0,49	+ 0,03
100	0,67	0,66	— 0,01	70	0,42	0,46	+ 0,04
95	0,63	0,62	— 0,01	65	0,38	0,43	+ 0,05
90	0,58	0,59	+ 0,01				

III. Atmosphärische Luft.

$m = 0{,}006701.$

T	V Beobachtet	V Berechnet	Differenz	T	V Beobachtet	V Berechnet	Differenz
115	0,83	0,77	− 0,06	85	0,55	0,57	+ 0,02
110	0,78	0,74	− 0,04	80	0,50	0,54	+ 0,04
105	0,73	0,70	− 0,03	75	0,46	0,50	+ 0,04
100	0,69	0,67	− 0,02	70	0,42	0,47	+ 0,05
95	0,64	0,64	—	65	0,37	0,43	+ 0,06
90	0,59	0,60	+ 0,01				

IV. Kohlensäure.

$m = 0{,}005428.$

T	V Beobachtet	V Berechnet	Differenz	T	V Beobachtet	V Berechnet	Differenz
115	0,68	0,62	− 0,06	85	0,44	0,46	+ 0,02
110	0,64	0,60	− 0,04	80	0,40	0,43	+ 0,03
105	0,60	0,57	− 0,03	75	0,36	0,41	+ 0,05
100	0,56	0,54	− 0,02	70	0,33	0,38	+ 0,05
95	0,52	0,52	—	65	0,29	0,35	+ 0,06
90	0,48	0,49	+ 0,01				

Aus den Resultaten unserer Untersuchung ergeben sich unmittelbar folgende Schlüsse:

1. Der mathematische Ausdruck, den Dulong und Petit abgeleitet, stellt das wahre Gesetz für die Aenderung der Erkaltungsgeschwindigkeit mit der Temperatur nicht dar, insofern er den bloſsen Erkaltungseffect der Gase angeht.

2. Der Erkaltungseffect der verschiedenen Gase ist sehr verschieden; dieselben ordnen sich hiebei nicht nach ihrem chemischen, sondern nach ihrem physikalischen Verhalten, indem Wasserstoff und Kohlensäure — zwei durch die groſse Verschiedenheit ihres specifischen Gewichtes und ihrer Wärmecapacität so ausgezeichnete Gase — auch hierin Extreme darstellen, während Stickstoff und atmosphärische Luft, die durch fast identische physikalische Constanten charakterisirt sind, auch fast identische Erkaltungsgeschwindigkeiten besitzen.

3. Die Berechnungen, welche die beobachteten Temperaturen in ihrer Abhängigkeit von den Abkühlungszeiten

durch die Formel: $\log T_{0} - \log T = a_1 x + a_2 x^2$ darzustellen suchten, ergaben, dafs in allen Fällen der Coëfficient a_2 einen sehr kleinen Werth erhielt, der mit Ausnahme der Beobachtungsdata, die sich auf Wasserstoff bezogen, negativ war; hieraus ergab sich schon, dafs die Abweichungen vom Newton'schen Gesetze nicht bedeutend seyen, und dafs Wasserstoff sich im entgegengesetzten Sinne davon entferne. Versucht man nun in der That, wie oben geschehen, diesem Gesetze gemäfs die den reinen Erkaltungseffecten der Gase entsprechenden Erkaltungsgeschwindigkeiten mit den correspondirenden Temperaturen des erkaltenden Systems durch die Relation: $v = m \cdot T$ zu verknüpfen, worin m eine nur von der Natur des Gases abhängige Constante ist, so zeigt sich, dafs die Differenzen zwischen der Berechnung und der Beobachtung nicht zu grofs sind; es ergiebt sich jedoch zugleich hieraus, dafs das genannte Gesetz nicht den strengen Fall der Natur darstellt, indem alle Gase in einem bestimmten Sinne davon abweichen, und zwar Wasserstoff in dem entgegengesetzten, wie die übrigen. Zugleich erhellt mit Rücksicht auf das entgegengesetzte Verhalten des Wasserstoffs, ferner auf die stets vollkommen identische Versuchs- und Berechnungsmethode, endlich mit Rücksicht auf den Umstand, dafs die Versuche mit Wasserstoff der Zeit nach zwischen die Versuche mit atmosphärischer Luft und Kohlensäure fielen, und überdiefs Controlversuche die Unveränderlichkeit des ganzen Apparates aufser Frage stellten, dafs diese Abweichungen keine Folge constanter Beobachtungsfehler, fehlerhafter Correcturen oder irgend welcher Aenderungen des Systems seyn können.

4. Auch bei den Berechnungen, welche sich auf die Erkaltung im Vacuo bezogen, ergab sich ein sehr kleiner Werth des Coëfficienten a_2, so dafs die Abweichungen der nach der Formel: $v = m \cdot T$ berechneten Erkaltungsgeschwindigkeiten von den beobachteten unbedeutend gröfser, als bei den Erkaltungseffecten des Wasserstoffs waren; es er-

hellt diefs sofort aus folgender Tabelle deren Einrichtung vollkommen den oben entworfenen entspricht.

T	V Beobachtet	V Berechnet	Differenz	T	V Beobachtet	V Berechnet	Differenz
115	3,26	3,19	— 0,07	85	2,33	2,36	+ 0,03
110	3,11	3,05	— 0,06	80	2,18	2,22	+ 0,04
105	2,95	2,91	— 0,04	75	2,03	2,08	+ 0,05
100	2,80	2,77	— 0,03	70	1,88	1,94	+ 0,06
95	2,64	2,64	—	65	1,73	1,80	+ 0,07
90	2,49	2,50	+ 0,01				

Ich glaube, dafs diese Abweichungen ihrer Gröfse und ihrem Sinne nach sehr wohl auf Rechnung der zwar verminderten, aber doch nicht ganz zu vermeidenden directen Wärmeleitung und der Ausdehnung des Oeles zu setzen seyen, von der die Erkaltungseffecte der Gase entsprechend ihrer Berechnung nur in äufserst geringem Maafse noch beeinflufst seyn können. Es erscheint mir sonach höchst wahrscheinlich, dafs das Newton'sche Gesetz der wahre Ausdruck für den Erkaltungseffect ber blofsen Strahlung sey; da aber das hier verwandte erkaltende System eine ziemlich complicirte Zusammensetzung besafs, so halte ich mich zu keinem strengen Schlusse berechtigt, sondern begnüge mich vorläufig, diese Thatsache einfach zu constatiren, die jedenfalls einer erneuten eingehenden Untersuchung würdig erscheint.

IV.

Theoretische Schlufsbetrachtungen.

In dem Vorstehenden sind einfach die Thatsachen enthalten, die sich direct aus dem Materiale der Untersuchung ohne irgend eine besondere Annahme ergeben haben; wir kommen nun dazu, die Unterschiede, welche sich in Bezug auf den Erkaltungseffect der untersuchten Gase gezeigt, mit den Ansichten über die innere Constitution derselben zu vergleichen, d. h. sie aus ihren differenten physikalischen Eigenschaften zu erklären, da unsere Resultate auf einen

gewissen Zusammenhang dieser letzteren mit den Erkaltungsgeschwindigkeiten hingewiesen haben. Freilich kann man hiebei keine präcise numerische Uebereinstimmung zwischen den Ergebnissen des Versuches und des theoretischen Calcüls erwarten, da die hiezu nöthigen physikalischen Constanten theilweise fehlen; vielmehr wird man es als ganz befriedigend erachten müssen, wenn es gelingt, den Sinn der genannten Unterschiede theoretisch zu begründen und die Abweichungen des Calcüls von der Beobachtung als mit der Theorie vereinbar nachzuweisen. Schliefslich werde ich noch das eigenthümliche Verhalten der verschiedenen Gase dem Newton'schen Gesetze gegenüber zu berühren haben, da dasselbe vielleicht im weiteren Verfolge des Gegenstandes einen tieferen Einblick in ihre Molecularverhältnisse zu gewinnen gestatten dürfte.

Bevor wir nun zur Discussion des hier zu betrachtenden Vorganges selbst übergehen, müssen wir uns vor Allem eine Vorstellung über die Constitution der Gase und über das Verhalten einer Gasmasse zu bilden suchen. Wir nehmen zu diesem Zwecke im Einklange mit der mechanischen Wärmethorie an, dafs die Gase aus Atomgruppen, den Molecülen, zusammengesetzt sind, welche nicht in bestimmten Gleichgewichtslagen verharren, sondern neben den Bewegungen, die in Rotationen der ganzen Elementargebilde und in beliebigen Einzelschwingungen ihrer constituirenden Bestandtheile bestehen, noch eine sehr lebhafte, nach allen Seiten hin unregelmäfsig erfolgende fortschreitende geradlinige Bewegung besitzen: Die gesammte lebendige Kraft aller dieser Bewegungen stellt das dar, was wir Wärme nennen; dem entsprechend mufs die Bewegungsgeschwindigkeit der Gasmolecüle um so gröfser seyn, je höher die Temperatur ist. Ferner entnehmen wir der Erfahrung den Schlufs, dafs die Molecüle der Gase im Vergleiche zu denen der festen und flüssigen Körper sehr weit von einander entfernt sind, dafs mithin also die Molecularkräfte sowohl, als auch die Anzahl der Molecüle die in einem bestimmten Volumen enthalten sind, einen relativ sehr kleinen



Werth besitzen. Diese Folgerung bezieht sich jedoch, wie bemerkt, nur auf die relativen, nicht aber auf die absoluten Werthe dieser Gröfsen; da sich nämlich die Molecularkräfte bei den wirklichen Gasen noch immerhin als wirksam erweisen, und allen Erfahrungen nach diefs nur auf ganz unmefsbaren Distanzen möglich ist, so werden, absolut genommen, die Entfernungen der Molecüle von einander noch immer sehr klein, und demgemäfs die in einem sehr kleinen Volumen befindliche Anzahl von Molecülen sehr grofs seyn. Denken wir uns daher eine Gasmasse zwischen zwei festen Wänden eingeschlossen, so werden die Molecüle derselben nicht direct von der einen Wand zur anderen fliegen können, sondern, absolut genommen, schon sehr nahe ihrem Ausgangspunkte an andere Molecüle stofsen, von diesen gleich elastischen Kugeln abprallen und so von ihrer Bahn abgelenkt werden. Ebenso wird ein Molecül, das, mit einer gröfseren Bewegungsgeschwindigkeit als die übrigen Molecüle begabt, die eine Wand verläfst, diese nicht direct an die andere Wand übertragen können, sondern diese Uebertragung wird sich nur durch eine sehr grofse Anzahl von Stöfsen, die von Schicht zu Schicht auf höchst unregelmäfsigem Wege erfolgen, vollziehen.

Denken wir uns nun nach diesen Erläuterungen eine Gasmasse zwischen zwei unendlich grofse parallele Wände eingeschlossen, die beide eine constante Temperatur besitzen, und zwar die eine eine höhere als die andere: in Folge dessen wird nun vermittelst des Gases eine Wärmemittheilung von der einen Wand zur anderen erfolgen, indem fortwährend Wärme von der wärmeren Wand an das Gas abgegeben, dann innerhalb desselben durch Stöfse von Schicht zu Schicht verbreitet und schliefslich vom Gase an die kältere Wand übertragen wird. Werden beide Wände längere Zeit auf constanter Temperatur erhalten, so tritt ein stationärer Zustand in dem Gase ein, bei dem die Temperatur in der Richtung von der wärmeren zur kälteren Wand nach einem bestimmten Gesetze stetig abnimmt: dieses Gesetz können wir uns durch eine Curve

dargestellt denken, deren Abscissen und Ordinaten beziehungsweise die normalen Entfernungen der zu jenen Ebenen parallelen Schichten von der wärmeren Wand und die darin herrschenden Temperaturen sind, welche letztere zwar von Schicht zu Schicht variiren, innerhalb einer jeden aber einen constanten Werth besitzen. Zugleich findet dann durch das Gas hindurch ein Wärmestrom von bestimmter unveränderlicher Stärke statt, den wir in folgender Weise uns vorzustellen haben. Denken wir uns nämlich durch den mit Gas erfüllten Raum eine den schliefsenden Wänden parallele Ebene gelegt, so geht durch diese in der Zeiteinheit von beiden Wänden her eine grofse Anzahl von Molecülen, von denen aber die von der wärmeren Wand heranfliegenden eine gröfsere Bewegungsgeschwindigkeit haben, als die in umgekehrter Richtung hindurchgehenden, weil die Temperatur der ersteren eine höhere ist, als die der letzteren. Die gesammte lebendige Kraft also, welche während der Zeiteinheit in dem einen Sinn durch die Ebene geht, ist demnach gröfser, als die im entgegengesetzten Sinne hindurch gehende, und wir behalten daher, wenn wir gleiche Mengen, welche im entgegengesetzten Sinne hindurchgehen, sich gegenseitig aufheben lassen, noch einen gewissen Ueberschufs an lebendiger Kraft, der von der wärmeren zur kälteren Wand hindurchgeht. Diese durch die Ebene gehende lebendige Kraft bildet den oben erwähnten Wärmestrom.

Aus dieser Definition folgt nun unmittelbar, dafs dieser Wärmestrom in folgender einfacher Weise sich aus der Erkaltungsgeschwindigkeit der wärmeren Wand bestimmen läfst. Da nämlich letztere die Anzahl von Graden angiebt, um welche die Temperatur in der Zeiteinheit sinken würde, wenn die Abkühlung durch das Gas allein der Zeit proportional wäre, so können wir die in der Zeiteinheit von der Wand bei constanter Temperatur an das Gas abgegebene Wärmemenge mit

$$\frac{v}{k}$$

bezeichnen, worin k einen constanten Coëfficienten darstellt, wenn wir seine geringen Aenderungen mit der Temperatur vernachlässigen. Da diese Wärmeabgabe nur durch den Contact mit dem Gase erfolgt, die nämliche Wärmemenge also in der Zeiteinheit durch dasselbe ausströmen mufs, so ist diese Gröfse gleich dem oben genannten unter denselben Temperaturverhältnissen eintretenden Wärmestrome; bezeichnen wir denselben daher mit L, so kommt

$$v = k . L \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Die Gröfse L hat nun Clausius [1]), der sie als *die Wärmeleitung gasförmiger Körper* bezeichnete, einer näheren theoretischen Betrachtung unterworfen, auf welche ich, da sie keiner wesentlichen Kürzung fähig erscheint, einfach verweisen mufs, und für dieselbe die Formel entwickelt

$$L = K \sqrt{1 + \alpha t} \frac{dt}{dx}, \quad . \; . \; . \; . \quad (2)$$

worin α den Ausdehnungscoëfficienten des Gases, t die Temperatur desselben an der betrachteten Stelle, $\frac{dt}{dx}$ das Gesetz der Abnahme, welche die Temperatur daselbst in der Richtung der Abscissenaxe erleidet und endlich K eine Constante darstellt, welche nur von der Natur des Gases abhängt und den Werth hat

$$K = 202{,}1 . \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma}} \varepsilon, \quad . \; . \; . \; . \quad (3)$$

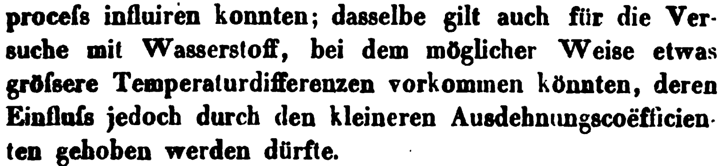
wenn wir mit γ die specifische Wärme bei constantem Volumen, mit σ das specifische Gewicht des Gases und endlich mit ε die mittlere Weglänge seiner Molecüle bezeichnen. Setzen wir die Relation (2) in die Gleichung (1), ein, so kommt

$$v = k . K \sqrt{1 + \alpha t} \frac{dt}{dx} \quad . \; . \; . \quad (4)$$

Was nun die Anwendung dieser Formel in dem uns vorliegenden concreten Falle angeht, so ist es natürlich

1) Clausius, Ueber die Wärmeleitung gasförmiger Körper. Siehe Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie von Clausius. II. Abtheilung, S. 277 ff.

nicht möglich, die bei der vorstehenden Entwicklung angenommene ideale Anordnung bei wirklichen Versuchen zu realisiren, indem statt der unendlich grofsen Parallelebenen begränzte Körper zur Anwendung gebracht werden müssen; da aber in unserem speciellen Falle wegen der symmetrischen Gestaltung des erkaltenden Systems und der Erkaltungshülle die gegenüberliegenden Flächentheile als ähnlich und nicht sehr stark von der Ebene abweichend, endlich gegen die Weglängen der Gasmolecüle und den von ihnen eingenommenen Raum als unendlich grofs zu betrachten sind, so wird diese Formel auf je zwei entsprechende derselben und somit auf das ganze System annähernd anwendbar seyn. Ferner setzt die Anwendung dieser Formel auf die von uns erhaltenen Resultate voraus, dafs der Erkaltungsprocefs nur als eine Folge der Abfuhr derjenigen Wärme zu betrachten sey, welche den Molecülen selbst innewohnt und von einem Molecül zum anderen nur durch Zusammenstofs übertragen wird; sie nimmt nämlich keine Rücksicht auf die strahlende Wärme, welche von den Gasmolecülen ausgeht, und auf die Strömungen, welche in der Gasmasse durch die darin bestehenden Temperaturdifferenzen hervorgerufen werden. Was nun zunächst den ersten Punkt betrifft, so ist sein Einflufs bei dem geringen Ausstrahlungs- und Absorptionsvermögen der Gasmolecüle jedenfalls sehr klein, da er sich aber überdiefs auf alle Molecüle und nach allen Richtungen hin erstreckt, so wird sogar eine theilweise Compensation eintreten, die den ohnehin geringen Einflufs zu vernachlässigen gestattet. Was andererseits die Gasströmungen angeht, die bei den vorliegenden Versuchen unter allen Umständen ungleich geringer, als bei den Arbeiten von Dulong und Petit waren, so müssen wir vor Allem in Erwägung ziehen, dafs bei dem sehr geringen Wärmeleitungsvermögen der Gase und der von mir zur Anwendung gebrachten Versuchsanordnung die Temperaturdifferenzen angränzender Schichten sehr gering waren, in Folge dessen Strömungen jedenfalls nur in sehr beschränktem Maafse eintreten und den Erkaltungs-



procefs influiren konnten; dasselbe gilt auch für die Versuche mit Wasserstoff, bei dem möglicher Weise etwas gröfsere Temperaturdifferenzen vorkommen könnten, deren Einflufs jedoch durch den kleineren Ausdehnungscoëfficienten gehoben werden dürfte.

Wir haben nun oben gefunden, dafs die Relation

$$v = m \, . \, T, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

worin T die Temperatur des erkaltenden Systems und m eine von der Natur des Gases abhängige Constante ist, unsere Versuchsresultate befriedigend darstellt; setzen wir dieselbe in Gleichung (4) ein, so kommt

$$m \, . \, T = k \, . \, K \sqrt{1 + \alpha t} \frac{dt}{dx} \quad . \; . \; . \quad (6)$$

Um diesen Ausdruck nun zu prüfen, sind wir aus Mangel an genügenden Anhaltspunkten vorerst genöthigt, einige Voraussetzungen einzuführen, welche bei Gasen von nicht sehr verschiedenem Wärmeleitungsvermögen jedenfalls annähernd zutreffen, bei solchen von relativ bedeutender Leitungsfähigkeit dagegen in keiner Weise erfüllt seyn werden. Wir wollen nämlich die Annahme machen, dafs bei allen Gasen die gleiche Schicht bei einem und demselben Temperaturexcesse des Systems die gleiche Temperatur besitze; da unter diesen Umständen, wenn wir den Ausdehnungscoëfficienten α für alle Gase gleich annehmen, auf beiden Seiten unserer Gleichung nur die Gröfsen m und K noch von der Natur des Gases abhängen, so können wir setzen:

$$m = \text{Const.} \, K$$

oder nach Gleichung (3)

$$m = C \, . \, \frac{\gamma}{\sqrt{\sigma}} \, . \, \varepsilon, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

wenn wir alle Constanten in den Coëfficienten C zusammenfassen. Auf der rechten Seite dieser Relation sind nun alle Gröfsen bis auf die mittlere Weglänge ε der Molecüle bekannt; nehmen wir auch diese für alle Gase gleich an, so erhalten wir für zwei Gase a und b, wenn wir die darauf bezüglichen Gröfsen durch Indices unterscheiden,

$$m_a : m_b = \frac{\gamma_a}{\sqrt{\sigma_a}} \cdot \frac{\gamma_b}{\sqrt{\sigma_b}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Vergleichen wir nun die Werthe von m, die aus der Beobachtung und aus der Berechnung nach dieser Gleichung fliefsen, indem wir für atmosphärische Luft $m = 100$ setzen, so erhalten wir:

Namen der Gase	m beobachtet	m berechnet nach Gleichung 8)
Wasserstoff	551	380
Luft	100	100
Stickstoff	98	101
Kohlensäure	81	79

Wir ersehen aus dieser Zusammenstellung, dafs die Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung mit Ausnahme der Zahlen, welche sich auf den Wasserstoff beziehen, eine sehr befriedigende ist: was nun die Abweichungen angeht, die sich bei diesem Gase zeigen, so scheinen mir dieselben vollkommen aus den ungenauen Annahmen erklärlich, die wir oben gemacht und die keins der Gase in relativ so hohem Grade influiren, als den Wasserstoff. Wir setzten nämlich bei der Bildung der Gleichung 8) voraus, dafs bei gleichem Temperaturexcesse die gleiche Schicht bei allen Gasen die gleiche Temperatur und die mittlere Weglänge der Molecüle aller Gase die gleiche Gröfse besitze. Was nun den ersteren Punkt betrifft, so erscheint es mir ganz unzweifelhaft, dafs unter sonst gleichen Verhältnissen die Temperatur des Gases um so höher seyn mufs, je gröfser das Wärmeleitungsvermögen desselben ist. Ferner ist es höchst unwahrscheinlich, dafs die mittlere Weglänge der Molecüle aller Gase die gleiche sey; Clausius[1]) hat nämlich aus einer theoretischen Betrachtung dieser Gröfse den Schlufs gezogen, dafs dieselbe dem Radius der Wirkungssphäre des Molecüls umgekehrt pro-

1) Clausius, Ueber die mittlere Länge der Wege, welche bei der Molecularbewegung gasförmiger Körper von den einzelnen Molecülen zurückgelegt werden. Siehe Abhandlungen etc. II. Abtheilung, S. 260 ff.

portional sey. Es scheint mir nun aus den bisherigen Versuchen über die Permeabilität der Metalle für Gase mit grofser Wahrscheinlichkeit hervorzugehen, dafs die leichteren Gase, insbesondere Wasserstoff, aus kleineren Molecülen bestehen, als die schwereren; man wird es nun jedenfalls der Natur angemessener finden, bei jenen auch kleinere Wirkungssphären anzunehmen als bei diesen. Aber selbst wenn wir ganz von dieser Annahme einer verschiedenen Gröfse der verschiedenen Molecüle absehen, so wird man zu demselben Schlusse kommen müssen, da die Molecularkräfte, von denen die Wirkungssphäre des Molecüls abhängt, von der Masse des Molecüls ausgeübt werden, und man jedenfalls geringeren Massen auch geringere Kräfte zuschreiben wird. Diese beiden eben besprochenen ungenauen Annahmen müssen daher bei dem Wasserstoff wegen seiner relativ eminenten Wärmeleitungsfähigkeit und Leichtigkeit eine relativ sehr bedeutende Verkleinerung des berechneten Werthes von m gegen den beobachteten herbeiführen, während sie die übrigen Gase, die hierin relativ viel geringere Unterschiede zeigen, im Verhältnisse ungleich weniger influiren. Aus der Gleichung 8) ergiebt sich zugleich auch, in wie fern feuchte Gase, abgesehen von Verdampfungs- und Condensationsprocessen, den Erkaltungsvorgang modificiren; berechnen wir nämlich darnach m für Wasserdampf, so erhalten wir für diese Gröfse die Zahl 172: hieraus folgt der Schlufs, dafs unter sonst gleichen Umständen durch Beimengung von Wasserdampf das Wärmeleitungsvermögen von Luft, Stickstoff und Kohlensäure relativ erhöht, dagegen das des Wasserstoffs relativ verringert wird, eine Folgerung, die mit der Erfahrung, insbesondere mit den Resultaten von Dulong und Petit vollkommen übereinstimmt.

Mit Rücksicht auf die befriedigende Uebereinstimmung obiger Zahlen und die daran sich schliefsende Discussion derselben erachte ich den Schlufs für vollkommen berechtigt, dafs die Wärmeleitung in den Gasen sich im Grofsen und Ganzen in der oben dargestellten Weise vollzieht, nach

welcher das Wärmeleitungsvermögen derselben aufser von ihrer Wärmecapacität hauptsächlich von ihrem specifischen Gewichte abhängt, dafs für die Geschwindigkeit und die mittlere Weglänge ihrer Molecüle maafsgebend ist. Es mufs hiebei bemerkt werden, dafs man unter Wärmeleitung bisher eigentlich diejenige Art der Uebertragung von Wärme verstanden hat, bei der jedes Molecül die Bewegung von seinem Nachbar empfängt und wieder an andere abgiebt, jedoch selbst an seiner Stelle bleibt, so zwar, dafs diese Wärmeleitung als eine stete Folge von Absorption und Ausstrahlung von Wärme aufzufassen wäre, welche Definition jedenfalls von der oben adoptirten ganz verschieden ist und, wie unsere Resultate zeigen, nur auf einen sehr geringen Theil des molecularen Wärmeüberganges sich bezieht. Ebenso halte ich es keineswegs für unwahrscheinlich, dafs auch in festen und flüssigen Körpern eine Wärmeleitung bestehe, die von der letztbeschriebenen wesentlich verschieden ist; die Idee scheint mir nämlich sehr annehmbar, dafs die Schwingungen, welche wir in festen Körpern, und die wälzenden Bewegungen, die wir bei flüssigen Körpern annehmen müssen, auch bei diesen Körpern in Bezug auf ihre Wärmeleitung eine ähnliche Rolle spielen, wie die fortschreitende Bewegung der Gasmolecüle. Man kann sich in der That auch eine Vorstellung von dem Grunde der rascheren Wärmeverbreitung in ersteren Körpern machen; während nämlich die fortschreitende Bewegung der Gasmolecüle sehr unregelmäfsig ist, werden wir bei festen Körpern ziemlich regelmäfsige Schwingungen der einzelnen Molecüle zwischen ihren Nachbaren annehmen dürfen, so zwar, dafs die einem Molecüle innewohnende Wärmebewegung durch Stofs direct an das benachbarte und von dort aus ebenso weiter längs einer Curve übertragen wird, die von einer geraden Linie nicht bedeutend abweichen wird. Wir haben daher bei ihnen die Wärmeleitung uns etwa so vorzustellen, wie die Fortpflanzung einer gewissen Bewegung, die der ersten einer Reihe von sehr nahe bei einander befindlichen, in kleinen und schnellen Schwingungen gegen

einander begriffenen elastischen Kugeln mitgetheilt, wobei die Bewegung von Kugel zu Kugel übertragen wird, und sich schnell weithin fortpflanzen kann, während doch jede Kugel dabei nur einen sehr kleinen Weg durchläuft. Diese Auffassung scheint mir in vollem Einklange mit den Thatsachen zu stehen, welche sich auf die verschiedene Leitungsfähigkeit der Krystalle und anderer anisotropen Körper nach verschiedenen Richtungen beziehen; während nämlich in den homogenen und isotropen Körpern alle Molecülreihen in gleicher Weise gebildet seyn werden, müssen wir bei jenen längs den ausgezeichneten Richtungen eine besondere Gruppirung der Molecüle annehmen, wodurch ihr Bewegungszustand, insbesondere ihre Schwingungsweite und Vibrationsgeschwindigkeit, eine entsprechende Aenderung erfahren mufs. — Die Flüssigkeiten, die in Bezug auf die Regelmäfsigkeit ihrer Molecularbewegung zwischen den festen und gasförmigen Körpern stehen, reihen sich daher auch zwischen dieselben hinsichtlich ihres Wärmeleitungsvermögens.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich zugleich auch, welche Stellung die vorliegende Arbeit den Versuchen, welche Magnus[1]) über die Wärmeleitungsfähigkeit der Gase angestellt hat, und den daraus gezogenen Schlüssen gegenüber einzunehmen hat. Was zunächst die Versuche von Magnus angeht, so versuchte derselbe die Lösung seines Problems auf doppeltem Wege. Einerseits nämlich füllte er mit verschiedenen Gasen eine dünnwandige Glasröhre, welche unten zugeschmolzen und oben durch einen Kork luftdicht geschlossen war, durch welchen ein Thermometer so in die Röhre eingeführt war, dafs das Gefäfs in der Mitte derselben sich befand; diese Röhre wurde dann in einen vollständig mit Dampf angefüllten Kolben eingesetzt und nun die Zeit gemessen, welche verging, bis das Thermometer von 20° C. auf 80° oder 90° gestiegen war. Aus der Verschiedenheit der Zeit, welche zur gleichen Erwär-

1) Magnus, Ueber die Verbreitung der Wärme in den Gasen. Pogg. Annal. Bd. 112, S. 497 ff.

mung des Thermometers in den verschiedenen Gasen erforderlich war, schlofs derselbe auf eine Verschiedenheit in der Leitungsfähigkeit der Gase. Aufserdem untersuchte Magnus diesen Gegenstand auch in der Art, dafs er die Gase von oben durch kochendes Wasser erwärmte und die Temperaturen verglich, bis zu welchen ein Thermometer stieg, das innerhalb des gaserfüllten Raumes in einer gewissen Entfernung unter der Wärmequelle, geschützt durch einen Schirm gegen die unmittelbare Strahlung derselben, angebracht war. Den Resultaten dieser Versuchsanordnung vermochte er nur den Schlufs zu entnehmen, dafs Wasserstoff die Wärme wie feste Körper leite und auch hier seine Analogie mit den Metallen verrathe, da in ihm die Temperatur eine noch höhere war, als in dem leeren Raume. Was nun zunächst die erste Art dieser Versuche angeht, so bilden dieselben die Umkehrung der Erkaltungsversuche und würden daher auch ganz geeignet seyn, die Frage der Wärmeleitung qualitativ wie quantitativ zu entscheiden, wenn sie nicht eine ganz besondere Schwierigkeit in sich schlössen. Da nämlich die umgebenden Dämpfe die Temperatur des Apparates sehr erhöhen, so treten ungleiche Ausdehnungen seiner Theile ein und dadurch auch eine theilweise Aufhebung des luftdichten Verschlusses. Da nun hierdurch im günstigsten Falle mindestens Diffusionsvorgänge bedingt sind, so kann derartigen Versuchen keine entscheidende, sondern nur eine sehr begränzte qualitative Bedeutung beigemessen werden, wie sich auch aus den theilweise sehr bedeutenden Abweichungen der von Magnus erhaltenen Zahlen ergiebt. Seine andere Art der Versuchsanordnung scheint aber noch weniger geeignet zu seyn, den Vorgang der Wärmeverbreitung in Gasen aufzuklären. Abgesehen nämlich von der unvollkommenen Constanz der angewandten Temperaturen und von dem Mangel der strengen Vergleichbarkeit des Zustandes, in dem die verschiedenen Gase sich befanden, endlich abgesehen davon, dafs Magnus die Wärmeverbreitung in verdünnten Gasen als die im Vacuo erfolgende annahm, haben seine Zahlen überhaupt eine sehr

complicirte Bedeutung, die sich schwer definiren läfst und den gröfstentheils negativen Charakter seiner Resultate hervorgerufen hat; der erwärmende Effect der Gase machte nämlich nur einen so kleinen Theil des ganzen Erwärmungsprocesses aus, dafs er nur bei dem mit einem relativ eminenten Leitungsvermögen versehenen Wasserstoff scharf hervortreten, dagegen bei den verdünnten Gasen sich gar nicht mehr geltend machen konnte; aus diesem Umstande erklärt sich das sonderbare Resultat, dafs die Gase bei einem Drucke von 10 bis 15^{mm} gar keine Unterschiede mehr in ihrem erwärmenden Effect zeigten, aus welcher Thatsache Magnus den fehlerhaften Schlufs zog, dafs die in letzterem Falle erhaltenen Zahlen den reinen Effect der strahlenden Wärme darstellten, wie er im luftleeren Raume beobachtet würde. — Was endlich die Schlüsse betrifft, welche Magnus seiner Untersuchung entnommen, so stimmen sie mit den meinigen in so fern überein, als auch sie eine Wärmeleitung in den Gasen constatiren, die freilich von der oben beschriebenen wesentlich verschieden ist; insbesondere ergiebt meine Auffassung derselben in keiner Weise eine Analogie des Wasserstoffs mit den Metallen, da ja gerade diejenige physikalische Eigenschaft, die denselben von letzteren so sehr unterscheidet, sein geringes specifisches Gewicht, die grofse Wärmeleitungsfähigkeit desselben zur Folge hat.

Es dürfte wohl am Platze seyn, hier noch auf einen merkwürdigen Umstand aufmerksam zu machen, der mir für die Theorie der elektrischen Phänomene von grofser Wichtigkeit zu werden scheint; derselbe bezieht sich ebenfalls auf eine Ausnahmstellung des Wasserstoffs, die derselbe hinsichtlich einer anderen physikalischen Eigenschaft unter den Gasen einnimmt, und die man ebenfalls als einen Beleg für sein analoges Verhalten mit den Metallen aufzufassen pflegt. Aus Faraday's [1]) Messungen der Schlagweite für Reibungselectricität in verschiedenen Gasen geht

1) Faraday, *Experimental researches in electricity. Lond.* 1839. *alinea* 1381 *fll.*



nämlich hervor, dafs diese für die gleiche Elektricitätsmenge im Wasserstoffe viel gröfser als in allen anderen Gasen ist, und dafs jenes Gas demnach auch in Bezug auf seine elektrische Leitungsfähigkeit alle übrigen weit übertrifft. Sollte da nicht die Frage angezeigt seyn, ob nicht die beiden Factoren, die seine grofse Wärmeleitungsfähigkeit bedingen, nämlich die bedeutende Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung und die grofse mittlere Weglänge seiner Molecüle, eine ganz ähnliche Rolle bei der Verbreitung der Elektricität spielen, insbesondere wenn wir letztere als eine Folge von Elementarinductionen auffassen? Diese Frage scheint mir unter allen Umständen mehr entsprechend, als die vage Annahme einer Analogie mit den Metallen, für die weder die das physikalische Verhalten bedingenden physikalischen Constanten, noch die absoluten Werthe jener Leitungsfähigkeiten als Belege herangezogen werden können. Leider ist die von Faraday angewandte Untersuchungsmethode zu unzureichend, als das man seinen Resultaten sichere Schlüsse über die Gruppirung der anderen Gase entnehmen könnte. Constatirt ist aufserdem nur noch eine wichtige Thatsache, die auf einen innigen Zusammenhang der Elektricitätsleitung der Gase mit der Wärmeleitung derselben schliefsen läfst und die darin besteht, dafs feuchte Luft die Elektricität besser leitet, als trockne. Sollte sich nun, wie diese beiden Facta nahe legen, bestätigen, dafs, wie die Metalle, auch die Gase in Bezug auf ihr Leitungsvermögen für Wärme und Elektricität vollkommen identisch sich gruppiren, so würde die Annahme, dafs der mechanische Vorgang der Leitung beider Bewegungsarten vollkommen identisch sey, in hohem Grade an Wahrscheinlichkeit gewinnen; eine exacte, mit ganz besonderen Cautelen versehene Experimentaluntersuchung über die elektrische Leitungsfähigkeit der Gase wird uns sicher in der Folgezeit über die Zulässigkeit dieses Schlusses und seiner interessanten Consequenzen Aufschlufs zu ertheilen vermögen.

Ich will nun schliefslich noch einige Bemerkungen über

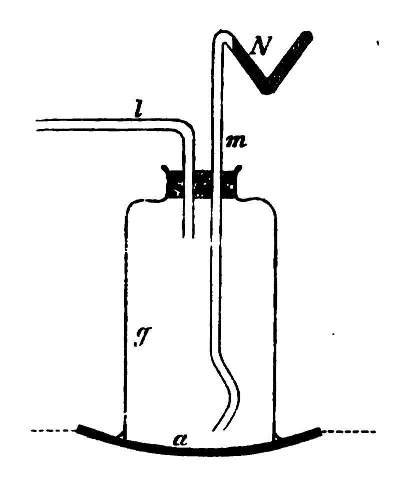
das Newton'sche Gesetz und die Abweichungen der verschiedenen Gase von demselben anfügen, die nach dem Früheren keine Folge constanter Fehler seyn können, sondern in der Natur der Gase begründet seyn müssen. Betrachten wir dieselben nämlich etwas näher, so ergiebt sich, dafs Stickstoff, atmosphärische Luft und Kohlensäure in demselben Sinne von jenem Gesetze abweichen, so zwar, dafs bei allen denselben die Erkaltungsgeschwindigkeit in rascherem Verhältnisse als die Temperatur wächst; anders verhält es sich jedoch mit dem Wasserstoffgas, bei dem die Erkaltungsgeschwindigkeit in geringerem Maafse, als die Temperatur, sich erhöht. Es folgt hieraus mit Rücksicht auf die Gröfse dieser Abweichungen der eigenthümliche Schlufs, dafs diese Gase sich dem Newton'schen Gesetze gegenüber ebenso, wie dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze gegenüber verhalten, indem Wasserstoff am wenigsten, Kohlensäure am meisten von beiden abweicht, und Stickstoff und Luft in gleicher Ordnung eine mittlere Stellung denselben gegenüber einnehmen. Wie man nun für letzteres Gesetz ein vollkommenes Gas aufgestellt hat, so kann man sich nun auch ein ideales Gas denken, dafs dem Newton'schen Gesetze genau folgt und somit die Gränze zwischen den beiden Gasgruppen bildet. Erwägt man nun die ganz identische Gruppirung der untersuchten wirklichen Gase zwischen beiden angenommenen Gasen, so dürfte der Schlufs einige Wahrscheinlichkeit für sich haben, dafs eine und die nämliche Eigenthümlichkeit der wirklichen Gase den Abweichungen von beiden Gesetzen zu Grunde liege und ein vollkommenes Gas mit dem hier angenommenen idealen identisch sey: das Newton'sche Gesetz würde also für ein vollkommenes Gas strenge Geltung haben, wobei wir übrigens unseren Berechnungen gemäfs einen idealen, von jeder Aenderung der ihn charakterisirenden physikalischen Constanten mit der Temperatur befreiten erkaltenden Körper im Auge haben. Es ist mir nun leider nicht gelungen, aus den bisher gewonnenen Ansichten über die Constitution der Gase das Newton'sche Gesetz ab-

zuleiten; in dieser Beziehung ist insbesondere der Umstand sehr hinderlich, dafs wir über die Beziehung der Temperatur des erwärmten Systems zu der in einer bestimmten Gasschicht gleichzeitig statthabenden Temperatur zu wenige Anhaltspunkte haben. Dessen ungeachtet habe ich es aber doch für passend erachtet, auf dieses eigenthümliche Ergebnifs meiner Versuche hinzuweisen, um dasselbe denjenigen, welche in der Folge sich eingehender mit der Frage der Erkaltung beschäftigen sollten, zur Berücksichtigung anzuempfehlen.

VII. *Ein neues Experiment und einige Bemerkungen zur Theorie des Leidenfrost'schen Tropfens; von E. Budde.*

(Vorgetragen in den Sitzungen der niederrheinischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde vom 19. Dec. 1870 und vom 13. März 1869.)

» Der Leidenfrost'sche Tropfen schwebt, wenn der unter ihm befindliche Dampf im Stande ist, den Druck der Atmosphäre plus dem Gewicht des Tropfens zu tragen. Nimmt man den ersteren fort, so mufs eine viel geringere Dampfspannung ausreichen, um das Phänomen hervorzurufen.« Dieser Schlufs bewog mich zu dem Versuch, mit Hülfe der Luftpumpe *einen L.'schen Tropfen von Wasser auf einer Unterlage von weniger als* 100° C. darzustellen. Zu dem Zweck construirte ich folgenden Apparat: (s. umstehende Figur.) Auf eine Kupferschale *a* wurde eine Glasglocke *g* von etwa 8^{cm} Weite gekittet. Durch den Stöpsel, der ihre obere Oeffnung verschlofs, führten zwei Röhren, *l* und *m*. Die erstere ging per Kautschuckschlauch zur Luftpumpe; die zweite reichte im Innern der Glocke bis nahe an die Schale *a*, oben war sie in Form eines *N* gekrümmt und zugeschmolzen. Der gekrümmte Theil — er



möge im Folgenden *N* heifsen — wurde mit Wasser gefüllt; er fafste etwa $\frac{1}{3}$ Gramm. Die Schale *a* stand in einem Wasserbade, welches ihr eine Temperatur von 80 bis 100° ertheilte. Man denke sich nun den Apparat evacuirt. Bei hinreichender Verdünnung wird dann das Wasser in *N* Luftblasen und Dämpfe ausstofsen [1]), welche sich zum Theil am obern Ende sammeln und das Wasser zum Abfliefsen durch *m* bringen. Dasselbe fällt dann ganz oder nahezu *kochend* auf die erheblich über seinen augenblicklichen Siedepunkt erwärmte Schale: die Bedingungen für das Zustandekommen eines L.'schen Tropfens sind also günstig genug, um dasselbe erwarten zu lassen.

Der Versuch wurde angestellt und gelang mit der gröfsten Leichtigkeit. Wenn man bis unter 10^{cm} Spannung evacuirt und das Wasserbad auf 90° C. oder mehr bringt, erhält man ohne alle Vorsichtsmaafsregeln Sphäroïde, welche sich lebhaft bewegen. Ich hatte kein Interesse daran, zu untersuchen, wie grofs die gröfsten Sphäroïde sind, welche sich auf die angegebene Weise darstellen lassen; die vorläufig niedrigste Temperatur der Schale, bei welcher die Tropfen sich haltbar zeigten, war 83° C., während das Manometer um 2 bis 3^{cm} oscillirte. Selbstverständlich wächst die Spannung, wenn die Verdampfung auf der heifsen Schale beginnt und mufs durch Nachpumpen wieder vermindert werden, was sich nicht wohl ohne Schwankungen des Quecksilbers ausführen läfst. Plötzliche heftige Dampfbildungen, welche das Manometer in Gefahr gebracht hätten,

1) Insbesondere, wenn man mit einer kleinen Flamme nachhilft, was ich der Kürze wegen meistens gethan habe.

sind mir bei der allerdings geringen Zahl von drei Versuchen und der geringen Quantität verwendeten Wassers nicht vorgekommen. Bei Wiederholung des Versuchs wird es immerhin gerathen seyn, die Schale *a* so weit horizontal zu stellen, dafs der Tropfen bei seinen Bewegungen das Glas der Glocke nicht berühren kann; es läfst sich das leicht erreichen, wenn man das Niveau des Wasserbades als Norm benutzt. Die Glocke wird schliefslich von niedergeschlagener Feuchtigkeit trübe, bleibt aber an ihrem unteren, weil wärmeren Theil so lange durchsichtig, dafs man mehrere Tropfen nacheinander mit Bequemlichkeit beobachten kann.

Der Versuch ist, wie ich glaube, für die Erklärung des L.'schen Phänomens entscheidend, da er zeigt, dafs die Kraft, welche den Tropfen trägt, den Gesetzen des Dampfdruckes folgt.

Es sey mir gestattet, bei dieser Gelegenheit einige Bemerkungen über die Bewegungsformen des L.'schen Tropfens dem gröfseren wissenschaftlichen Publikum vorzulegen, welche ich schon im März 1869 der niederrheinischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde mittheilte. In Bezug auf die Entstehung der Sternformen schliefse ich mich der Erklärung Berger's an; nur möchte ich noch bestimmter hervorheben, dafs die Sternbildung ein Schwingungsphänomen und zwar ein solches mit ausgezeichneter Knotenbildung ist. Die Bewegung, um die es sich hierbei handelt, ist ein abwechselndes Sichausbreiten und Sichzusammenraffen des Tropfens, veranlafst in der Regel durch eine Dampfansammlung unter der Mitte, welche den Tropfen zum Auseinanderfliefsen bringt, in regelmäfsigen Gang gebracht und darin erhalten durch das Spiel der Ursachen, welche Berger hervorgehoben hat. Die einfachste derartige Schwingung ist die, wobei der Tropfen als Ganzes sich ausbreitet und zusammenrafft; er stellt dabei abwechselnd ein mehr abgeplattetes und ein vertical in die Länge gezo-



genes Sphäroïd dar. Man beobachtet diese Form am leichtesten bei ganz kleinen Flüssigkeitsmengen.

Hat der Tropfen einen gröfseren Umfang, so verfährt er, wie jeder andere schwingende Körper; er theilt sich in aliquote Theile, bildet Knoten und Bäuche. Die einfachste derartige Theilung ist die in Viertel. Dabei distrahirt er sich zuerst nach einer Richtung, so dafs sein Querschnitt nahezu eine Ellipse wird. In der folgenden Schwingungsperiode contrahirt sich die grofse Axe und die frühere kleine Axe zieht sich in die Länge, so dafs der Querschnitt eine auf der ersten senkrecht stehende Ellipse bildet. Er schwingt also hin und her zwischen zwei gekreuzten Ellipsen, und wenn die Bewegung schnell genug ist, sieht man ihn als Kreuz. Wenn die Amplitude der Schwingung grofs ist, geht die Contraction in der Mitte so weit, dafs der Querschnitt biscuitförmig wird; bei übergrofser Amplitude zerreifst der Tropfen jedesmal in zwei Theile, die zuweilen überraschend regelmäfsig wieder zusammenfliefsen, um dann nach der darauf senkrechten Richtung sich auszudehnen und wieder zu zerreifsen.

Bildet er 2.3, 2.4 usw. Knoten, so sieht man leicht, dafs er in jeder Elongation einen Stern mit 3 resp. 4 etc. Strahlen und 3, 4 etc. Einbiegungen darstellt; wenn also die Zeit zwischen zwei Elongationen klein genug ist, sieht man einen Stern von 2.3, 2.4 usw. Strahlen.

Die Kraft, welche der Distraction des Tropfens entgegenwirkt, ist, aufser der Molecularanziehung, der Druck des Dampfes, welcher an der Seite des Tropfens entweicht. Offenbar wird nun der Dampf um so mehr das Sphäroïd zusammenhalten, je mehr er durch die Form der Schale gezwungen wird auf die Seiten desselben zu drücken, also je stärker die Schale gekrümmt ist. Die Knotenbildung wird um so reichlicher stattfinden, je mehr Widerstand die Dilatation findet, also je stärker die Krümmung ist. Daraus ersieht man leicht, dafs die Form des Tropfens vor allem von der Form der Schale abhängt; und zwar zeigt sich folgender Zusammenhang:

1) Sehr flache, fast ebene Schalen liefern mit etwa 1ccm Wasser ($\frac{2}{3}$ ccm Alkohol, $\frac{1}{2}$ Aether) fast immer die Form der gekreuzten Ellipsen. Ist die Krümmung der Schale sehr gleichmäfsig, so bleibt die Form beim Abnehmen des Tropfens sehr constant. Bei den grofsen Wassertropfen ist die Bewegung so langsam, dafs man alle einzelnen Phasen leicht verfolgen kann, namentlich auch das erste Entstehen von Schwingungen durch eine Dampfblase, welche den Durchbruch versucht. Alkohol und Aether bewegen sich schneller.

2) Stärker gekrümmte Schalen geben die Formen mit mehr als vier Knoten, und zwar wächst die Knotenzahl mit der Abnahme des Krümmungsradius, bis bei etwa $1\frac{1}{2}''$ wegen der Verkleinerung des Inhalts der Schale wieder eine Abnahme eintritt.

Bei der allmähligen Verkleinerung des Tropfens, welche Folge der Verdunstung ist, wird der Umfang schliefslich zu klein für die anfängliche Zahl der Knoten; dann tritt gewöhnlich erst ein Stillstand und darauf eine neue Schwingung mit weniger Knoten ein. Obige Angaben beziehen sich zunächst auf die Maximalformen und haben sich für diese in meinen Experimenten so durchgreifend gezeigt, dafs ich durch Wahl der Schalen bestimmte Sterne (bis zu 16 Strahlen) mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als $\frac{9}{10}$ hervorrufen konnte. Vortheilhaft sind nicht zu glatte (etwa kupferne) Schalen, da kleine Rauhigkeiten die Schwingungen fördern. Ganz ruhige Tropfen erhält man am leichtesten mit kleinen Wassermengen (Durchmesser des Sphäroïds 0,8 bis 1cm) in einer ganz glatten und möglichst schwach geheizten silbernen Schale.

Die Entstehung der kleineren Wellen, welche die Oberfläche der Tropfen fast immer kräuseln, möchte ich darauf zurückführen, dafs der entweichende Dampf die Unter- und Seitenfläche des Tropfens anstreicht, wie ein Violinbogen eine Saite. Diese Schwingungen können auch hörbar werden; ihr Ton ist tief und leise summend, aber bestimmbar; um ihn wahrzunehmen, mufs man alles Flammengeräusch



entfernen, auch die Heizflamme, natürlich erst, nachdem man die Schale soweit erhitzt hat, dafs ihre Temperatur eine Zeitlang vorhält; eine Verwechslung des Tones mit dem Krepitiren, welches unmittelbar vor dem Zerfall auftritt, ist nicht wohl möglich.

VIII. *Ueber die anomale Dispersion der Körper mit Oberflächenfarben; von August Kundt.*

Während in den durchsichtigen Körpern die Geschwindigkeit des Lichtes kleiner als im luftleeren Raum ist und der Berechnungsexponent mit abnehmender Wellenlänge zunimmt, ist die Theorie zu wesentlich anderen Resultaten in Bezug auf die Metalle gekommen. Mit Zugrundelegung der Versuche von Jamin über die elliptische Polarisation des von den Metallen reflectirten Lichtes und der neueren Versuche von Quincke ergeben die Formeln von Cauchy, Beer und Eisenlohr für einzelne Metalle, wie z. B. für Silber und Gold, einen Brechungsexponenten kleiner als eins, also eine Geschwindigkeit gröfser als im luftleeren Raum. Zugleich zeigt die Cauchy'sche Theorie, gestützt auf die Jamin'schen Versuche, dafs der Brechungsexponent der Metalle vom Einfallswinkel abhängt und dafs in den meisten Metallen die Dispersion eine umgekehrte von derjenigen der durchsichtigen Körper ist, das Licht kürzerer Wellenlänge also weniger gebrochen werden mufs, als dasjenige längerer.

Der Einzige, der es bisher versucht hat, diese Resultate der Theorie auf directem Wege nachzuweisen, ist wohl Quincke gewesen. Interferenzerscheinungen bei Licht, das zum Theil durch Metall, zum Theil durch Luft gegangen war, gaben Quincke für die mit blauer und blaugrüner Farbe durchsichtigen Modificationen von Silber und

Gold Brechungsexponenten kleiner als 1; andere Modificationen des Silbers gaben indessen Brechungsexponenten gröfser als 1 [1]).

Gleichzeitig ergaben die Versuche, dafs der Brechungswinkel im Silber mit wachsendem Einfallswinkel zunimmt.

Später hat jedoch Quincke nach einer anderen Methode (Newton'sche Ringe) für Silber immer sehr grofse Brechungsexponenten (6,769 bis 12,51) erhalten; es gaben sogar *dieselben* Silberschichten mit den verschiedenen Methoden untersucht einmal gröfsere, das andere Mal kleinere Brechungsexponenten als Eins [2]). Ueberdiefs führten die letzteren Versuche im Gegensatz zu den früheren zu dem Resultat, dafs der Brechungs*winkel* im Metall eine constante Gröfse und endlich die Wellenlängen der rothen und blauen Strahlen im Silber gleich sey.

Eine definitive Entscheidung über die Brechungsexponenten und die Dispersion der Metalle haben mithin die verdienstvollen umfassenden Arbeiten Quincke's nicht gegeben.

Bei einer Klasse von Körpern, die den Metallen nahe stehen, ist es mir nun gelungen, wenn auch nicht absolute Werthe von Brechungsexponenten zu ermitteln, doch allgemeine anomale Dispersionserscheinungen aufzufinden, deren näheres Studium in der Folge vielleicht der directeste Weg seyn wird, die Formeln der Theorie einer neuen Prüfung zu unterziehen.

Zwischen den durchsichtigen Körpern und den Metallen in der Mitte steht nämlich eine eigenthümliche Klasse von Medien, die für einzelne Lichtstrahlen sich als durchsichtige, für andere sich mehr oder minder als Metalle verhalten, und die Lichtstrahlen mit metallischem Glanz reflectiren.

Man hat diese Medien als Körper mit »*Oberflächenfarben*« zusammengefafst. Die meisten derselben (indefs nicht alle) sind stark tingirende Farbstoffe, in Lösung wie in

1) Berichte der Berl. Akad. März 1863. Pogg. Ann. Bd. CXIX, S. 368 und Bd. CXX, S. 599.

2) Pogg. Ann. CXXIX, 187.

kleinen, oft nur mikroskopischen Stückchen schön farbig durchsichtig, wie die meisten Anilinfarbstoffe, Indigo, Carthamin, übermangansaures Kali usw.

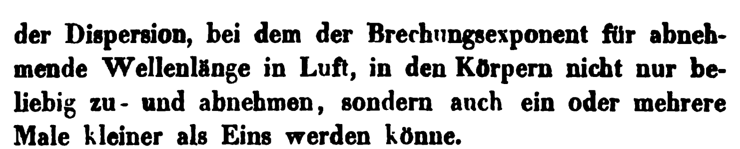
Die optischen Eigenschaften derselben sind von Brewster, Haidinger, Stokes und Anderen untersucht, und als Hauptresultat kann das zuerst von Haidinger ausgesprochene Gesetz hingestellt werden, dafs das durch diese Medien durchgelassene Licht ganz oder nahe complementar zu dem an der Oberfläche reflectirten, also der Oberflächenfarbe ist.

Man kann daher auch sagen, die Körper lassen die Strahlen, die sie stark reflectiren, sehr wenig durch oder besitzen für dieselben ein sehr starkes Absorptionsvermögen. Stokes wies sogar nach, dafs die Oberflächenfarbe des übermangansauren Kali fünf Lichtmaxima im Grün zeige, die genau den fünf dunklen Banden entsprechen, die das Absorptionsspectrum des übermangansauren Kali in verdünnter Lösung zeigt [1]).

Aufserdem gaben zuerst Dale und Baden-Powell [2]) an, dafs Indigo und Berliner Blau deutliche elliptische Polarisation des Lichtes ähnlich den Metallen bei der Reflexion zeigen, und v. d. Willigen [3]) bestimmte die Reflexionsconstanten des polirten Indigos und fand, dafs der Haupteinfallswinkel von der Fraunhofer'schen Linie *B* nach *E* abnehme und von *E* nach *G* wieder zunehme.

Schon seit lange bemüht, das sämmtliche vorliegende Material über die Körper mit Oberflächenfarben unter einheitliche Gesichtspunkte zu bringen, hatte ich mir bereits vor Jahren bestimmte Vorstellungen über die optischen Eigenschaften dieser Körper gemacht, deren Fundament die Annahme einer beliebigen Ab- und Zunahme des Brechungsexponenten mit der Wellenlänge in diesen Körpern bildete. Ich vermuthete in diesen Körpern den *allgemeinsten* Fall

1) Pogg. Ann. XCI, 158 und XCVI, 522.
2) Fortschritte der Physik, herausgegeben von der phys. Gesellschaft zu Berlin 1846.
3) Pogg. Ann. CVII, 464.



der Dispersion, bei dem der Brechungsexponent für abnehmende Wellenlänge in Luft, in den Körpern nicht nur beliebig zu- und abnehmen, sondern auch ein oder mehrere Male kleiner als Eins werden könne.

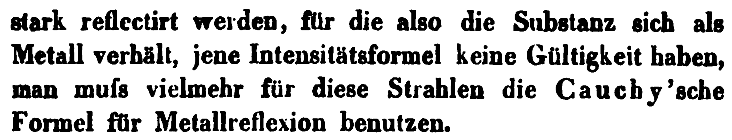
Die einfache Betrachtung des von den Körpern reflectirten Lichtes deutet schon auf eine solche Annahme hin. Wenn nämlich ein Medium für einen bestimmten Strahl durchsichtig ist, so gilt für die Intensität des senkrecht reflectirten Lichtes der bekannte Ausdruck

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

Dieser Ausdruck ist um so gröfser, je gröfser n, wenn n gröfser als 1, und um so gröfser je kleiner n, wenn n kleiner als 1. Für die meisten durchsichtigen Körper ist die Veränderung von n für die verschiedenen Farben, die Dispersion, so gering, dafs die Gesammtheit des reflectirten Lichtes dieselbe Farbe zeigt, wie das einfallende, also bei einfallendem weifsen Licht das reflectirte Licht ebenfalls weifs ist. Wenden wir auch auf die Körper mit Oberflächenfarbe jene Intensitätsformel an, so würde folgen, dafs diejenigen Lichtstrahlen, die die Oberflächenfarbe bilden, d. h. die stark reflectirten Lichtarten, gegen die anderen einen sehr grofsen oder einen sehr kleinen (kleiner als 1) Brechungsexponenten haben müssen.

Da nun die Strahlen, welche die Oberflächenfarbe bilden, von ganz beliebiger Wellenlänge seyn können, meist grün, gelb oder röthlich; beim übermangansauren Kali sogar aus fünf getrennten Partien bestehend, so würde aus jener Intensitätsformel folgen, dafs die Dispersion der Körper mit Oberflächenfarbe eine ganz beliebig anomale seyn mufs oder wenigstens seyn kann. Es könnte sogar vorkommen, dafs ein Theil der durchgehenden Strahlen, wenn man sie in hinreichender Intensität durch ein Prisma der Substanz schicken könnte, nach der einen Seite, der andere nach der anderen Seite von den einfallenden Strahlen gebrochen würde.

In Wirklichkeit wird nun gerade für die Strahlen, die



stark reflectirt werden, für die also die Substanz sich als Metall verhält, jene Intensitätsformel keine Gültigkeit haben, man mufs vielmehr für diese Strahlen die Cauchy'sche Formel für Metallreflexion benutzen.

Es ist nach diesen für die senkrechte Incidenz

$$I = \text{tg}\left(\psi - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{wo ctg. } \psi = \cos \varepsilon \sin (2 \text{ arctg. } \Theta).$$

ε und Θ sind hier bekanntlich zwei aus den Reflexionsversuchen zu entnehmende Constanten, und

$$\Theta \cos \varepsilon = n,$$
$$\Theta \sin \varepsilon = \gamma,$$

wo n und γ Brechungsexponent und Extinctionscoëfficient bei normaler Incidenz bezeichnen.

Nach diesen Formeln ist es nicht durchaus nöthig, worauf auch Cauchy aufmerksam macht, dafs, wie man früher annahm, der Brechungsexponent der Metalle sehr grofs sey; indessen sind doch nach den Jamin'schen und ebenso nach den späteren Quincke'schen Versuchen die Constanten der elliptischen Polarisation derartige, dafs sich für die meisten Metalle ein ziemlich grofser, oder für Silber und Gold ein Brechungsexponent kleiner als eins ergiebt.

Die Cauchy'schen Formeln angewandt auf unsere Körper mit Oberflächenfarben machen daher, wenn man annimmt, dafs die elliptische Polarisation bei ihnen eine ähnliche ist, wie bei den Metallen, wenigstens grofse oder Brechungsexponenten kleiner als eins, wahrscheinlich.

Daraus wird denn auch die oben erläuterte anomale Dispersion dieser Körper wahrscheinlich.

Würde man nun einen solchen Körper mit Oberflächenfarbe lösen, so mufs er von seinen Dispersionseigenschaften mit in die Lösung nehmen. Es wird sich eine anomale Dispersion mit der normalen des Lösungsmittels combiniren, und wenn dabei auch nicht wohl ein Lichtstrahl einen Brechungsexponenten kleiner als 1 erhalten kann oder ganz von den anderen isolirt wird, so wird doch die Reihenfolge



der Farben im Dispersionsspectrum der Lösung beliebig gegen die gewöhnliche verändert seyn können.

Meine Bemühungen, die ich im Laufe der letzten Jahre gelegentlich anstellte, um die anomale Dispersion der Körper mit Oberflächenfarben oder ihrer Lösungen mittelst Interferenzerscheinungen nachzuweisen, führten zu keinem Resultat wegen zu unvollkommener Apparate. Eine Notiz im letzterschienenen Hefte No. 11 1870 [1]) von Poggendorff's Annalen von Hrn. Christiansen in Kopenhagen war mir ein erster directer Beweis für meine Vermuthung und hat mich veranlafst, meine Versuche wieder aufzunehmen, und zwar, wie es Hr. Christiansen gethan, direct die Dispersion zu untersuchen.

Hr. Christiansen theilt am angeführten Orte mit, dafs er die Dispersion einer concentrirten alcoholischen Lösung des Fuchsins (rothen Anilinfarbstoffes) untersucht und dabei das merkwürdige Resultat gefunden habe, dafs der Brechungsexponent der Lösung von B bis D zunehme, dann schnell bis G sinke und von da an wieder wachse. Herr Christiansen theilt das Factum mit, ohne der anderen optischen Eigenschaften des Fuchsins Erwähnung zu thun, und ohne irgend eines anderen ähnlichen Körpers zu gedenken.

Auch die Beobachtung des Hrn. Le Roux, der bereits 1862 [2]) fand, dafs der Joddampf (Jod ist ein Körper mit Oberflächenfarbe) die rothen Strahlen stärker breche als die blauen, ist ein vereinzeltes Factum geblieben.

Meine Versuche haben nun in der That die Allgemeinheit der anomalen Dispersion der Körper mit Oberflächenfarben, zunächst nur, wenn dieselben in Lösung sind, ergeben. *Fast alle die Körper, die im festen Zustand eine deutliche Oberflächenfarbe zeigen, die ich bisher in sehr concentrirter Lösung in geeigneter Weise untersuchen konnte, geben eine anomale Dispersion.*

Als anomale Dispersion bezeichne ich eine Reihenfolge

1) Bd. CXLI, S. 479.

2) Pogg. Ann. CXVII, 659.



der Farben im Dispersionsspectrum, die mit Farbenanordnung im Beugungsspectrum, oder im Dispersionsspectrum der gewöhnlichen Körper nicht übereinstimmt.

Die Medien, bei denen die Erscheinung auftritt sind aufser dem von Hrn. Christiansen untersuchten Fuchsin:

alle Proben von Anilinblau;
desgleichen alle von Anilinviolett, die ich untersuchen konnte;
Anilingrün (Jodgrün oder Hofmann's Grün);
Indigo (in rauchender Schwefelsäure gelöst);
Indigcarmin;
Carthamin;
Murexid (in Kalilauge gelöst);
Cyanin;
Uebermangansaures Kali;
Carmin.

Mit der angewandten Beobachtungsmethode, die weiter unten kurz angegeben wird, war es nur möglich, vollständig anomale Dispersion festzustellen, d. h. eine völlige Vertauschung der Hauptfarben; es ist daher mit Sicherheit anzunehmen, dafs auch bei einer grofsen Menge von Körpern, deren Oberflächenfarben entweder keine sehr hervortretende ist, oder die sich nicht stark lösen, mit feineren Beobachtungsmitteln geringere Anomalien sich werden nachweisen lassen.

Alle oben genannten Körper brechen das rothe Licht stärker als das blaue, und sodann ist bei den Körpern, bei denen Grün einen Hauptbestandtheil der Oberflächenfarbe bildet, und noch deutlich im Spectrum erkannt werden kann, das Grün am wenigsten ablenkt.

Cyanin, Anilinviolett und Anilinblau, ebenso noch Indigkarmin zeigen daher folgende Farbenfolge: Grün, Blau, Roth, wo Grün am Wenigsten abgelenkt ist.

Ganz besonders ist für die Demonstration eines anomalen Spectrums Cyanin geeignet.

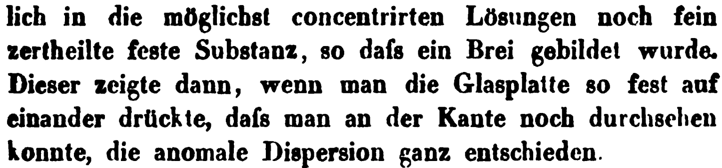
Man kann bei diesem sogar noch Hell- und Dunkelblau unterscheiden, und unter günstigen Bedingungen gab mir

eine Lösung von Cyanin folgende Dispersion: Grün, Hellblau, Dunkelblau, eine dunkle Stelle ohne Licht, Roth und noch eine Andeutung von Orange, wobei, wie gesagt, Grün am wenigst abgelenkten Ende des Spectrums liegt. Die Dispersion hängt natürlich ab von der Concentration der Lösung, in verdünnter Lösung zeigen alle obigen Körper eine normale Dispersion.

Die Beobachtung der Dispersion geschah in folgender einfachen Weise: Auf ein etwa ein Zoll breites Stückchen Spiegelglas bringt man einen Tropfen der sehr concentrirten zu untersuchenden Lösung und drückt auf diesen in einem Winkel von etwa 25° die scharfe Kante eines gleich breiten Stückchens Spiegelglas. Schon in geringer Entfernung von der Berührungslinie der beiden Platten ist das sich capillar in die Kanten hineinziehende Flüssigkeitsprisma gewöhnlich undurchsichtig; gerade in der Nähe der Berührungslinie giebt es aber eine, oft freilich nur ein Haar breite prismatische Schicht, die für die meisten Farben durchsichtig ist. Ein Blick durch diese nach einer schmalen intensiven Lichtflamme oder einem beleuchteten Spalt genügt, die Dispersion zu erkennen. Es ist selbstverständlich, dafs man sich einige Uebung erwerben und sich nicht durch Reflex- und Beugungserscheinungen oder unregelmäfsige Brechungserscheinungen beirren lassen mufs.

Am sichersten ist die Beobachtung, wenn man das Flüssigkeitsprisma mit den Händen an Stelle des Prismas eines gröfseren Kirchhoff-Bunsen'schen Spectralapparates bringt, und durch Probiren einen geeigneten Winkel des Flüssigkeitsprismas ermittelt. Bemühungen durch Zusatz von Collodium zu den Lösungen die prismatischen Schichten zwischen den geneigten Glasplatten dauernd zu erhalten, haben bisher nur unsicheren Erfolg gehabt.

Mit Leichtigkeit zeigt *Cyanin*, wie schon bemerkt, ein anomales Spectrum und ist für eine erste Beobachtung entschieden am Meisten geeignet. Mit übermangansaurem Kali und Carmin wollte es mir anfangs durchaus nicht gelingen, ein umgekehrtes Spectrum zu erhalten. Ich brachte schliefs-



lich in die möglichst concentrirten Lösungen noch fein zertheilte feste Substanz, so dafs ein Brei gebildet wurde. Dieser zeigte dann, wenn man die Glasplatte so fest auf einander drückte, dafs man an der Kante noch durchsehen konnte, die anomale Dispersion ganz entschieden.

Eine Aenderung der Dispersion mit dem Einfallswinkel schien mir einige Male vorhanden, indessen mufs diese Frage genaueren Beobachtungen vorbehalten bleiben.

Auch zu bestimmteren Schlüssen über die Dispersionsverhältnisse der festen Substanzen reichen die Beobachtungen an den Lösungen zur Zeit noch nicht aus; nur daraus, dafs bei den Körpern, in deren Oberflächenfarbe Grün stark vertreten ist, das Grün in Lösung am wenigsten abgelenkt erscheint, läfst sich mit einiger Wahrscheinlichkeit vermuthen, dafs in diesen Körpern im festen Zustand wirklich das grüne Licht einen Brechungsexponenten kleiner als Eins habe.

Es war zunächst nur meine Absicht, die Allgemeinheit der anomalen Dispersion bei den Körpern mit Oberflächenfarben nachzuweisen, und diese glaube ich durch die oben angegebenen Versuche bewiesen zu haben.

Aufgabe des Experimentes wird es nun in der Folge seyn, im ausgedehnten Maafs die Dispersion der betreffenden Körper in Lösungen, und womöglich in festem Zustande zu untersuchen. Ich bezweifle durchaus nicht, dafs es gelingen werde, von manchen der Substanzen im festen Zustand Prismen, sey es auch nur von mikrokopischer Kleinheit, herzustellen und die Brechung zu bestimmen.

Gleichzeitig müssen alsdann die Constanten der elliptischen Polarisation bei der Reflexion ermittelt werden.

Vielleicht dürften die Körper mit Oberflächenfarben auf diese Weise das geeignetste Material seyn, um an ihnen die Folgerungerungen der Theorie bezüglich der Beziehungen zwischen der Brechung und elliptischen Polarisation zu bewahrheiten.

Würzburg, den 6. Januar 1871.

IX. *Ueber die Beobachtung der Sonnen-Protuberanzen im monochromatischen Lichte; von Dr. W. Zenker in Berlin.*

Im 141. Bande dieser Annalen S. 470 ist von C. Christiansen eine Methode zur Beobachtung der Sonnen-Protuberanzen beschrieben, die im Wesentlichen übereinstimmt mit derjenigen, welche ich seit einem halben Jahre zu diesem Zweck angewandt habe. Es gehört dazu ein Spectroskop, bei welchem in der Ebene, wo das Spectrum entsteht, ein zweiter verschiebbarer Spalt angebracht ist, durch den man aus dem ganzen Spectrum eine beliebige Linie mit ihrer nächsten Nachbarschaft (so breit eben dieser Spalt geöffnet ist) aussondern und für sich allein dem Auge sichtbar machen kann. Durch ein so vorgerichtetes Spectroskop werden immer nur solche Strahlen einer Lichtquelle ihren Weg finden, welche mit der eingeklemmten Linie identisch sind oder ihrer nächsten Nachbarschaft im Spectrum angehören.

Will man nun das von einer Objectivlinse entworfene Bild einer gröfseren Protuberanz auf einmal überblicken, so kann man diefs bekanntlich nach der Zöllner'schen Methode durch einfache Erweiterung des ersten Spalts, hier natürlich nicht ohne eine entsprechende Erweiterung auch des zweiten Spalts. Bei Anwendung mäfsiger Dispersion ist indessen auch nur ein mäfsiges Oeffnen des Spalts gestattet, da zugleich die Menge der sich dem Bilde überlagernden Strahlen in dem Maafse zunimmt, dafs bald die Wahrnehmbarkeit desselben beträchtlich leidet. Nur bei den kleineren Bildern kürzerer Fernrohre ist es daher bei mäfsiger Dispersion möglich, eine ganze Protuberanz auf einmal in den Spalt zu bringen und diese kann man dann allerdings durch die Oculare weiter vergröfsern.

Dagegen ist man bei der von mir dafür angewandten und von Christiansen beschriebenen Methode in der

Gröfse des Gesichtsfeldes fast unbeschränkt. Sie erfordert, dafs die Bildebene der Objetivlinse nicht mit der Ebene des Spalts *zusammen*, sondern entweder *vor* oder *hinter* dieselbe falle. Nehmen wir an, der Spalt befände sich zwischen dem Objectiv und dessen Bildebene, so wird in letzterer dennoch das Bild entstehen, durch die Convergenz, zwar nicht wie zuvor eines ganzen Strahlen*kegels*, sondern nur eines Strahlen*dreiecks*, dessen Basis die Länge des Spalts ist, soweit derselbe nämlich den Strahlenkegel durchschneidet. Ist also der Zugang der Strahlen von dem Objectiv aus nicht etwa durch sehr enge Blenden beschränkt, so wird die Breite des in der Bildebene entstehenden Bildes sich berechnen, $B = \frac{l}{L} O + b$, wobei O den Durchmesser des Objectivs, L die Focallänge desselben, l den Abstand des Spalts von der Bildebene und endlich b die Breite des Spalts bezeichnet.

Dasselbe Bild, nur umgekehrt und also aufrecht, wird, von den Linsen des Spectroskops entworfen, auch hinter dem zweiten Spalt entstehen und kann hier betrachtet werden, wenn man das Ocular, welches zuvor auf den zweiten Spalt eingestellt war, ohne diesen zu verschieben, genügend herauszieht.

Man erblickt alsdann ein nahezu monochromatisches Zerstreuungsbild des Spalts, in welchem der Sonnenrand und die Protuberanz deutlich sichtbar sind. Das Gesichtsfeld ist zwar nicht frei von Interferenzstreifen, welche bei enger Oeffnung des zweiten Spalts sogar störend werden, welche dagegen bei weiterer Oeffnung desselben mehr und mehr zurücktreten. Ein weiteres Oeffnen des Spalts ist aber ohnehin nothwendig, da die Helligkeit des Bildes, gemäfs der Formel: $J = \frac{b}{\frac{l}{L} O + b}$, der Breite des ersten Spalts direct, seiner eigenen Breite aber umgekehrt proportional ist. Man mufs defswegen auch hier, wie bei der Zöllner'schen Methode, das Licht durch einen möglichst weit geöffneten ersten Spalt eintreten lassen und dem mufs dann

natürlich auch die Weite des zweiten Spalts entsprechen. Der zweite Spalt darf selbstverständlich niemals breiter seyn als das monochromatische Bild des ersten, da durch noch weiter fortgesetzte Oeffnung desselben nur fremdes Licht zum Schaden der Deutlichkeit des Bildes eingeführt werden würde. Dagegen empfiehlt es sich, den zweiten Spalt etwas enger zu lassen, weil dadurch die Farbe etwas an Reinheit gewinnt.

Absolut monochromatisch kann dabei natürlich das ins Auge gelangende Licht niemals seyn. Wäre diefs der Fall, so würde man jeden Punkt der Sonnenscheibe wieder nur in einem Punkte dargestellt finden und das Bild derselben defshalb in allen seinen Theilen scharf ausgeprägt und auf allen Seiten scharf begränzt sehen. Da aber jeder Punkt der Sonnenscheibe vielmehr durch eine Linie, gleich und parallel der Breite des Spalts, dargestellt wird, so sind die Ränder des Sonnenbildes, wie im gewöhnlichen Spectrum, nur da scharf, wo sie senkrecht gegen den Spalt verlaufen d. h. bei radiärer Stellung des letzteren; und auch die Sonnenflecke, die übrigens wohl zu erkennen sind, haben nur in dieser Richtung scharfe Begränzungen.

Was die oben als erforderlich hingestellte Spalt-Erweiterung betrifft, so hat diese, wie ich noch einmal hervorheben will, hier einen ganz anderen Zweck als in der Zöllner'schen Beobachtungsmethode. Bei Zöllner dient sie, die Gröfse des Gesichtsfelds, hier die Helligkeit desselben zu vermehren. Die Gröfse desselben hängt hier in erster Linie ab von der relativen Oeffnung des Objectivs und der Lage der Bildebene zum Spalt. Dagegen wird allerdings die Methode identisch mit der von Zöllner, sobald man $l = 0$ werden, d. h. das Bild der Sonne in die Spaltebene fallen läfst. Alsdann reducirt sich die Bildgröfse auf b und zugleich wächst die Helligkeit auf 1.

Ueber die Leistungsfähigkeit der beiden Methoden kann nur die Praxis entscheiden. Sobald es allein auf die Helligkeit des Bildes ankommt, mufs man entschieden der Zöllner'schen Methode den Vorzug geben, zu der man

ja übrigens dasselbe Instrument anwenden kann, indem man den zweiten Spalt beliebig weit öffnet. Für gröfsere Bildwinkel dagegen giebt die Methode mit doppeltem Spalt, nach den von mir angestellten Vergleichen, entschieden bessere Resultate. Namentlich wird man durch sie auch in Teleskopen von längerer Focaldistanz die Protuberanzen in ihrer ganzen Gröfse beobachten und dabei die von Zöllner angewandte starke Ocularvergröfserung entbehren können. Ich vermuthe, dafs die Methode mit den zwei Spalten, da man sie einmal an grofsen Teleskopen anwenden kann, schliefslich bessere Bilder geben wird, als die Zöllner'sche Methode, welche ja eben auf die kleineren Fernrohre angewiesen ist. Die Anwendung einer starken Dispersion ist für beide Methoden gleich vortheilhaft.

Die Handhabung unserer Methode ist also die folgende. Man richtet das Teleskop gegen den hellen Himmel und stellt das Spectroskop so ein, dafs die Linien möglichst scharf in der Ebene des zweiten Spalts erscheinen. Mit dem letzteren klemmt man die bestimmte Linie, z. B. *C* genau ein; doch ist es empfehlenswerth, sich hiebei noch einmal zu vergewissern, dafs das Bild der Linie gleichzeitig mit den Rändern des Spalts scharf gesehen werde. Alsdann schiebt man das Spectroskop *als Ganzes* dem Objective näher und zieht nur das Ocular hinter dem zweiten Spalt, ohne diesen selbst zu bewegen, soweit zurück, bis man bei radiärer Stellung beider Spalte den Sonnenrand scharf gezeichnet findet. Dann steht das Spectroskop richtig und man hat nur noch die Helligkeit durch zweckmäfsige Erweiterung der beiden Spalte zu reguliren. Sind dieselben zu schmal, so hat das Bild der Protuberanz zu wenig Kraft; sind sie zu breit, so wird es von dem zu lebhaften Nebenlicht ausgelöscht. Man kann nun, wie Zöllner es beschreibt, mit Leichtigkeit den ganzen Sonnenrand absuchen, sey es in radiärer oder tangentialer Stellung der beiden Spalte. Bei Anwendung einer mäfsigen Dispersion ist es indessen immer rathsam, die Sonnenscheibe selbst ganz aufserhalb des Gesichtsfeldes zu lassen, da sonst das von den Linsen-



und Spaltflächen reflectirte Licht so lebhaft wird, dafs daneben das Bild der Protuberanzen leicht ganz verschwindet.

Christiansen giebt in seiner Darstellung an, man sollte von dem ganzen Spectroskop nur die beiden Spalte verschieben, die Linsen und Prismen desselben aber an ihren Orte lassen. Man würde dadurch allerdings den Vortheil gewinnen, dafs das Bild der Protuberanzen seine Gröfse constant behielte, während es beim Einschieben des ganzen Spectroskops an Gröfse wachsen, beim entgegengesetzten Verfahren verlieren mufs. Indessen erheben sich doch dagegen sowohl theoretische wie namentlich praktische Bedenken: theoretische, denn nur wenn der erste Spalt im Focus der Collimatorlinse steht, durchlaufen die Strahlen in dem Prismenkörper parallele Ebenen und erleiden die gleiche Refraction; praktische, denn bei der Verschiebung der beiden Spalte würde das Verlieren der einmal eingestellten Linie fast unvermeidlich seyn.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.



1871. ANNALEN *No.* 2.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXLII.

I. *Optische Experimental-Untersuchungen; von G. Quincke* [1]).

XII. Ueber die Aenderung der Phase bei der Brechung der Lichtwellen.

§. 122.

Die in Abschnitt VIII dieser Experimental-Untersuchungen beschriebenen Interferenzapparate können dazu dienen, um in den Gang des einen der beiden interferirenden Strahlenbündel eine Lamelle gleichförmiger Dicke ε vom Brechungsexponenten n einzuschalten. Die Verschiebung y der Interferenzstreifen ist dann in Fransenabständen gemessen durch die Gl. 1 gegeben [2]):

1) Anmerk. Leider bin ich durch den Zustand meiner Augen gezwungen gewesen, diese optischen Untersuchungen für längere Zeit zu unterbrechen, wodurch auch die Veröffentlichung der folgenden Aufsätze, deren Versuche zum gröfsten Theil schon vor mehreren Jahren angestellt wurden, etwas verzögert worden ist. Der Anfang derselben steht in diesen Annalen

1866.	Bd. 127,	S. 1 bis 29:	I,	§. 1 bis 12,
	ibid.	S. 199 bis 237:	II,	§. 13 bis 25,
	Bd. 128,	S. 355 bis 399:	III,	§. 26 bis 37,
	ibid.	S. 541 bis 564:	IV,	§. 38 bis 44,
	Bd. 129,	S. 44 bis 57:	V,	§. 45 bis 48,
	ibid.	S. 177 bis 207:	VI,	§. 49 bis 64,
	ibid.	S. 207 bis 218:	VII,	§. 65 bis 69,
1867.	Bd. 132,	S. 29 bis 75:	VIII,	§. 70 bis 85,
	ibid.	S. 204 bis 224:	IX,	§. 86 bis 91,
	ibid.	S. 321 bis 371:	X,	§. 92 bis 109,
	ibid.	S. 561 bis 592:	XI,	§. 110 bis 121.

2) Pogg. Ann. Bd. 120, S. 603. Gl. 8.

$$y = \frac{s}{\lambda}(n-1) \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

wo λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft bedeutet. Aus der beobachteten Verschiebung läfst sich dann der Brechungsexponent n der eingeschalteten Lamelle berechnen.

Die Lage der Interferenzstreifen läfst sich zwar bis auf Zehntel eines Fransenabstandes genau bestimmen; es bleibt aber immer noch ein Irrthum von einer ganzen Anzahl von Interferenzstreifen übrig.

Bei Anwendung von weifsem Licht erscheint nur die Stelle der Interferenzstreifen weifs, für welche der Gangunterschied aller verschiedenfarbigen Strahlen 0 ist. Diese Stelle ist gewöhnlich leicht zu erkennen; sie verschwindet jedoch, sobald das eine Strahlenbündel verzögert wird, da sich die Interferenzstreifen für die verschiedenen Farben zwar um nahezu dieselbe Anzahl Interferenzstreifen, aber um eine verschiedene Anzahl von Längeneinheiten verschieben [1]).

Der erwähnte Irrthum läfst sich nun dadurch vermeiden, dafs man den Gangunterschied continuirlich zunehmen läfst und eine keilförmige Lamelle statt einer solchen von gleichförmiger Dicke benutzt. An der dünnsten Stelle des Keiles ist der Gangunterschied und die Verschiebung der Interferenzstreifen 0. Beide wachsen mit zunehmender Dicke.

Im Folgenden soll angenommen werden, dafs die Lamelle eine doppelt-keilförmige [2]) ist, und die Schneide des Keils horizontal liegt.

Beobachtet man die Interferenzstreifen des Spectrums bei dem von mir angegebenen Interferenzapparat [3]) mit einem auf unendlich eingestellten Fernrohr, in welchem die Fraunhofer'schen Linien deutlich erscheinen, so vereinigt die Objectivlinse desselben Strahlen aus verschiedenen Horizontalebenen in einem Punkte des Gesichtsfeldes. Diese Strahlen sind durch verschieden dicke Stellen der Lamelle hin-

1) Vergl. Stokes, *Rep. Brit. Assoc.* 1850, *p.* 20

2) §. 53, Pogg. Ann. Bd. 129, S. 184. 1866.

3) Pogg. Ann. Bd. 132, S. 54 und Taf. II, Fig. 13. 1867.



durchgegangen, haben verschiedene Verzögerung erfahren und die Interferenzstreifen erscheinen in diesem Falle verwaschen. Sie würden deutlich erscheinen, wenn die Collimatorlinse L und die Objectivlinse des Beobachtungsfernrohrs achromatische Cylinderlinsen mit vertikaler Cylinderaxe wären.

Die Interferenzstreifen gewinnen an Deutlichkeit, wenn man einen dunklen Schirm mit einer schmalen spaltförmigen Oeffnung ($1^{mm},5$ bis $2^{mm},5$ Höhe und 20 bis 30^{mm} Breite) unmittelbar vor das Objectiv des Beobachtungsfernrohrs bringt, oder wenn man das Fernrohr auf die keilförmige Lamelle selbst einstellt, welche dann in gröfserer Entfernung vom Beobachtungsfernrohr in der Nähe der Glasplatte G_1 (Fig. 13 Taf. II. Pogg. Ann. Bd. 132. 1867) aufgestellt seyn mufs.

In letzterem Falle ist die von mir nur für parallele Strahlen gegebene Theorie des Interferenzapparates nicht mehr anzuwenden. Die Deutlichkeit der Interferenzstreifen im Spectrum hängt von den Dimensionen des Apparates und der Stellung des Jamin'schen Compensators ab. Je nach der Einstellung des Beobachtungsfernrohrs ist der Winkel, um welchen man den Jamin'schen Compensator drehen mufs, um einen Interferenzstreifen an die Stelle des folgenden zu bringen, ein anderer und kleiner, wenn das Fernrohr auf die Lamelle selbst, als wenn es auf unendlich eingestellt ist. Bei Beobachtungen mit blofsem Auge accommodirt man dieses gewöhnlich unwillkührlich nicht auf unendlich, oder die Fraunhofer'schen Linien im Spectrum, sondern auf die eingeschaltete Lamelle selbst, weil dann die Interferenzstreifen am deutlichsten erscheinen. Einer anderen Accommodationsweite des Auges entspricht dann auch ein anderer Drehungswinkel des Jamin'schen Compensators.

Bei Beobachtungen mit blofsem Auge empfiehlt es sich daher die Gröfse des durch die eingeschaltete keilförmige Lamelle hervorgebrachten Gangunterschiedes für die dickste Stelle der Lamelle durch blofse Schätzung zu bestimmen.

Beobachtet man mit einem Fernrohr und nennt φ_1 die Drehung des Jamin'schen Compensators, welche einer Verschiebung von einem Fransenabstand entspricht, φ die Drehung, welche den von der Lamelle hervorgebrachten Gangunterschied aufhebt, so ist die in Fransenabständen gemessene Verschiebung oder der in Wellenlängen gemessene Gangunterschied

$$y = \frac{\varphi}{\varphi_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Beträgt die Dicke einer Luftlamelle von gleicher Farbe wie die Jodsilberlamelle $p\frac{\lambda}{4}$, wo λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft bedeutet, so mufs nach Gl. 1 seyn

$$y = \frac{p\frac{\lambda}{4}}{n} \cdot \frac{n-1}{\lambda} = p \cdot \frac{n-1}{4n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

oder den Brechungsexponenten des Jodsilbers $n = \frac{9}{4}$ gesetzt

$$y = p \cdot 0{,}1389.$$

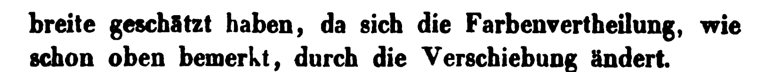
Bei einer keilförmigen Jodsilberlamelle, deren dickste Stelle Grün 3ter Ordnung im reflectirten Licht zeigte, was $p = 5$ entsprechen würde [1]) (§. 50), war für

		Gelb	Blau
	$\varphi =$	77′	65′
	$\varphi_1 =$	127′,3	102′
beob.	$y = \frac{\varphi}{\varphi_1} =$	$0^\lambda,605$	$0^\lambda,637$
ber.	$y =$	$0^\lambda,695.$	

Die directe Messung der Verschiebung ergab $y = 0^\lambda,71$.

Untersuchte man dieselbe Jodsilberlamelle mit Billet'schen Halblinsen und weifsem Lichte (§. 78), so waren die Interferenzstreifen undeutlich; die Verschiebung an der dicksten Stelle betrug etwa 0,75 Fransenbreite, wie sich aus dem Verlauf der gekrümmten Interferenzstreifen deutlich ergab. Ohne denselben würde man die Verschiebung nach dem Ansehen der Interferenzstreifen zu 1,75 Fransen-

1) Pogg. Ann. Bd. 129, S. 181. 1866.



breite geschätzt haben, da sich die Farbenvertheilung, wie schon oben bemerkt, durch die Verschiebung ändert.

§. 123.

Eine andere sehr bemerkenswerthe Fehlerquelle bei diesen Versuchen liegt in dem Umstande, dafs man meist, ohne es zu wollen, statt eines einzigen mehrere Interferenzapparate hintereinander benutzt, und dann sehr complicirte Erscheinungen auftreten, wie sie Lord Brougham [1]) und Quet [2]) beschrieben und untersucht haben für den einfachen Fall der Beugung des Lichtes an den Rändern zweier undurchsichtiger geradlinig begränzter Schirme in verschiedenem Abstand von der Lichtquelle.

Bei dem am Schlufs des vorigen Paragraphen beschriebenen Versuch entwerfen die Billet'schen Halblinsen zwei reale Bilder des leuchtenden Punktes, oder der vom Sonnenlicht erleuchteten Spalte in der Ebene der Jodsilberlamelle zu beiden Seiten der Begränzungslinie der letzteren. Gleichzeitig mit den dadurch erzeugten Interferenzstreifen des bekannten Fresnel'schen Spiegelversuches treten aber auch die Beugungsercheinungen in der Nähe des geometrischen Schattens der Begränzungslinie der Jodsilberlamelle auf, welche ich im Abschnitt X beschrieben habe, und im Folgenden noch mehrfach unter dem Namen »*lamellare Beugungserscheinungen*« erwähnen werden. Da das auf die Begränzungslinie der Jodsilberlamelle auffallende Licht auch noch in dem engen Raum zwischen beiden Billet'schen Halblinsen eine Beugung erfahren hat, so sieht man wie complicirt die Erscheinung seyn wird, da sie sofort sich ändert, wenn Lichtspalt *P*, die inneren Begränzungsränder der cylindrischen Halblinsen *L* und *R* und die Begränzungslinie der Jodsilberlamelle *T* (Fig. 4, Taf. II Pogg. Ann. 132, 1867) nicht mehr genau parallel stehen. Die in der Fresnel'schen Lupe *M* wahrgenommene Erscheinung wird

1) *Compt. rend.* XXX. 1850. *p.* 45, *Mém. d. l'ac. d. sc.* XXVII. 2. 1853. *p.* 146.

2) *Ann. d. chim.* (3) *t.* 46. 1856. *p.* 413.

durchaus nicht in einer blofsen Uebereinanderlagerung der drei Streifen-Systeme der drei Interferenzapparate bestehen und ihre theoretische Ableitung eine ziemlich complicirte Rechnung erfordern.

Ich bemerke, dafs ein ähnlicher Uebelstand bei allen gebräuchlichen Interferenzapparaten leicht eintreten kann und in der That auch häufig eintritt.

Die normale Farbenvertheilung der Interferenzstreifen bei Fresnel'schen Spiegeln (§. 76) oder dem Interferenz prisma (§. 77) wird durch die an den Berührungsrändern der Spiegel oder der Kante des stumpfen Prismenwinkels auftretende Beugung oft recht erheblich modificirt, und bei dem von mir §. 80 beschriebenen Interferenzapparate stört die Beugung an den Rändern der planparallelen Glasplatten und des Prismas oder den Rändern der Oeffnungen in den undurchsichtigen Schirmen.

Läfst sich der störende Einflufs dieser überzähligen Interferenzapparate auch für gewöhnlich auf ein Minimum reduciren, wie meine in Abschnitt VIII und IX aufgeführten Messungen beweisen, so ist doch der Einflufs nicht zu vermeiden, den die (lamellare) Beugung am geradlinig begränzten Rande einer eingeschalteten dünnen Lamelle von Jodsilber oder einer anderen durchsichtigen Substanz auf die Verschiebung der Interferenzstreifen des Hauptapparates hat. Dieser Einflufs hängt, wie ich früher (§. 109) gezeigt habe, nicht nur von dem Gangunterschied, sondern auch von der Intensität der durch die eingeschaltete Lamelle modificirten Lichtstrahlen ab.

Da für die lamellaren Beugungserscheinungen, die man zugleich als den allgemeineren Fall der Beugung an den Rändern eines undurchsichtigen Schirmes auffassen kann, der Abstand der Minima der Lichtintensität proportional mit $\sqrt{\lambda}$, bei den gewöhnlichen Interferenzstreifen des Hauptapparates (der Fresnel'schen Spiegel) proportional mit λ selbst ist, so ist vorauszusehen, dafs der störende Einflufs der lamellaren Beugung eine Verschiebung der Interferenzstreifen herbeiführen kann, die für die verschiedenen Strei-

fen verschieden grofs und nicht einmal proportional der Wellenlänge ist. Die Fransenabstände werden dann an den verschiedenen Stellen des Streifensystems verschieden grofs und die Farbenvertheilung bei Anwendung von weifsem Licht eine ganz anormale.

Diese Fehlerquelle tritt viel häufiger auf, als man im Allgemeinen anzunehmen geneigt ist, und trübt so leicht die Messungen, dafs ich darauf verzichte den Brechungsexponenten einer Substanz z. B. des Jodsilbers, aus der von einer Lamelle bekannter Dicke hervorgebrachten Verschiebung eines Systems gleich weit von einander abstehender Interferenzstreifen zu bestimmen

Man wird überhaupt bei diesen Versuchen selbst bei der gröfsten Vorsicht um so gröfsere Abweichungen finden, je weiter die interferirenden Strahlenbündel von einander abstehen. Ich bin geneigt den Grund dieser Abweichungen in Schichten von Gasen oder Dämpfen zu suchen, die in verschiedener Beschaffenheit an den verschiedenen Stellen der Oberfläche durchsichtiger Substanzen aufliegen (condensirt sind oder adhäriren), ähnlich wie Wolkenschichten auf einem Walde liegen oder über der Erdoberfläche schweben. (Vergl. §. 130).

§. 124.

In vielen Fällen empfiehlt es sich zur Bestimmung des einer durchsichtigen Lamelle entsprechenden Phasenunterschiedes Δ oder der Lamellendicke ε den möglichst einfachen Weg einzuschlagen, nur einen einzigen Interferenzapparat zu benutzen und die Lage der lamellaren Beugungsstreifen gegen den geometrischen Schatten des Lamellenrandes zu beobachten, wie diefs früher (§. 103 bis 105) beschrieben worden ist.

Bei dieser Methode wird gleichzeitig der Einflufs der etwa an der Oberfläche der durchsichtigen Substanz condensirten Gase und Dämpfe möglichst klein.

Die Theorie dieser Beugungserscheinungen wurde von mir nur in allgemeinen Zügen gegeben und auch für einige

besondere Fälle durchgeführt, in denen sich die Rechnung besonders einfach gestaltete.

Später hat dieselbe Jochmann[1]) in einer schönen Arbeit für die den sogenannten Fresnel'schen Beugungserscheinungen entsprechenden Fälle erschöpfend behandelt und auch die Zahlenwerthe der bestimmten Integrale, von denen die Lage der Maxima und Minima abhängt, in einer Tabelle zusammengestellt.

Da das Jodsilber bei den verschiedenen von mir benutzten Lamellen, ja an den verschiedenen Stellen derselben Lamelle, verschieden durchsichtig war, so habe ich darauf verzichtet, mit Berücksichtigung der Intensität der interferirenden Strahlen die Lage der Interferenzstreifen zu berechnen. Es war diefs um so eher zulässig, als dadurch die Lage der Beugungsstreifen für die meisten Fälle nur unbedeutend beeinflufst wird.

Der Abstand M_n des n^{ten} äufseren Minimums vom geometrischen Schatten des Lamellenrandes ist nach Gl. 22 §. 109 durch die Gl. gegeben

$$M_n = C_n \sqrt{\frac{\lambda}{2} \cdot b \cdot \frac{a+b}{a}} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

wo a und b die Entfernung des leuchtenden Punktes und der Fresnel'schen Lupe von der Lamelle, λ die Wellenlänge des Lichtes in Luft bezeichnen.

Die Constante C_n hängt von der Dicke ε und dem Brechungsexponenten n der Lamelle ab, oder von dem Phasenunterschied

$$\Delta = \varepsilon (n-1) \frac{2\pi}{\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

1) Pogg. Ann. 136 S. 565. 1869. Die von mir (§. 108 und 109 Pogg. Ann. 132 S. 366 und 370) gegebenen Ausdrücke gehen in die von Jochmann gegebenen über, so bald man setzt

$$u = -v\sqrt{\frac{\pi}{2}} \qquad K = \frac{k}{ab\lambda} \qquad \overline{K} - \frac{k}{ab\lambda}$$

$$s = -\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\mathfrak{A} \qquad c = -\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\mathfrak{B}.$$



um welchen die durch die Lamelle gegangenen Strahlen gegen die durch Luft gegangenen verzögert werden.

In Fig. 1, Taf. V habe ich für den Fall, dafs die durch die Lamelle gegangenen Lichtstrahlen dieselbe Intensität, wie die durch Luft gegangenen Strahlen haben, mit Hülfe der von Jochmann berechneten Tabelle den Werth der Constante C_n als Ordinate zu der Abscisse Δ aufgetragen. Die ausgezogenen Curven entsprechen den Minimis, die punktirten den Maximis der Lichtintensität.

In der folgenden Tabelle XCI sind die beobachteten Werthe der Constante C_n (vergl. Tabelle LXXVII, §. 105) für das 1ste, 2te und 3te äufsere Minimum mit den berechneten aus Fig. 1, Taf. V zusammengestellt.

XCI.

Δ	C_1 beob.	C_1 ber.	C_2 beob.	C_2 ber.	C_3 beob.	C_3 ber.
π 0,278	0,51	0,53	2,08	2,07	2,96	2,86
0,555	0,35	0,35	2,05	1,98	2,94	2,79
0,833	0,15	0,14	2,01	1,90	2,88	2,77
1,110	—0,09	—0,10	1,93	1,84	2,82	2,70
1,388	—0,24	—0,30	1,87	1,76	2,78	2,66
1,666	—0,35	—0,49	1,81	1,68	2,73	2,62

Die im allgemeinen befriedigende Uebereinstimmung ist besonders vollkommen bei kleinen Werthen von Δ (wo die Lamelle sehr durchsichtig war) und dem ersten Minimum. Da die Lage des letzteren sich ganz besonders mit Δ ändert, so eignet dasselbe sich auch vorzugsweise zur Bestimmung dieser Gröfse Δ. Ist durch die Beobachtung die Gröfse von C_1 bekannt, so giebt die zur Ordinate C_1 gehörige Abscisse der Fig. 1 Taf. V den entsprechenden Werth von Δ.

Der Einflufs der Schwächung des Lichtes beim Durchgange durch die Jodsilberlamelle genügt nicht um die Abweichungen der Theorie von den Beobachtungen zu erklären, da derselbe nach der Theorie von Jochmann einer

Verschiebung in entgegengesetzter Richtung wie in Tab. XCI, d. h. nach der Seite des Jodsilbers entsprechen würde.

Möglicher Weise könnte der Mangel an Uebereinstimmung von Theorie und Erfahrung aufser in condensirten Gas- oder Dampfschichten (§. 124) auch in einer Phasenänderung der Lichtwellen bei dem Uebergange aus einem Medium in das andere seinen Grund haben, da diese Phasenänderung je nach der Natur der sich berührenden Substanzen verschieden seyn könnte. Leider genügt die Genauigkeit der Beobachtungsmethoden zur Zeit nicht, diese Frage durch Messung von Dicke und Brechungsexponenten einer durchsichtigen Lamelle und durch weitere Messung der von ihr hervorgebrachten Verschiebung von Interferenzstreifen zu entscheiden.

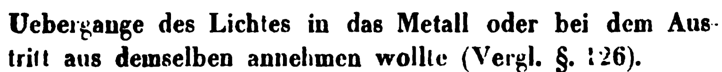
§. 125.

Bei stark absorbirenden Substanzen ist es nicht mehr gestattet, den Einflufs der Intensität der interferirenden Lichtstrahlen auf die Lage der Minima der Interferenzstreifen unberücksichtigt zu lassen.

Schaltet man eine durchsichtige Silber- oder Goldschicht von gleichförmiger Dicke in den Gang des einen der beiden interferirenden Strahlenbündel ein, so beobachtet man eine Verschiebung der Interferenzstreifen nach der Seite der eingeschalteten Lamelle, als ob das Metall eine gewöhnliche durchsichtige Substanz mit einem Brechungsexponenten < 1 wäre.

Diese Annahme, welche ich selbst bei einer früheren Mittheilung [1]) gemacht habe, genügt jedoch nicht um die Erscheinung vollständig zu erklären (vergl. §. 52 Anm.). Einer Dicke des Metalls von 0,1 bis höchstens 0,2 Wellenlänge des Lichtes in Luft entspricht eine Verschiebung von 0,2 bis 0,3 Fransenbreite. Eine so grofse Verschiebung würde nur verständlich seyn, wenn man eine Beschleunigung der Phase bei der Brechung der Lichtwellen, beim

1) Berl. Mon. Ber. 16. 3. 1863 auch Pogg. Ann. Bd. 119 S. 382 und Bd. 120 S. 600 bis 605. 1863.



Uebergange des Lichtes in das Metall oder bei dem Austritt aus demselben annehmen wollte (Vergl. §. 126).

Bei diesen Versuchen wurde meist der Interferenzapparat von § 80 mit Interferenzstreifen im Spectrum (Pogg. Ann. Bd. 132, Taf II Fig. 13) benutzt; zuweilen auch ein Interferenzprisma oder Billet'sche Halblinsen.

Um den oben §. 122 erwähnten Fehler von ganzen Wellenlängen zu vermeiden, habe ich doppelt keilförmige Silberlamellen (nach dem Martin'schen Verfahren erhalten, vergl. §. 53) benutzt, und hierbei ebenfalls gefunden, dafs die Verschiebung der Interferenzstreifen von der dünnsten nach der dicksten Stelle des Silbers continuirlich zunimmt von 0 bis etwa 0,3 Fransenbreite. Der durch das Silber gegangene Lichtstrahl ist gegen den anderen beschleunigt und die Interferenzstreifen erscheinen nach der entgegengesetzten Seite gekrümmt, als wenn man eine doppelt-keilförmige Jodsilberlamelle eingeschaltet hätte.

Auffallend blieb aber einmal die geringere oder gröfsere Verschiedenheit der Krümmung, je nachdem das Silber mehr oder weniger durchsichtig war, und ferner der Umstand, dafs bei sehr dicken Silberschichten keine Interferenzstreifen mehr wahrzunehmen waren.

In der That kann man eine Verschiebung der Interferenzstreifen durch einen undurchsichtigen geradlinig begränzten Schirm erhalten, den man in den Gang der interferirenden Lichtstrahlen von der Seite her einschiebt, innerhalb des von den Interferenzstreifen eingenommenen Raumes, ehe sie auf die 2te dicke Glasplatte G_2 des Interferenzapparates §. 80 oder ehe sie auf die Fresnel'sche Lupe des Interferenzapparates mit Billet'schen Halblinsen auffallen. Die Interferenzstreifen werden gleichsam von dem Schirme abgestofsen; dabei bleibt häufig ihre gegenseitige Anordnung scheinbar ungeändert. Die Streifen behalten nahezu gleichen Abstand von einander, und das ganze hat den Anschein, als ob man die Strahlen in der Nähe des Schirmrandes gegen die anderen beschleunigt hätte.

Die Erscheinung an einer eingeschalteten Silberlamelle

würde also wie bei den Versuchen von Lord Brougham (§. 123) durch die gleichzeitige Anwendung zweier Interferenz-Apparate bedingt seyn, den Hauptapparat mit dicken Glasplatten (Interferenzprisma oder Billet'sche Halblinsen) und die lamellare Beugung am Rande der geradlinig begränzten durchsichtigen Silberlamelle.

§. 126.

Der Versuch wird einfacher und die erwähnte Fehlerquelle vermieden, wenn man nur *einen* Interferenzapparat benutzt, also die lamellaren Beugungserscheinungen am Rande einer doppeltkeilförmigen Silberlamelle im Abstand b von derselben mit einer Fresnel'schen Lupe beobachtet, wenn auf dieselbe Licht von einem a^{mm} entfernten leuchtenden Punkt auffällt.

Man beobachtet dann in der That Beugungsstreifen in der Nähe des geometrischen Schattens des Lamellenrandes. Ist in der doppeltkeilförmigen Lamelle ein Spalt normal zur Schneide des Keils angebracht, so convergiren die Beugungsstreifen nach der dicksten Stelle des Silbers. Bei manchem Silber laufen das 1ste, 2te und 3te Minimum einander anscheinend parallel, wie es Fig. 2 Taf. V darstellt. In den meisten Fällen jedoch ist das 1ste Minimum stärker als das 2te und 3te gegen den geometrischen Schatten der Lamellengränze geneigt. Verwandelt man das Silber in Jodsilber, so convergiren die Beugungsstreifen nach der dünnsten Stelle der Lamelle.

In der folgenden Tabelle sind eine Reihe von Messungen für verschiedene keilförmige Silberlamellen zusammengestellt, die in der früher §. 95 und 103 für keilförmige Jodsilberlamellen beschriebenen Weise angestellt wurden. x bedeutet die Entfernung von der dünnsten Stelle der keilförmigen Silberlamelle in Millimetern, ε die Dicke des Silbers an dieser Stelle in Tausendstel Millimetern, M_1 M_2 M_3 die Entfernung des 1sten, 2ten und 3ten Minimums vom geometrischen Schatten des Lamellenrandes, positiv gerechnet in der Richtung aufserhalb des durch die Spaltränder und



den leuchtenden Punkt gebildeten Schattenkegels (vergl. §. 93), $2c$ die Breite des Spaltes im Silber.

XCII.

Lamellare Beugungserscheinung.

Doppelt-keilförmiges Silber No. 174 auf Spiegelglas

$a = 962^{mm}$ $b = 220^{mm}$

Rothes Licht ($\lambda = 0^{mm},0005885$).

$2c = 2^{mm},210.$

x	ε	M_1	M_2	M_3
mm	mmm	mm	mm	mm
0,98	0,012	0,416	0,740	0,940
1,69	0,018	0,398	0,726	0,933
3,70	0,052	0,343	0,690	0,908
4,67	0,075	0,308	0,655	0,905

$2c = 1^{mm},315.$

x	ε	M_1	M_2	M_3
mm	mmm	mm	mm	mm
0,98	0,012	0,348	0,685	0,900
2,4	0,030	0,288	0,658	0,868
3,41	0,045	0,258	0,635	0,843
4,67	0,075	0,253	0,623	0,825

Wenn auch, je nachdem das Silber sich auf dem Glase in einer mehr oder weniger durchsichtigen Modification abgeschieden hatte, die Lage der Minima eine verschiedene ist, so liegen sie doch stets nahe an den Stellen, wo ein undurchsichtiger Schirm von gleichen Dimensionen und gleicher Lage wie der Spalt im keilförmigen Silber die Maxima der Fresnel'schen äußseren Diffractionsfransen zeigen würde. Für diese Maxima ist nämlich (vergl. §. 109)

$C_n = 1,217$ 2,345 3,082

woraus nach Gl. 4 folgt:

$M_1 = 0^{mm},343$ $M_2 = 0^{mm},661$ $M_3 = 0^{mm},870.$

Andere Messungen gaben ähnliche Resultate.

Bei einer anderen doppelt keilförmigen Silberlamelle auf einer planparallelen Glasplatte wurden ähnliche Versuche angestellt, und die Lage des 1sten, 2ten, 3ten äußseren Mini-

mums für diejenigen Silberdicken bestimmt, an denen die I. und II. dunkle Stelle im durchgelassenen Lichte, den Newton'schen Farbenringen entsprechend (vergl. §. 73), sichtbar war.

XCIII.

Doppelt-keilförmiges Silber No. 176.

$a = 962^{mm}$ $b = 290^{mm}$ $2c = 1^{mm},357$.

Rothes Licht ($\lambda = 0^{mm},5885$).

Dunkler Streifen	Silber Dicke	M_1	M_2	M_3
	mm	mm	mm	mm
I	0,000014	0,386	0,751	1,067
II	0,000040	0,351	0,754	1,046
berechnet:		0,406	0,782	1,027

In der letzten Horizontalreihe steht der Werth von M_n für die Maxima der äufseren Fresnel'schen Diffractionsfransen.

Für gröfsere Dicken als $0^{mm},000100$ sind lamellare Beugungserscheinungen an durchsichtigem Silber nicht mehr wahrzunehmen.

Jochmann [1]) hat in seiner Theorie der lamellaren Beugungserscheinungen den Fall näher betrachtet, dafs der Phasenunterschied Δ der durch die Lamelle hindurchgegangenen Strahlen 0 und nur die Intensität der interferirenden Strahlen verschieden ist. Für den Fall, dafs das Amplitudenverhältnifs K der interferirenden Strahlen — 1 ist, oder Werthe in der Nähe dieser Gröfse hat, ändert sich die Lage des 1sten Minimums sehr schnell mit der Gröfse des Amplitudenverhältnisses und zwar in der Weise, wie ich es bei den eben beschriebenen Versuchen gefunden habe, wenn man K mit wachsender Metalldicke gröfsere negative Werthe annehmen läfst. Diefs könnte in der That für die Uebergangsstelle von einem dunklen zu einem hellen (den

1) Pogg. Ann. Bd. 136. 1869. S. 570 und Fig. 7 Taf. VIII.

Newton'schen Ringen entsprechenden) Streifen der Fall seyn. Für andere Stellen der keilförmigen Metalllamelle wird aber diese Annahme unzulässig. Ferner müfste die Lage des 2ten und 3ten Minimums, in Widerspruch mit denselben Versuchen unabhängig oder doch fast unabhängig von der Dicke der Metallschicht seyn.

Ich bemerke ausdrücklich, dafs statt einer negativen Amplitude und dem Phasenunterschiede $\Delta = 0$, die Amplitude auch positiv und $\Delta = \pi$, einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ entsprechend, angenommen werden könnte.

Die Lage der Minima gegen den geometrischen Schatten des Lamellenrandes würde Δ bestimmen, wenn durch andere Versuche K bekannt wäre, oder das Verhältnifs der Intensität des durch die Silberlamelle und des neben derselben vorbeigegangenen Lichtes.

Zunächst scheint mir aus diesen Versuchen zu folgen, dafs bei dem Uebergange des Lichtes aus Luft nach Silber und Silber nach Glas die Phase in anderer Weise geändert wird, als bei dem directen Uebergange von Luft nach Glas. Der Unterschied beider Aenderungen in diesen beiden Fällen Luft-Silber-Glas und Luft-Glas entspricht nahezu einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$, sobald die Dicke des Silbers $< 0^{mm},00009$.

Jedenfalls zeigen die lamellaren Beugungserscheinungen an einer doppeltkeilförmigen geradlinig begränzten Silberlamelle, dafs *Amplitude und Phase des Lichtes beim Durchgange durch das Metall gleichzeitig geändert werden, und dafs die Aenderung von der Dicke des Metalls abhängt.*

Die von mir früher [1]) beschriebenen Versuche, bei denen die Dicke des Metalls durch ein Versehen doppelt so grofs angegeben ist, als sie in Wirklichkeit war, zeigen, dafs *die Phasenänderung bei der Brechung auch mit dem*

1) Berl. Mon. Ber. 16. 3. 1863 S. 119.
Pogg. Ann. Bd. 102 S. 602. 1863 und
„ „ Bd. 129 S. 183. 1866.

Einfallswinkel und der Lage der Polarisationsebene sich ändern mufs.

Die absolute Gröfse der Phasenänderung kann man aus vorstehenden Versuchen oder anderen mit ähnlichen Methoden erhaltenen nicht entnehmen, weil man bei denselben nur die Phasenänderung bei dem Uebergange des Lichtes von Luft nach Glas, oder umgekehrt, mit der Phasenänderung bei dem Uebergange des Lichtes von Luft (Glas) nach Metall, oder umgekehrt, vergleicht.

Eine vielleicht auffällige Beschleunigung der Phase bei den durch Metall hindurchgegangenen Strahlen könnte sehr wohl davon herrühren, dafs die Lichtstrahlen beim Uebergange von Luft nach Glas und umgekehrt eine starke Verzögerung, vielleicht um eine halbe Schwingungsdauer, erfahren.

Die Theorie hat bisher nur die Erscheinungen an undurchsichtigen Metallplatten behandelt, und es mufs dahingestellt bleiben, ob mit den im Vorstehenden beschriebenen Erscheinungen die Principien in Einklang zu bringen sind, welche Cauchy oder Neumann ihren Formeln für Reflexion an undurchsichtigen Metallen zu Grunde gelegt haben [1]).

XIII. Ueber die Aenderung der Phase bei der Reflexion der Lichtwellen.

§. 127.

Man hat die Interferenzerscheinungen auch zur Bestimmung der Phasenänderung bei der Reflexion des Lichtes zu benutzen versucht.

Ich gehe zunächst auf den Fall ein, wo die Reflexion in *Glas* stattfindet.

Babinet [2]) liefs die beiden Strahlenbündel eines Interferenzprismas an der Hinterfläche einer dicken planparallelen Glasplatte reflectiren, welche zum Theil (mit Spiegelfolie?) belegt war. Die interferirenden Strahlenbündel

1) Vergl. § 130 und Jochmann, Pogg Ann. Bd. 136 S. 585. 1869.
2) *Compt. rend. VIII.* 1839. *p.* 709.



zeigten an den Stellen, wo sie beide gewöhnliche oder beide metallische Reflexion erfuhren, Interferenzstreifen mit weifser Mitte von gewöhnlicher Beschaffenheit. An den Stellen, wo das eine Strahlenbündel metallische, das andere gewöhnliche Reflexion erfahren hatte, erschien die Mitte der Interferenzstreifen dunkel: das eine Strahlenbündel war um $\frac{\lambda}{2}$ verzögert worden.

Bei Reflexion der beiden Strahlenbündel an der theilweise mit einer hinreichend stark brechenden Flüssigkeit benetzten Hinterfläche eines Prismas interferiren gewöhnlich reflectirte, mit total reflectirten Strahlen. Die Mitte der Interferenzstreifen, gebildet von gewöhnlich und total reflectirten Strahlen, war dann gegen die Interferenzstreifen der gleichartig reflectirten Strahlen nach der Seite der gewöhnlich reflectirten Strahlen verschoben, d. h. die total reflectirten Strahlen waren gegen die gewöhnlich reflectirten beschleunigt.

Ob und in welcher Weise die Erscheinung von Einfallswinkel, Lage der Polarisationsebene, Natur des Metalls und der Glasplatte abhängt, wird nicht angegeben.

De Sénarmont[1]) betrachtete die Interferenzstreifen, welche in der eben angegebenen Weise von zwei metallisch und gewöhnlich reflectirten Strahlenbündeln gebildet wurden, mit einem doppelt-brechenden Prisma. Bei streifender Incidenz gelang der Versuch sehr leicht, bei senkrechter war er wegen der ungleichen Intensität der interferirenden Strahlenbündel unmöglich.

Es läfst sich jedoch auf diese Weise nur für $\neq$ der Einfallsebene polarisirtes Licht entscheiden, ob ein Lichtstrahl gegen den anderen durch verschiedenartige Reflexion einen Phasenunterschied besitzt. Dagegen bleibt es unbestimmt, ob das eine Strahlenbündel verzögert oder das andere beschleunigt worden, oder ob die Phase beider in ver-

1) *Ann. de chim.* (2) *t.* 73, *p.* 360. 1840; auch Pogg. Ann. Ergbd. I. S. 473. 1842.

schiedener Weise geändert worden ist. Das gleiche gilt von ⊥ zur Einfallsebene polarisirtem Licht. (Vergl. §. 111). Ich kann daher nicht de Sénarmont beistimmen, wenn derselbe glaubt aus jenen Versuchen schliefsen zu dürfen, dafs der in der Einfallsebene polarisirte Strahl dem winkelrecht darauf polarisirten beständig voraus war. Ueberhaupt ist es bisher nur gelungen für streifende Incidenz (vergl. §. 137) oder mit der Methode von Fresnel für bestimmte Einfallswinkel (vergl. §. 138) den absoluten Werth der Phasenänderung bei der Reflexion zu bestimmen.

Billet[1]) erzeugte Brewster'sche Interferenzstreifen (§. 79) mit zwei gleich dicken, schwach gegeneinander geneigten Glasplatten, deren eine zur Hälfte mit Spiegelfolie belegt war. Die Interferenzstreifen wurden mit Hülfe einer Linse auf einen Schirm projicirt, und erschienen für die an Metall und Luft reflectirten Strahlen gegen die der gewöhnlich reflectirten Strahlen um eine halbe Fransenbreite verschoben. Der Gangunterschied der metallisch und gewöhnlich reflectirten Strahlen betrug also $\pm \frac{\lambda}{2}$. Ueber den Einfallswinkel wird nichts angegeben, doch scheint er nahezu der Polarisationswinkel für Luft und Glas gewesen zu seyn; die Angabe würde also für ⫩ der Reflexionsebene polarisirtes Licht und einen Einfallswinkel in Glas von etwa $33\frac{1}{2}^{\circ}$ gelten.

Billet hat ferner ähnliche Versuche wie Babinet und de Sénarmont angestellt. Nur ersetzte er das von jenen benutzte Interferenzprisma durch die von ihm angegebenen cylindrischen Halblinsen. Die beiden von den Halblinsen erzeugten Bilder einer von Sonnenlicht erleuchteten Spalte fielen auf die mit Spiegelfolie belegte Hinterfläche eines gleichseitigen Glasprismas (vom Brechungsexponenten 1,526) oder eine kleine quadratische Stelle dieser Fläche, auf welcher die Belegung wieder fortgenommen war. Die Interferenzstreifen wurden mit einer bicylindrischen Linse auf einen Schirm projicirt, und erschienen an der der fehlenden

1) *Ann. de chim.* (3) *t.* 64, *p.* 408. 1862.

Spiegelfolie entsprechenden Stelle verschoben. Die Verschiebung wurde nach der centralen weifsen Stelle der Interferenzstreifen beurtheilt und soll einer Verzögerung der metallisch reflectirten Strahlen entsprochen haben. Wenn ich die etwas undeutlichen Angaben des Hrn. Verfassers recht auffasse, so hätte die Verschiebung von 0,5 bis 0,8 Fransenbreite zugenommen, während der Einfallswinkel im Innern des Glases von 39° 57′ bis 80° 39′ gewachsen wäre, wobei für 40° 57′ die gewöhnliche Reflexion in die totale überging. Wie die Lage der Polarisationsebene bei diesen Versuchen gewesen und ob überhaupt polarisirtes Licht dabei benutzt worden ist, wird nicht angegeben.

In der vom Hrn. Verfasser gegebenen Zeichnung verlaufen die verschobenen Interferenzstreifen allmählig in die von gleichartig reflectirten Strahlen erzeugten Interferenzstreifen, und zwar für gewöhnliche Reflexion anders als für totale Reflexion (vergl. §. 129 u. 131).

Während bei den bisher beschriebenen Versuchen stets die Reflexionen im Innern des Glases stattfanden, hat de Sénarmont[1]) auch Strahlen verglichen, die in *Luft* reflectirt worden waren, indem er Fresnel'sche Spiegel benutzte, deren jeder halb aus Glas, halb aus Metall gearbeitet war. Die Glasseite des einen Spiegels stiefs an die Metallseite des anderen, und die halbe Verschiebung der Interferenzstreifen gegen einander gab dann den Phasenunterschied der gewöhnlich und metallisch reflectirten Lichtstrahlen. Wegen der Schwierigkeit, dergleichen Spiegel mit genügender Vollkommenheit herzustellen, führten diese Versuche jedoch zu keinem Resultat.

Zum Theil liegt das Mifslingen des Versuches auch an der Eigenschaft des Metallspiegels, die Phase der Lichtstrahlen verschiedener Farbe in anderer Weise zu verändern, als der Glasspiegel. Schon Fresnel[2]) bemerkt, dafs die Interferenzstreifen eines Apparates, der aus einem Glas- und einem Metallspiegel besteht, nicht mehr symmetrisch

1) *Ann. de chim.* (2) *t.* 73, *p.* 360. 1840.
2) Fresnel, *Oeuvres I*, *p.* 703.

gegen die helle Mitte des Streifensystems liegen. (Vergl. §. 138.)

In wie weit meine eigenen Versuche mit den eben erwähnten in Widerspruch stehen, wird sich aus dem Folgenden ergeben.

Reflexion in Glas.

§. 128.

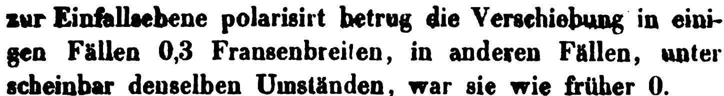
Ich selbst habe 1862 einige Versuche mit einem Interferenzapparate beschrieben[1]), der dem des §. 80 (Pogg. Ann. Bd. 132 Taf. II Fig. 13) sehr ähnlich war. Die zweite dicke Glasplatte G_2 war auf der unteren Hälfte der Hinterfläche mit einem Metallspiegel belegt, und die Interferenzstreifen im Spectrum des Prismas P_1 wurden gleichzeitig mit den Fraunhofer'schen Linien mit bloſsem Auge beobachtet.

Ich werde im Folgenden die Interferenzstreifen, bei welchen das eine Strahlenbündel an der Gränze von Glas und Metall reflectirt worden ist, kurz durch »Interferenzstreifen Luft-Metall« bezeichnen; die Interferenzstreifen dagegen, bei welchen beide Strahlenbündel an der Gränze von Glas und Luft reflectirt worden sind, durch »Interferenzstreifen Luft-Luft.«

Die Interferenzstreifen Luft-Metall erscheinen nun bei jenen Versuchen vom Jahre 1862 gegen die normalen Interferenzstreifen Luft-Luft verschoben, wenn durch ein Nicol'sches Prisma nur Licht ╪ der Einfallsebene polarisirt ins Auge gelangte; die Verschiebung entsprach einer Beschleunigung der metallisch reflectirten gegen die gewöhnlich reflectirten Strahlen und nahm mit wachsendem Einfallswinkel (von 0) bis 0,3 Fransenbreite zu. Für Licht ⊥ zur Einfallsebene polarisirt fielen die Interferenzstreifen Luft-Metall mit den Interferenzstreifen Luft-Luft zusammen.

Bei mehrfacher Wiederholung dieser Versuche fand ich später zum Theil ganz andere Resultate. Auch für Licht ⊥

1) Berl. Mon. Ber. 18. 12. 1862. S. 718. Pogg. Ann. Bd. 118, S. 445. 1863.



zur Einfallsebene polarisirt betrug die Verschiebung in einigen Fällen 0,3 Fransenbreiten, in anderen Fällen, unter scheinbar denselben Umständen, war sie wie früher 0.

Diese Veränderlichkeit der Verschiebung ist zum Theil durch lamellare Beugungserscheinungen bedingt, die an der Gränze der Metallbelegung des Glases auftreten (vergl. Abschn. XI), zum Theil durch eine verschiedene Accommodation des Auges, deren Einflufs ich schon oben (§. 122) näher erörtert habe. Der letztere tritt noch deutlicher hervor, wenn man zwischen Auge und Prisma ein Fernrohr einschaltet. Ist das Auge resp. das Beobachtungsfernrohr auf unendliche Entfernung eingestellt, so stören einmal die lamellaren Beugungserscheinungen; ferner vereinigen sich in einem Punkte der Netzhaut Strahlen verschiedener Horizontalebenen, die zum Theil an der Gränze von Glas und Luft, zum Theil an der Gränze von Glas und Metall reflectirt worden sind. Die Interferenzstreifen erscheinen also verwaschen. Findet aufserdem die metallische oder die gewöhnliche Reflexion nur auf einem schmalen horizontalen Streifen der Hinterfläche der Glasplatte G_2 statt, wie es bei jenen Versuchen vom Jahre 1862 meistens der Fall war, so überwiegt die Intensität der Interferenzstreifen in dem gröfseren Theil des Gesichtsfeldes und die Verschiebung der Interferenzstreifen ist scheinbar 0. Das letztere tritt um so eher ein, je geringer die Intensität des einen der beiden ungleichartigen Strahlenbündel ist, durch deren gegenseitige Einwirkung die verschobenen Interferenzstreifen entstehen. Da Licht ⊥ zur Einfallsebene polarisirt im Allgemeinen die schwächere Intensität hat, so wird bei diesem auch die Verschiebung der Interferenzstreifen sich am ersten der Wahrnehmung entziehen.

Die erwähnten Fehlerquellen werden vermieden, wenn man die Interferenzstreifen stets mit einem Fernrohr beobachtet, welches auf den Rand der reflectirenden Metalllamelle eingestellt wird. Um diefs möglich zu machen, ohne unnöthig an Lichtintensität zu verlieren, empfiehlt es sich die reflectirende Metallfläche auf der Hinterfläche der ersten

dicken Glasplatte G_1 anzubringen, so dafs das Strahlenbündel 2 in seinem oberen Theile durch gewöhnliche, in seinem unteren Theile durch metallische Reflexion entstanden ist. Natürlich sieht man dann keine (scharfen) Fraunhofer'schen Linien im Spectrum.

Bei der in Tabelle XCIV aufgeführten Versuchsreihe wurde zum Theil der Interferenzapparat in der Form des §. 80 (Fig. 13 Taf. II Pogg. Ann. Bd. 132) mit Jamin'schem Compensator benutzt, mit der Abänderung jedoch, dafs auf das die Objectivlinse enthaltende Ende des Collimators ein Theilkreis mit Nicol'schem Prisma aufgeschoben wurde. Je nach der Stellung des Nicol'schen Prismas wurde dann ein Bündel paralleler Lichtstrahlen $\neq$ oder $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt an der Glasplatte G_1 reflectirt. Der Einfallswinkel J, unter welchem die Lichtstrahlen auf die Vorderfläche der Glasplatte G_1 auffielen, wurde mit einem Anlege-Goniometer geschätzt. Durch Rechnung liefs sich dann der zugehörige Brechungswinkel J_1 im Innern des Glases finden.

Bei einem anderen Theil der Versuchsreihe XCIV war der Jamin'sche Compensator fortgelassen, die beiden planparallelen Glasplatten G_1 und G_2 standen ziemlich nahe aneinander, und waren auf zwei Schlitten S_1 und S_2 befestigt, die eine jede Platte parallel mit sich selbst in horizontaler Richtung zu verschieben erlaubten (Fig. 3 Taf. V). Die Schlitten aus schwarzgebranntem Messing bewegten sich zwischen Schienen aus demselben Material, welche mit einem Zapfen z in der Mitte eines horizontalen Kreises befestigt werden konnten.

Die Glasplatten wurden mit Wachs auf den Schlitten S_1 und S_2 befestigt und, am Rande durch einen schmalen vertikalen Papierstreifen getrennt, gegeneinander gedrückt. Die Flächen beider Glasplatten waren dann unter einem Winkel von 5' bis 15' gegeneinander geneigt und reflectirten bei passender Entfernung von einander das vom Collimator auffallende Bündel polarisirter paralleler Lichtstrahlen in einen Hoffmann'schen Spectral-Apparat *à directe vision* mit astronomischem Beobachtungsfernrohr, von dem

ich den Collimator abgeschraubt hatte. Ein Schirm von schwarzem Papier mit einem Spalt von passender Breite ($\frac{1}{2}$ bis 3^{mm}) liefs nur die reflectirten Strahlenbündel II. Ordnung (vergl §. 79 und 80) in den Prismenapparat gelangen. Der Horizontalkreis mit den geneigten Glasplatten war in horizontaler Richtung, Beobachtungsfernrohr mit Spectralapparat in horizontaler und vertikaler Richtung parallel mit sich selbst und normal gegen die Richtung der einfallenden Strahlen zu verschieben.

Bei der Einstellung des Beobachtungsfernrohrs auf unendlich sah man Fraunhofer'sche Linien und diesen parallel vertikale Interferenzstreifen im Spectrum. Zog man das Ocular des Beobachtungsfernrohrs aus, so verschwanden die ersteren. Die dicken Glasplatten G_1 und G_2 wurden zuerst so gestellt, dafs sie das vom Collimator einfallende Licht auf diesen zurückwarfen; der Einfallswinkel betrug in diesem Falle 0°. Die am Horizontalkreis abgelesene Drehung gab dann direct den Einfallswinkel J in Luft und durch Rechnung den zugehörigen Einfalls- oder Brechungswinkel in Glas.

Um bei der Verschiebung der Interferenzstreifen im Spectrum keinen Zweifel über eine ganze Anzahl von Wellenlängen zu lassen, wurde die Hinterfläche der Glasplatte mit einer doppelt keilförmigen Silberschicht belegt, so dafs die Kante des Keils horizontal lief. Das Beobachtungsfernrohr war auf diese Silberschicht eingestellt, was sich mit Hülfe einer derselben zeitweise genäherten Metallspitze leicht erreichen liefs.

Die Interferenzstreifen hatten an der dünnsten Stelle der Silberlamelle normale Lage und erschienen in der Weise, wie es die Fig. 4 Taf. V angiebt. Von einer gewissen Silberdicke an waren die Streifen nicht mehr gekrümmt, sondern vertikal.

Die Verschiebung der Interferenzstreifen an der dicksten gegen die an der dünnsten Stelle der Silberlamelle betrug stets weniger als 1 Streifenbreite. Die Interferenzstreifen der dünnsten und dicksten Stelle hingen, was ich nicht erwartet hatte, bei fast allen Versuchen für die verschie-

densten Einfallswinkel durch zwei dunkle Bogen zusammen. Gewöhnlich erscheint der längere Bogen matter, als der andere kürzere, aber er war meist vorhanden. Man kann daher durch den Versuch nicht entscheiden, ob die Verschiebung um y Fransenbreiten nach der einen, oder um $(1 - y)$ Fransenbreiten nach der anderen Seite erfolgt ist. Der Versuch läfst, wie die Rechnung, in dieser Beziehung eine Unbestimmtheit.

In den folgenden Angaben über die Verschiebung der Interferenzstreifen sind daher die Verschiebungen alle positiv angegeben, und zwar entspricht einer positiven Verschiebung eine Beschleunigung der Phase des metallisch reflectirten gegen den gewöhnlich reflectirten Strahl.

Bei Versuchen mit Quecksilber (Spiegelfolie), Gold oder Platin wurde die Hinterfläche der Glasplatte G_1 mit einer Schicht gleichförmiger Dicke belegt. Dieselbe war bei Quecksilber und Gold ganz, bei Platin beinahe undurchsichtig, d. h. unendlich dick. Das Gold war in der §. 41 beschriebenen Weise erhalten und auf das Planglas aufgelegt worden. Das Platin wurde durch Erhitzen einer Platinlösung mit Lavendelöl auf einer Spiegelglasplatte erhalten, und ähnlich wie das Gold durch Berührung mit einem Zinkstäbchen in verdünnter Chlorwasserstoffsäure abgelöst, mit destillirtem Wasser ausgewaschen, auf die planparallele Glasplatte G_1 gebracht und bis zur Verdunstung des anhaftenden Wassers erwärmt [1]).

Natürlich kann man mit dieser Methode nur Phasenunterschiede für Einfallswinkel J_1 im Glase bestimmen, die kleiner als der Gränzwinkel der totalen Reflexion sind.

Für andere Einfallswinkel benutzte ich zwei Glasstücke mit planparallelen Flächen in Form Fresnel'scher Parallelopipede, dieselben, welche zu den Versuchen des §. 87 gedient hatten. Dieselben wurden in der durch Fig. 5, Taf. V angegebenen Weise in den Interferenzapparat des §. 80 eingeschaltet, nachdem die eine Seitenfläche des ersten Parallelopipedons Π_1 zur Hälfte mit einer keilförmigen

1) Vergl. Berl. Mon. Ber. 16. 3. 1863. S. 130. Pogg. Ann. Bd. 119, S. 384. 1863.

Silberschicht, oder auf dem unteren Theile mit einer gleichförmig dicken Schicht von Silber, Gold, Platin oder Spiegelfolie belegt worden war. Das Beobachtungsfernrohr wurde auf den Rand dieser Metalllamelle eingestellt. Die dicken Glasplatten G_1 und G_2 waren etwa unter 70° gegen die einfallenden Strahlen geneigt und ohne jede Metallbelegung.

Die für diese Versuche benutzten und mit Metallbelegungen versehenen Gläser hatten nahezu dieselben optischen Constanten, wie das früher (§. 30, 112) benutzte Crownglasprisma No. 173, und habe ich deshalb in den folgenden Tabellen überall den Werth von J_1, der diesem entsprechen würde, angegeben. Das keilförmige Silber No. 178 war mit einer Cylinderfläche von 40mm Radius, No. 210 mit einer solchen von 4mm,5 Radius erhalten worden. Unter den einzelnen Columnen stehen die mit dem Babinet'schen Compensator (§. 39) bestimmten Werthe des Haupteinfallswinkels H und Hauptazimuths B des betreffenden Metalls und die Brechungsexponenten n des Glases für rothes Licht (Fraunhofer'sche Linie D).

XCIV.

Gangunterschied der an der Gränze von Glas und Metall und der an der Gränze von Glas und Luft reflectirten Strahlen.

J	J_1	Silber berechnet $\ddagger$	Silber berechnet $\perp$	Keilförmiges Silber No. 178 beob. $\ddagger$	Keilförmiges Silber No. 178 beob. $\perp$	Silber No. 22 beob. $\ddagger$	Silber No. 22 beob. $\perp$	Keilförmiges Silber No. 210 beob. $\ddagger$	Keilförmiges Silber No. 210 beob. $\perp$
		λ	λ	λ	λ				
10"	6° 35'	0,39	0,38	0,4	0,4			λ	λ
20	13 3	0,39	0,38	0,4	0,4	λ	λ	0,4	0,4
30	19 26	0,39	0,37			0,3	0,3	0,3	0,3
40	25 6	0,40	0,37	0,3	0,3				
45	27 50	0,40	0,36			0,3	0,3		
50	29 37	0,40	0,36	0,35	0,35	0,3	0,25	0,35	0,35
52	31 21	0,40	0,36			0,3	0,2		
57	33 7	0,41	0,23	0,4	0,5	0,3	—		
58° 30'	34 15	0,41	0,96	0,4	0,6				
60	34 52	0,41	0,85	0,4	0,8	0,3	0,95	0,3	–
70	38 20	0,41	0,88	0,4	0,85	0,3	1,0	0,2	0,65
—	56 52	0,20	0,44	(0,2)	(0,4)			0,2	0,4
		$H = 71° 13'$							
		$B = 38° 6'$		$n = 1{,}526$				$n = 1{,}530$	

		Gold No. 40.				Platin No. 50.				Quecksilber No. 13.			
		berechnet		beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet		beobachtet	
J	J_1	$\neq$	$\perp$	$\neq$	$\perp$	$\neq$	$\perp$	$\neq$	$\perp$	$\neq$	$\perp$	$\neq$	$\perp$
		λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ	λ
20°	13° 3′	0,37	0,36	0,3	0,3	0,40	0,39	0,2	0,2	0,43	0,43	0,2	0,1
30	19 26	0,37	0,36	0,2	0,2	0,41	0,39			0,43	0,43	0,2	0,2
40	25 6	0,37	0,35	0,35	0,35	0,41	0,38	0,2	0,1	0,44	0,42	0,2	0,2
50	29 37	0,38	0,34	0,3	0,3	0,41	0,37	0,2	—	0,44	0,41	0,35	0,1
60	34 52	0,38	0,85	0,3	—	0,42	0,86	0,2	0,9	0,44	0,93	0,37	0,9
70	38 20	0,39	0,84	0,3	0,9	0,43	0,86	0,25	0,8	0,44	0,92	0,4	0,9
80	40 33	0,39	0,84	0,3	0,9	0,43	0,86			0,45	0,91	0,2	0,9
—	56 52	0,18	0,42	0,2	0,45					0,22	0,51	0,2	0,4
		$H = 67° 9'$				$H = 64° 38'$				$H = 77° 3'$			
		$B = 42°$				$B = 15° 12'$				$B = 33° 47'$			
		$n = 1{,}53$				$n = 1{,}53$				$n = 1{,}53$			

§. 129.

Eine andere Reihe von Messungen um den Phasenunterschied bei Reflexion in Glas an der Gränze mit Luft gegen die Reflexion an der Gränze mit Metall für alle möglichen Einfallswinkel zu bestimmen, habe ich mit den Interferenzstreifen Billet'scher Halblinsen durchgeführt.

Der Apparat hatte die in §. 78, (Fig. 2 und 4 Taf. II. Pogg. Ann. Bd. 132, 1867) beschriebene Anordnung. Sonnenlicht fiel von einem Heliostaten durch einen Spalt und ein Nicol'sches Prisma auf die cylindrischen Halblinsen. Die beiden realen Bilder des Spaltes lagen etwa 800^{mm} hinter den Halblinsen auf der Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Crownglasprismas, das auf dem Schlitten Q des Kreises $K_1 K_2$ aufgestellt war. Waren die cylindrischen Halblinsen entfernt, und die Kreistheilung auf 0^0 gestellt, so warf die Kathetenfläche AB des Crownglasprismas die auffallenden Strahlen nach dem Spalt zurück. Die Theilung des Kreises bestimmte also den Winkel i, unter welchem die Strahlen die Kathetenfläche AB trafen, und konnten daraus in der früher (§. 4 und 111) beschriebenen Weise die in der folgenden Tabelle XCV aufgeführten Einfallswinkel J_1 für die Hypotenusenfläche des Prismas gefunden werden, da der Brechungsexponent μ und der Winkel B des Prismas bekannt waren.

Das von der einen Cylinderlinse entworfene Bild des Lichtspaltes fiel auf die mit einer keilförmigen Silberschicht belegte Hypotenusenfläche des Glasprismas, das von der anderen Cylinderlinse entworfene Bild auf den unbelegten Theil derselben Fläche. Die von der Hypotenusenfläche reflectirten Strahlen bildeten dann Interferenzstreifen, die in 290^{mm} Entfernung von derselben mit der Fresnel'schen Lupe M betrachtet wurden.

Wegen der lamellaren Beugung, die gleichzeitig am Rande der Silberlamelle auftritt, erschienen die Interferenzstreifen mehr oder weniger deutlich, wie ich diefs schon oben §. 122 näher erörtert habe. Ich habe mich daher auch darauf beschränkt für Licht $\ddagger$ oder $\perp$ zur Reflexions-

ebene der Hypotenusenfläche des Crownglasprismas polarisirt in Zehntheilen von Fransenbreiten die Gröfse der Verschiebung anzugeben, um welche die Streifen der dünnsten Stelle der Silberlamelle entsprechend (1. Streifensystem) gegen die der dicksten Stelle entsprechenden (2. Streifensystem) verschoben werden.

Im Allgemeinen hängt jeder Streifen des 1sten Systems mit den beiden benachbarten Streifen des 2ten Systems durch zwei gekrümmte dunkle Bogen zusammen, entsprechend der Erscheinung bei dem früher (§. 80 und 128) benutzten Interferenzapparat. Zuweilen fällt durch irgend eine kleine Aenderung in der Anordnung des Apparates der eine gekrümmte Verbindungsstreifen fort, und es hängt nur ein Streifen des 2ten Systems mit einem Streifen des 1sten zusammen. Da derselbe bald dem gröfseren, bald dem kleineren Abstande, d. h. bald einer Verschiebung nach rechts, bald einer nach links entspricht, so bleibt auch bei diesen Versuchen, wie bei denen mit dem anderen Interferenzapparat, unentschieden, ob für dicke undurchsichtige Silberschichten die Phasendifferenz oder Interferenzstreifen-Verschiebung positiv oder negativ ist. Im Folgenden habe ich wie früher die Phasendifferenz oder Interferenzstreifen-Verschiebung stets positiv angegeben, so dafs der metallisch reflectirte Strahl gegen den gewöhnlich oder total reflectirten Strahl beschleunigt war.

Für dünne durchsichtige Silberschichten hängt der Phasenunterschied der von Glas und Metall reflectirten Strahlen von der Dicke des Metalls ab, mag das Licht $\ddagger$ oder $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt seyn.

Das keilförmige Silber No. 177 der folgenden Tabelle war mit einer Cylinderfläche von $4^{mm},5$ Radius auf einem Planparallelglas vom Brechungsexponenten 1,494 erhalten. Das Planparallelglas wurde mit seiner unbelegten Fläche mittelst Terpenthinöl auf der Hypotenusenfläche des Crownglasprismas No. 173 befestigt. Die Einfallswinkel J_1 waren in Wirklichkeit also etwas gröfser, als in der Tabelle angegeben ist. Man konnte auf diese Weise dasselbe Silber

auch nach der Methode des §. 128 untersuchen. Beide Methoden ergeben dieselben Resultate.

Die undurchsichtige Goldschicht No. 11 lag direct auf der Hypotenusenfläche des Crownglasprismas (wie in §. 41) und nahm etwa den vierten Theil dieser Fläche ein. Bei den Versuchen mit dieser Goldschicht fiel das Sonnenlicht durch einen vertikalen Spalt und ein Nicol'sches Prisma, dessen Hauptschnitt ∥ oder ⊥ zur Reflexionsebene stand, auf eine Cylinderlinse mit vertikaler Cylinderaxe von 28^{mm} Brennweite.

XCV.

Gangunterschied der an der Gränze von Glas und Metall, und der an der Gränze von Glas und Luft reflectirten Strahlen.

J	Silber No. 177.				Gold No. 11.			
	berechnet		beobachtet		berechnet		beobachtet	
	∥	⊥	∥	⊥	∥	⊥	∥	⊥
	λ	λ	λ	λ				
6° 35′	0,38	0,38	0,3	0,3	λ	λ	λ	λ
13 3	0,38	0,38	0,3	0,3	0,37	0,36	0,0	0,0
19 26	0,39	0,37	0,3	0,3	0,37	0,36	0,2	0,2
25 6	0,39	0,36	0,35	0,3	0,37	0,34	0,35	0,35
27 50	0,39	0,36	0,3	0,3	0,38	0,34	0,4	0,0
29 37	0,40	0,35	0,4	—				
34 52	0,40	0,87	0,3	0,9	0,38	0,85	0,3	0,1
38 20	0,40	0,86	0,3	0,9	0,39	0,84	0,4	0,9
41 3	0,41	0,85	0,4	0,7	0,39	0,83	0,4	0,8
41 19					0,39	0,83	0,3	0,8
41 29					0,37	0,77	0,4	0,75
41 42					0,36	0,75	0,3	0,7
42 9					0,35	0,72	0,2	0,6
43 1	0,40	0,68	0,4	0,75	0,32	0,67	0,2	0,5
45	0,30	0 65	0,3	0,8	0,29	0,60	0,2	0,55
48 18					0,25	0,53	0,2	0,45
50 17	0,25	0,51	0,2	0,6	0,23	0,50	0,1	0,35
56 52	0,19	0,44	0,2	0,5	0,18	0,42	0,2	0,4
61	0,16	0,38	0,2	0,4	0,15	0,37	0,1	0,2
72 50					0,09	0,25	0,1	0,2
	$H = 69° 53'$				$H = 67° 9'$			
	$B = 42° 32$				$B = 42°$			

§. 130.

Wird die Phasenänderung bei der Reflexion auf Luft in Glas für Licht ∥ oder ⊥ zur Einfallsebene polarisirt

mit p_1 und s_1 bezeichnet, und diese Gröfse positiv gerechnet, wenn die Phase verzögert wird, so ist nach der von Cauchy [1]) und Eisenlohr [2]) gegebenen Theorie für Einfallswinkel $<$ als der Gränzwinkel der totalen Reflexion angenähert

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} p_1 &= 0 \\ \operatorname{tg} s_1 &= \varepsilon_1 \sin J_1 \operatorname{tg}(J + J_1) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

für Einfallswinkel $>$ als der Gränzwinkel der totalen Reflexion

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{p_1}{2} &= \frac{1}{n \, . \cos J} \sqrt{n^2 \sin^2 J - 1} \\ \operatorname{tg} \frac{s_1}{2} &= \frac{n}{\cos J} \sqrt{n^2 \sin^2 J - 1} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

für Reflexion in Luft hätte man analog

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} p &= 0 \\ \operatorname{tg} s &= \varepsilon \sin J \, . \operatorname{tg}(J + J_1) \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

wo n den Brechungsexponenten, ε und ε_1 die Ellipticitätscoëfficienten, und J und J_1 correspondirende Einfallswinkel für Reflexion in Luft und Glas bezeichnen (vergl. §. 35).

Bezeichnet man dieselbe Phasenänderung für metallische Reflexion in Luft mit P und S, so ist ebenfalls angenähert [3]):

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} P &= \sin 2B \, . \operatorname{tg}\left(2 \operatorname{arc.tg.} = \frac{\cos J}{\sin H \operatorname{tg} H}\right) \\ \operatorname{tg} S &= \sin 2B \, . \operatorname{tg}\left(2 \operatorname{arc.tg.} = \cos J \sin H \operatorname{tg} H\right) \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

wo J der betreffende Einfallswinkel, H und B Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth bezeichnen. Für metallische Reflexion in Glas gelten dieselben Gll. 4. H und B sowie P und S haben dann andere Werthe wie für Reflexion in Luft. Die letzteren beiden Gröfsen sollen im Folgenden für Reflexion in Glas den unteren Index 1 erhalten.

Die mit den Ausdrücken 1 bis 4 angenähert berechneten Werthe unterscheiden sich nur um sehr kleine Gröfsen von denen der genaueren Rechnung. Der Unterschied ist so

1) *Compt. rend.* IX. p. 730 1839.
2) Pogg. Ann. Bd. 104, S. 355. 1858 und Bd. 136 S. 573. 1869.
3) *Compt rend.* Bd. XXVI, S. 87. 1848. Pogg. Ann. Bd. 104 S. 371. 1858 Vergl. auch diese Untersuchungen §. 39.

gering, dafs er mit den jetzigen experimentellen Hülfsmitteln sich nicht mehr feststellen läfst.

In Fig. 8 Taf. V habe ich die verschiedenen Werthe von p_1 und s_1 und von P_1 und S_1 für Reflexion in Glas, in Fig. 9 die analogen Werthe von $psPS$ für Reflexion in Luft, als Ordinaten einer Curve zu den verschiedenen Einfallswinkeln als Abscisse aufgetragen. Die $\operatorname{tg}\varphi$ entspricht sowohl einem Winkel φ als einem Winkel $\pm 180^\circ + \varphi$, so dafs eine Willkührlichkeit von π oder $\frac{\lambda}{2}$ in der Bestimmung der durch Reflexion erzeugten Phasen- oder Gangunterschiede bleibt. Die in der Zeichnung angegebenen Werthe sind mit Rücksicht auf andere Untersuchungen (§. 136) gewählt. Man würde jedoch mit gleichem Rechte die Ordinaten der Curven für die parallel der Reflexionsebene erfolgenden Lichtschwingungen um $\frac{\lambda}{2}$ vergröfsern oder verkleinern können, so dafs für den Einfallswinkel 0° die Ordinaten von p_1 und s_1, von P_1 und S_1 usw. identisch würden. Ich werde später hierauf noch zurückkommen.

Die Curven für s s_1 und S_1 haben grofse Aehnlichkeit mit denen für die Phasendifferenz der Strahlen $\ddagger$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt (Pogg. Ann. Bd. 128 Taf. XI Fig. 16, 1866).

Die Abweichungen der beobachteten von den berechneten Werthen der Phasenänderung in den Tabellen XCIV und XCV der §. 128 und 129 für Reflexion in Glas liegen bei totaler Reflexion innerhalb der Gränzen der Beobachtungsfehler.

Bei gewöhnlicher Reflexion ist diese Uebereinstimmung von Theorie und Erfahrung zwar in vielen Fällen, aber durchaus nicht immer vorhanden. Die Abweichungen betragen bei den aufgeführten Versuchen bis 0,2 Wellenlänge, bedeutend mehr, als nach der Genauigkeit der Versuche zulässig ist.

Ueberhaupt mufs ich bei dieser Gelegenheit bemerken, dafs die in §. 128 und 129 beschriebenen Versuche, auch

wenn man statt der Billet'schen Halblinsen ein Interferenzprisma oder Fresnel'sche Spiegel anwendet, manche Schwierigkeiten bieten. Die Interferenzstreifen werden plötzlich, ohne dafs ein bemerkbarer äufserer Grund vorliegt, deutlicher oder undeutlicher. Diese Aenderung tritt nur auf, wenn die beiden interferirenden Strahlen verschiedene Reflexion erfahren haben. Bei den gewöhnlichen Interferenzstreifen, wo beide interferirenden Strahlen in derselben Weise reflectirt worden sind, habe ich dieselbe niemals beobachtet. Ja es kommt vor, dafs die Verschiebung der Interferenzstreifen gegen die normalen nicht verschobenen Interferenzstreifen sich plötzlich ändert. Eine Zeit lang war ich geneigt, diefs der verschiedenen Accommodation meines Auges zuzuschreiben (vergl. §. 122 und 128). Die Erscheinung tritt aber auch bei Anwendung eines Beobachtungsfernrohrs in dem Interferenzapparat mit Prisma (§. 80) auf, und würde diese Erklärung auch bei gewöhnlichen, durch eine Fresnel'sche Lupe beobachteten Interferenzstreifen nicht genügen.

Oft habe ich, und zwar gerade bei meinen ersten Versuchen dieser Art [1]), für kleine Einfallswinkel den Phasenunterschied der gewöhnlich und metallisch reflectirten Strahlen bei Reflexion in Glas nicht $0^{\lambda},4$ sondern $= 0$ gefunden. Später ist diefs nur selten der Fall gewesen. Ein Mal habe ich sogar in den mit Silber belegten Fresnel'schen Parallelopipeden und dem Interferenzapparat mit dicken Glasplatten und Prisma (§. 128) doppelt so viel Interferenzstreifen in dem verschobenen Streifensystem, als in dem ursprünglichen normalen gesehen.

Diese Unregelmäfsigkeiten habe ich bei der Bestimmung des Phasenunterschiedes des an derselben Fläche reflectirten Lichtes $\neq$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt nicht bemerkt. Sie traten auch in den Versuchen der §. 128 und 129 gleichzeitig für Licht $\neq$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt auf, und es wäre möglich, dafs sie von condensirten Gasen und Dämpfen an der Oberfläche der reflectirenden

1) Berl. Mon. Ber. 18. 12. 1862. S. 729. Pogg. Ann. Bd. 118, S. 450. 1863.



Flächen herrührten [1]). Möglicherweise haben sie aber einen optischen Grund und beruhen auf einer Eigenthümlichkeit des auffallenden Lichtes. Darüber würden natürlich nur weitere Versuche entscheiden können.

Auffallend ist es mir ferner gewesen, dafs die Aenderung der Fransenverschiebung nahezu eine halbe Streifenbreite zu betragen schien, während die Gröfsen $p_1 s_1$ etc. in den Gll. 1 bis 4 auch durch die Tangente bis auf $\pm 180^0$ oder $\pm \frac{\lambda}{2}$ bestimmt sind.

§. 131.

Man kann den Phasenunterschied der metallisch und der gewöhnlich oder total reflectirten Lichtstrahlen bei Reflexion in Glas auch noch mit anderen Interferenzapparaten bestimmen, in ähnlicher Weise, wie es in den §§. 128 und 129 geschehen ist.

Die einfachste Methode gewähren die lamellaren Beugungserscheinungen, welche in der Nähe des geometrischen Schattens der Gränze einer Metallbelegung auf der Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Prismas auftreten, wenn auf diese Licht von einem leuchtenden Punkte auffällt. Die Minima der Lichtintensität haben gegen diesen geometrischen Schatten verschiedene Lage, je nachdem das Licht $\mp$ oder $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt ist. Die Vergleichung der Theorie mit diesen schon früher (Abschnitt XI) von mir beschriebenen Versuchen hat Jochmann [2]) ausführlich durchgeführt. Für totale Reflexion stimmen Theorie und Erfahrung vollkommen überein, für gewöhnliche Reflexion weniger. Die für den Versuch sehr bequeme Methode hat den Uebelstand besonders wegen der ungleichen Intensität der interferirenden Strahlen eine lange Rechnung zu erfordern.

1) Vergl. §. 122. Die Versuche vom Jahre 1862 wurden zum gröfsten Theil in einem Zimmer mit Fensterladen aus frischem kiehnenen Holze angestellt, so dafs stets ein starker Geruch nach Kiefernharz oder Terpenthin wahrzunehmen war.

2) Pogg. Ann. Bd. 136 S. 578. 1869.

Läfst man das Licht eines Spaltes in einem dunklen Schirm von der Hypotenusenfläche eines Prismas in Glas reflectiren, welche mit einem Silber-Gitter belegt worden (§. 119), so ist die Intensität des centralen oder gleichsam direct gesehenen Spaltbildes ein Minimum, wenn der Gangunterschied der an der Gränze von Glas und Metall und von Glas und Luft reflectirten Strahlen $\frac{\lambda}{2}$ beträgt (vergl. §. 108).

Die in §. 119 und 120 enthaltenen Beobachtungen geben für Licht ⊥ zur Einfallsebene polarisirt als Einfallswinkel J_1 etc., bei denen diefs eintritt, für Silber 50°, für Gold 49°. Der Theorie nach ist der Gangunterschied für diese Einfallswinkel in Uebereinstimmung hiermit 0,53 resp. 0,5 Wellenlänge.

Für Licht ≠ der Einfallsebene polarisirt verlischt niemals das centrale Bild des Spaltes zwischen den reflectirten Beugungsspectren, d. h. der Gangunterschied der metallisch und total (oder gewöhnlich) reflectirten Strahlen beträgt niemals $\frac{\lambda}{2}$ in Uebereinstimmung mit der Theorie. Das centrale Bild hat ein Minimum der Lichtstärke für Licht ≠ der Reflexionsebene polarisirt bei Silber für $J_1 = 40^\circ\ 45'$, und in der That nähert sich für diesen Einfallswinkel, der wenig kleiner als der Gränzwinkel der totalen Reflexion (41° 19') des betreffenden Glasprismas ist, der theoretisch berechnete Gangunterschied der interferirenden Strahlen am meisten einer halben Wellenlänge.

Statt der Billet'schen Cylinderlinsen habe ich auch wohl Fresnel'sche Interferenzspiegel oder ein Interferenzprisma benutzt, und unmittelbar hinter diesen ein Glasprisma oder ein Fresnel'sches Parallelopipedum angebracht, deren eine Fläche zum vierten Theil mit Silber, Gold, Platin oder Spiegelfolie belegt war. Die Versuche führten genau zu derselben Interferenzstreifenverschiebung oder demselben Phasenunterschiede der interferirenden Strahlen, wie die ähnlichen des §. 129. Die normalen Interferenzstreifen Luft-Luft (1. Streifensystem) gehen allmählich in



die Interferenzstreifen Luft-Metall (2. Streifensystem) über. Die Uebergänge finden gewöhnlich in der Art statt, dafs sie zwei Interferenzstreifen der beiden Streifensysteme verbinden, die durch ein Intervall kleiner als eine halbe Streifenbreite von einander getrennt sind. Seltener treten die Uebergänge bei den Intervallen gröfser als eine halbe Streifenbreite auf; noch seltener sieht man beide Uebergänge gleichzeitig. Diese Uebergänge ändern ihr Ansehen je nach der Neigung des Lichtspaltes oder der Bilder desselben gegen die Gränze der Metallbelegung, und rühren von der lamellaren Beugung an dieser Gränze her. Die Uebergänge sind undeutlich, wenn die lamellaren Beugungsfransen undeutlich sind, wie z. B. für Licht ⊥ zur Einfallsebene polarisirt beim Beginn der totalen Reflexion (§. 112). Man darf diese Uebergänge (vergl. §. 127) also nicht als ein Kennzeichen für die Zusammengehörigkeit zweier Streifen der beiden Interferenzstreifensysteme benutzen.

Da äufsere lamellare Beugungsstreifen in anderer Weise (von $\sqrt{\lambda}$) von der Wellenlänge abhängen als die gewöhnlichen Interferenzstreifen (von λ), so läfst sich der Einflufs der ersteren auf die Lage der letzteren in vielen Fällen dadurch wahrnehmen, dafs man ein rothes oder ein blaues Glas vor das Auge hält. Die Interferenzstreifen haben im Falle der Störung durch äufsere lamellare Beugungsstreifen für beide Farben ein ganz verschiedenes Ansehen.

Bei Anwendung von weifsem Licht kann man aus den früher (§. 122) erörterten Gründen die eine weifse centrale Stelle, welche einem Gangunterschiede 0 für alle Farben entsprechen würde, nicht mehr erkennen, und ist aus einer solchen über den absoluten positiven oder negativen Werth des Phasenunterschiedes nichts zu entnehmen.

Reflexion in Luft.

§. 132.

Noch gröfsere Schwierigkeiten als die Reflexion in Glas bietet die Reflexion in Luft für die Bestimmung des Pha-

senunterschiedes der gewöhnlich und metallisch reflectirten Strahlen.

Den einfachsten Weg in experimenteller Beziehung gewähren wieder die lamellaren Beugungserscheinungen wie bei Reflexion in Glas (§. 111).

Eine schwarze Glasplatte wurde mit dem Martin'schen Verfahren mit einer undurchsichtigen Silberschicht gleichförmiger Dicke versehen, und in diese Silberschicht ein Spalt von der Breite 2c gehobelt (§. 92). Diese schwarze Glasplatte *T* wurde vertikal auf dem horizontalen Kreise $K_1 K_2$ des Apparates §. 93 (Fig. 4, Taf. II. Pogg. Ann. Bd. 132. 1867) so befestigt, dafs die Spaltränder horizontal lagen, in der Entfernung *a* von dem leuchtenden Punkte (dem von einer Linse von 25^{mm} Brennweite entworfenen Sonnenbildchen) und in der Entfernung *b* von der Fresnel'schen Lupe. Die Kreistheilung stand auf 0°, wenn die direct ohne die Beleuchtungslinse in horizontaler Richtung auf die reflectirende Fläche auffallenden Sonnenstrahlen nach der Schirmöffnung zurückgeworfen wurden, vor welcher die Beleuchtungslinse befestigt war. Die unter dem an der Kreistheilung abgelesenen Einfallswinkel *J* von der Silber- und Glasfläche reflectirten Strahlen bildeten in der Nähe des geometrischen Schattens der Spaltränder lamellare Beugungsstreifen, die mit einem rothen vor das Auge gehaltenen Glase beobachtet wurden.

In der folgenden Tabelle XCVI. *a.* sind die Entfernungen *M* des ersten Minimums vom geometrischen Schatten der Lamellengränze angegeben, je nachdem das Licht durch ein zwischen Heliostat und Beleuchtungslinse aufgestelltes Nicol'sches Prisma ╪ oder ⊥ zur Reflexionsebene polarisirt war. Die beobachteten Werthe sind das Mittel aus sechs Messungen und positiv gerechnet, wenn das Minimum aufserhalb des durch die Spaltränder und das Bild des leuchtenden Punktes gebildeten kegelförmigen Raumes lag. Unter jeder Versuchsreihe stehen die mit dem Babinet'schen Compensator in der früher (§. 39 und 28) beschriebenen Weise bestimmten Werthe des Haupteinfallswinkels *H* und

des Hauptazimuths B für die betreffende Silber und Glasfläche. Die schwarze Glasplatte des Silbers No. 179 war anscheinend durch atmosphärische Einflüsse verändert.

XCVI. *a.*

Lamellare Beugungserscheinungen bei Reflexion von schwarzem Glas und Silber.

Rothes Licht.

$a = 962^{mm}$. $b = 290^{mm}$. $\lambda = 0^{mmm},5885$.

J	Silber No. 179. $2c = 1^{mm},616$ M +	⊥	$2c = 2^{mm},888$ M +	⊥	Silber No. 180. $2c = 1^{mm},777$ M +	⊥	$2c = 1^{mm},865$ M +	⊥
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
10°	−0,184	−0,167	−0,119	−0,121	−0,104	−0,116	−0,144	−0,159
20	−0,107	−0,109	−0,106	−0,116	−0,104	−0,113	−0,102	−0,101
30	−0,054	−0,072	−0,084	−0,096	−0,054	−0,049	−0,076	−0,086
40	−0,037	−0,107	−0,042	−0,076	−0,008	−0,075	−0,059	−0,039
50	0,030	—	−0,001	—	0,001	—	−0,059	—
60	0,123	—	0,053	—	0,057	—	0,033	—
70	0,093	−0,062	0,098	−0,089	0,077	−0,089	0,036	−0,157
80	0,176	0,120	0,104	0,044	0,175	0,065	0,064	0,003

Silber No. 179	Silber No. 180
$H = 77°\,26'$ $B = 44°\,19',5$	$H = 77°\,46'$ $B = 44°\,21'$
$\varepsilon = 0^{mm},000150$	$\varepsilon = 0^{mm},000120$
Schwarzes Glas	Schwarzes Glas
$H_1 = 54°\,35'$ $B_1 = 0°\,32'$	$H_1 = 56°\,55'$ $B_1 = 1°\,10'$

Die Lage des Minimums ist durch die Gl.

$$M = C\sqrt{\frac{\lambda}{2}\cdot b\cdot\frac{a+b}{a}} \quad . \; . \; . \quad (5)$$

gegeben, wo die Constante C von dem Phasenunterschiede und dem Amplitudenverhältnifs der interferirenden Strahlen abhängt. Der Phasenunterschied Δ besteht aus zwei Theilen. Der erste Theil Δ' rührt davon her, dafs die Phase bei Reflexion von Glas in anderer Weise geändert wird, als bei Reflexion von Metall, der zweite Theil Δ'' davon, dafs die beiden reflectirenden Flächen um die Dicke ε der Silberlamelle auf der schwarzen Glasplatte von einander

entfernt sind. Man hat also nach den Bemerkungen des §. 130 und §. 99

$$\Delta = \Delta' + \Delta'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$\Delta' = p - P \text{ oder } = s - S \quad . \quad . \quad (7)$$

$$\Delta'' = \frac{2\,\varepsilon \cos J}{\lambda} 2\pi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

wo die früher gebrauchten Bezeichnungen beibehalten sind. Die in Tabelle TCVI. *a.* angegebene Dicke ε wurde nach Beendigung der übrigen Messungen aus der Farbe bestimmt, welche das durch Auflegen von Jod in Jodsilber verwandelte Silber an den Rändern des Spaltes zeigte (§. 51).

Aus dem Mittel der für dasselbe Silber und Glas bei verschiedener Spaltbreite beobachteten und in Tab. XCVI *a* aufgeführten Gröfsen M wurde mit Gl. 5 der Werth der Constante C abgeleitet, wie er in der folgenden Tabelle XCVI *b* unter C beob. enthalten ist.

Mein Freund Dr. Jochmann hat die Güte gehabt die unter C ber. enthaltenen Constanten nach der von ihm gegebenen Theorie [1]) mit Hülfe der Werthe $H\,B\,H_1\,B_1$ für das Silber No. 180 zu berechnen, unter der Annahme, dafs Δ'' die in der letzten Spalte aufgeführten Werthe hatte.

XCVI. *b.*

	Silber No. 179.		Silber No. 180.				
	C beob.		C beob.		C ber.		
J	‡	⊥	‡	⊥	‡	⊥	Δ'' / λ
0°					—0,312	—0,312	0,44
10	—0,453	—0,432	—0,372	—0,411	—0,300	—0,319	0,43
20	—0,318	—0,336	—0,309	—0,321	—0,277	—0,360	0,41
30	—0,207	—0,252	—0,195	—0,201	—0,233	—0,504	0,38
40	—0,117	—0,273	—0,099	—0,171	—0,172	?	0,33
50	0,042	—	—0,087	—	—0,091	—	0,23
60	0,264	—	0,135	—	—0,009	—	0,22
70	0,285	—0,225	0,168	—0,369	0,088	—0,373	0,15
80	0,420	0,222	0,357	0,102	0,204	0,070	0,07

1) Pogg. Ann. Bd. 136. 1869. S. 572.

Die Unterschiede der beobachteten und berechneten Werthe von C sind zwar gering, da ein Fehler von drei Einheiten in der zweiten Decimale der Constante C einem Fehler von $0^{mm},01$ in der Bestimmung von M entspricht und die Messung des absoluten Werthes von ε sich nicht sehr genau ausführen läſst. Der Einfluſs von ε ist jedoch gerade für groſse Einfallswinkel unbedeutend und der Unterschied der berechneten und beobachteten C gröſser, als daſs er durch bloſse Beobachtungsfehler erklärt werden könnte. Besonders in der Nähe des Polarisationswinkels, für $J = 30^0$ und 40^0 und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirtes Licht treten diese Abweichungen auf. Bei $J = 40^0$ lieſs sich durch die Rechnung ein Minimum, welches der Versuch entschieden giebt, nicht mehr nachweisen, und ähnliche Abweichungen zeigten sich früher bei Reflexion in Glas in der Nähe des Polarisationswinkels (§. 112 und Jochmann l. c. §. 10).

Jedenfalls ist die Uebereinstimmung dieser Versuche mit der Theorie eine unvollkommene.

§. 133.

Theilt man in eine doppelt keilförmige Silberschicht auf einer Spiegelglasplatte ein Gitter, dessen Striche senkrecht zur Schneide des Keils verlaufen, und läſst von der belegten Fläche desselben das Licht einer Spalte in einem schwarzen Papierschirm reflectiren, so erhält man ähnliche Erscheinungen, wie bei einem gewöhnlichen Lamellengitter (§. 107). Das centrale Bild des Spaltes in der Mitte der Beugungsspectra ist verschieden gefärbt, je nach der Dicke der Silberlamelle auf der Glasplatte, und folgen sich die Farben mit wachsender Dicke in folgender Ordnung:

> Weiſs, Hellgelb, Orange, Roth, Violet, Dunkelblau, Hellblau, grünlich Blau, Weiſs, Orange, röthlich Orange, violet Blau, usw.,

d. h. wie die Farben der Newton'schen Ringe im durchgelassenen Licht. Die Farben hängen nach der früher (§. 108) gegebenen Theorie von dem Phasenunterschied Δ

des auf Glas und auf Silber reflectirten Lichtes ab. Sie sind um so lebhafter, je mehr die Intensitäten dieser beiden Lichtportionen gleich sind. Man nimmt sie also am leichtesten an einem Gitter wahr, dessen Oeffnungen breit im Verhältnifs zu den Silberstreifen sind, während gleichzeitig das Silber eine schlechte Politur oder einen matten Glanz zeigt. Bei stark reflectirenden Silberlamellen sind keine Farben wahrzunehmen wegen der überwiegenden Intensität des metallisch reflectirten Lichtes. Der Phasenunterschied Δ der interferirenden Strahlen ist wieder durch die Gleichungen 6 bis 8 des vorigen § gegeben und die Erscheinung qualitativ in vollkommener Uebereinstimmung mit der Theorie (§. 108).

Vergröfsert man den Einfallswinkel, so nimmt Δ' und Δ ab, und der Versuch zeigt in der That das dunkle centrale Bild des Spaltes zwischen den Beugungsspectren dann bei einer gröfseren Silberdicke, wie für senkrecht auffallende Strahlen. Jene Silberdicke ist dann auch für Licht $\pm$ und $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt, verschieden.

Mifst man die Dicke der Silberlamelle an den Stellen, wo das centrale Bild des Spaltes dunkel erscheint, Δ also einem Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}\ \frac{3\lambda}{2}\ldots$ entspricht, so läfst sich Δ' aus den Gll. 6 bis 8 leicht berechnen. Leider lassen sich aber gerade bei dergleichen matten keilförmigen Silberlamellen nach der Verwandlung in Jodsilber, die Newton'schen Ringe höherer Ordnung schlecht erkennen, und ist dadurch die Messung der Dicke nach der Methode des §. 51 mit ganz besonderen Schwierigkeiten verknüpft. Läfst sich die Messung ausführen, so findet sich das dunkle centrale Bild des Spaltes bei Dicken der Silberlamelle, die nahezu im Verhältnifs der ungeraden Zahlen 1 3 . . . stehen, wie es die Theorie erwarten läfst.

Beispielsweise mögen hier einige Bestimmungen an solchen Gittern mit keilförmigem Silber folgen. Unter a steht der Abstand der einzelnen Oeffnungen eines Gitters von einander, unter q in Viertelwellenlängen die Dicke einer

Luftschicht von gleicher Farbe, wie das in Jodsilber verwandelte Silber, unter ε die daraus (nach §. 51) berechnete Silberdicke. Haupteinfallswinkel H und Hauptazimuth B wurden für das betreffende Metall für die kleinste in der Tabelle aufgeführte Silberdicke bestimmt, und daraus mit Hülfe der Gl. 4 §. 130 die Phasenänderung P (oder S) für senkrecht auffallende Strahlen berechnet. Die unbelegte Seite der Spiegelglasplatte war mit schwarzem Copallack geschwärzt.

XCVII.

Silber No. 211.

$\alpha = 0^{mm},0541.$

q	ε	Δ''	Δ	$\Delta' = p - P$ beob.	$\Delta' = p - P$ ber.
$\frac{\lambda}{4}$	mm	λ	λ	λ	λ
9	0,000134	0,488	0,5	0,012	—0,121
24	0,000359	1,302	1,5	0,198	—0,121

$H = 68^\circ\ 55'$ $B = 35^\circ\ 59'$

$p = -\ 0^\lambda,5$ $P = 0^\lambda,379$

Silber No. 210.

$\alpha = 0^{mm},2707.$

q	ε	Δ''	Δ	$\Delta' = p - P$ beob.	$\Delta' = p - P$ ber.
$\frac{\lambda}{4}$	mm	λ	λ	λ	λ
6,5	0,000097	0,353	0,5	0,147	—0,10

$H = 70^\circ 5'$ $B = 26^\circ\ 45'$

$p = -\ 0^\lambda,5$ $P = -\ 0^\lambda,40.$

Die aus den beobachteten Gröfsen Δ und ε gefundenen Werthe von Δ' der vorletzten Spalte weichen von den aus dem Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth mit Hülfe der Gl. 4 §. 130 für senkrecht auffallende Strahlen berechneten Werthe von Δ' der letzten Spalte etwa um $0^\lambda,2$ ab.

Diese Methode zeigt daher ebenfalls den Mangel an Uebereinstimmung von Theorie und Erfahrung bei der Phasenänderung durch Reflexion in Luft.

§. 134.

Zur Bestimmung des Phasenunterschiedes bei Reflexion in Luft an der Gränze mit Glas oder Metall, habe ich wie in §. 129 für Reflexion in Glas auch die Interferenzstreifen Billet'scher Halblinsen benutzt.

Die Anordnung des Apparates war dieselbe wie in §. 129. Das rechtwinklige Prisma jener Versuche wurde durch eine Spiegelglasplatte ersetzt, deren eine Hälfte mit einer undurchsichtigen Silberschicht von der in Fig. 6 Taf. V dargestellten Form belegt war. Die beiden von den cylindrischen Halblinsen entworfenen Bilder des von Sonnenlicht erleuchteten Spaltes fielen im oberen Theile beide auf Glas, im mittleren das eine auf Glas, das andere auf Silber.

Die mit einem Mikroskop und Ocular-Mikrometer beobachteten Interferenzstreifen hatten dann oben und unten normale Lage und erschienen in der Mitte nach der Seite der Glasreflexion um eine Anzahl Fransenbreiten verschoben, die gleich der Anzahl Wellenlängen seyn mufs, welcher der Phasenunterschied $\varDelta$ der Gll. 6 bis 8 §. 132 entspricht. Bei kleinem Einfallswinkel (10° circa) betrug diese Verschiebung 0,3 Fransenbreite für $\mp$ oder $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirtes Licht bei einem Silber No. 59 von $0^{mm},0000598$ Dicke. Diefs giebt nach Gl. 6 bis 8 §. 132

$$\varDelta = 0^{\lambda},3 \qquad \varDelta'' = 0^{\lambda},217$$
$$\varDelta' = \varDelta - \varDelta'' = 0^{\lambda},08$$

während das Silber No. 59, dessen Haupteinfallswinkel H und Hauptazimuth B nach Messungen an ähnlichen gleichzeitig dargestellten Silberspiegeln etwa 70° und 44° gewesen sind,

$$\varDelta' = -0^{\lambda},12$$

hätte erwarten lassen.

Die ungleiche Intensität der interferirenden Strahlen und die lamellaren Beugungserscheinungen am Rande der

Silberlamelle erschweren wie bei den Versuchen des §. 129 genaue Messungen. Von Beobachtungen bei verschiedenem Einfallswinkel sind im folgenden einige beobachtete Fransenverschiebungen (Δ beob.) mit den aus Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth nach §. 130 Gl. 3 und 4 berechneten Werthen derselben Gröfse (Δ ber.) zusammengestellt. Dabei ist der Bequemlichkeit wegen wieder der dem Phasenunterschied Δ entsprechende Gangunterschied in ganzen Wellenlängen angegeben.

XCVIII.

Silber No. 179.

Weifses Licht. $s = 0^{mm},000150$

$H = 77°\ 26'$ $B = 44°\ 20'$

$H_1 = 54°\ 35'$ $B_1 = 0°\ 32'$

J	Δ''	Δ ber.		Δ beob.	
		∓	⊥	∓	⊥
	λ	λ	λ	λ	λ
20°	0,51	0,44	0,44	0,5	0,5
30	0,47	0,41	0,39	0,6	0,6
55	0,31	0,27	—	0,3	—
70	0,19	0,17	0,50	0,25	0,5
80	0,09	0,08	0,30	0,1	—

§. 135.

Ich habe ferner eine gröfsere Anzahl Versuche mit Fresnel'schen Spiegeln angestellt, die zum Theil aus Glas, zum Theil aus Metall bestanden. Statt aber wie de Sénarmont (vergl. §. 127), die spiegelnden Flächen in dieselbe Ebene zu legen, liefs ich die Metallfläche um eine bekannte kleine Gröfse über die Glasfläche vorstehen.

Ich belegte die möglichst vollkommenen Planflächen zweier schwarzen oder durchsichtigen und auf der Rückseite geschwärzten Glasplatten gleichzeitig mit einer undurchsichtigen Silberschicht nach dem Petitjean'schen oder Martin'schen Verfahren (§. 45 und 46) und entfernte dieselbe an einzelnen Stellen wieder in der früher (§. 92) beschriebenen Weise.

Zwei solche Glasstücke mit gleich dicken Silberbelegungen wurden mit vier Wachsstückchen und einer aufgedrückten gröfseren Spiegelglasplatte (vergl. §. 76) als Fresnel'sche Spiegel auf einem Holzklötzchen befestigt, so dafs belegte und unbelegte Theile beider Spiegel an einander stiefsen, etwa wie es die Fig. 7, Taf. V darstellt. Die Interferenzstreifen Glas-Metall waren dann gegen die normalen Interferenzstreifen Glas-Glas oder Metall-Metall wieder um eine Anzahl Fransenbreiten verschoben, die gleich der Anzahl Wellenlängen war, welchen die durch die Gll. 6 bis 8 §. 132 gegebenen Gröfse Δ entspricht.

Die Anordnung der Versuche war ähnlich wie bei denen des §. 132. Als Lichtquelle diente gewöhnlich eine von Sonnenlicht erleuchtete planconvexe Linse von 25^{mm} Brennweite, seltener ein vertikaler Spalt zwischen s'Gravesande'schen Schneiden. Das Nicol'sche Prisma, welches nur Strahlen $\ddagger$ oder $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt ins Auge gelangen liefs, war entweder zwischen Heliostat und Beleuchtungslinse oder zwischen Fresnel'sche Lupe und Auge eingeschaltet.

Ist alles vollkommen bei dieser Anordnung des Versuches, so müssen sowohl die Silberflächen als auch die Glasflächen der beiden Spiegel in einer Ebene liegen, oder besser gesagt, die Durchschnittslinien der Silberflächen und der Glasflächen müssen parallel und um die Dicke ε der Silberschicht von einander entfernt seyn. Die Beobachtung kann bei vollkommenem Gelingen dieser Anordnung nur durch lamellare Beugungserscheinungen am Rande des Silbers gestört werden. Man begreift aber, dafs das kleinste Staubkörnchen beim Auflegen der Platten oder eine Unvollkommenheit der ebenen Flächen, besonders in der Nähe der sich berührenden Spiegelränder, die Anordnung fehlerhaft machen kann. Um die ebenen Flächen nicht zu verziehen, mufs man weiches Wachs anwenden, und dann ändern wieder die Spiegel leicht im Laufe des Versuchs allmählig ihre Lage. Alle diese Fehlerquellen erschweren die Beobachtung besonders für kleine Einfallswinkel, wie aus

Gl. 8 §. 132 sich sofort ergiebt. Hierdurch erklärt sich auch, beiläufig bemerkt, die bekannte Erscheinung, dafs der gewöhnliche Fresnel'sche Spiegelversuch bei streifender Incidenz am leichtesten gelingt.

Die schon früher erwähnten Uebelstände kommen hinzu Die Oberfläche des Metalls oder Glases ist nicht überall gleichartig wegen verschiedener Condensation von Dämpfen aus der Luft, Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth sind an verschiedenen Stellen verschieden, und die Fransen erscheinen dann verwaschen oder gar nicht, vorzugsweise an der Stelle des Gesichtsfeldes, wo die Verschiebung beobachtet werden soll.

Die der Theorie nach höchst einfachen Versuche sind daher in der Ausführung mit grofsen Schwierigkeiten verknüpft und zu genauen Messungen wenig geeignet, so leicht sich auch damit wahrnehmen läfst, dafs die Lage der Interferenzstreifen Glas-Metall für Licht ∦ und ⊥ zur Reflexionsebene polarisirt verschieden ist, und mit wachsendem Einfallswinkel abnimmt (wegen des meist überwiegenden Einflusses von Δ'').

Die in der folgenden Tabelle XCIX zusammengestellten Beobachtungen an frisch bereiteten und polirten Silberschichten zeigen eine befriedigende Uebereinstimmung bei diesem Verfahren von Theorie und Versuch. Die Glasplatten waren aus schwarzem Glas, dieselben wie bei den Versuchen des §. 132.

XCIX.

Silber No. 179.

Weifses Licht $\varepsilon = 0^{mm},000150$

$H = 77° 26'$ $B = 44° 20'$

$H_1 = 54° 35'$ $B_1 = 0° 32'$

J	Δ''	Δ ber. ǂ	Δ ber. ⊥	Δ beob. ǂ	Δ beob. ⊥
	λ	λ	λ	λ	λ
30°	0,47	0,41	0,39	0,3	0,3
40	0,42	0,37	0,33	0,27	0,2
50	0,35	0,30	0,24	0,3	—
60	0,27	0,23	0,64	0,22	—
70	0,19	0,17	0,50	0,15	0,58
80	0,09	0,08	0,30	0,1	0,32

Silber No. 180.

Weifses Licht $\varepsilon = 0^{mm},000120$

$H = 77° 46'$ $B = 44° 21'$

$H_1 = 56° 55'$ $B_1 = 1° 10'$

J	Δ''	Δ ber. ǂ	Δ ber. ⊥	Δ beob. ǂ	Δ beob. ⊥
	λ	λ	λ	λ	λ
30°	0,38	0,35	0,30	0,3	0,3
40	0,33	0,31	0,24	0,3	0,2
50	0,28	0,26	0,17	0,3	—
60	0,22	0,20	0,58	0,3	—
70	0,15	0,14	0,46	0,16	0,5
80	0,07	0,07	0,28	0,1	0,35

§. 136.

Die *Interferenz directer und streifend reflectirter Lichtwellen* ist zuerst von **Lloyd**[1]) benutzt worden, um nachzuweisen, dafs beide einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ haben, wenn die Reflexion in Luft an einem ebenen Spiegel aus schwarzem Glase stattfand.

Ich habe ähnliche Versuche mit Reflexion an und in den verschiedensten Substanzen angestellt.

1) *Trans. Roy. Ir. Ac. XVII.* 1837. *p.* 174. Pogg. Ann. Bd. 45, 1838. S. 95.

Das durch einen schmalen horizontalen Spalt gegangene Sonnenlicht fiel in 4 bis 5 Meter Entfernung auf die spiegelnde Fläche, welche an der horizontalen Axe eines Goniometers angebracht war. Die letztere stand normal zur Reflexionsebene. Ein horizontales Mikroskop von 10facher linearer Vergröſserung und 32^{mm} Object-Abstand wurde auf den Rand der spiegelnden Fläche eingestellt.

Beim Drehen des Spiegels mittelst der Goniometeraxe nähert sich das 1ste Minimum der zuerst sichtbaren sogenannten äuſseren Interferenzstreifen, wie sie am Rande eines undurchsichtigen Schirmes auftreten, dem Spiegelrande, bleibt dann stehen und verwandelt sich in einen tief schwarzen Streifen. Gleichzeitig wird der Abstand der einzelnen Minima von einander gleich groſs, an Stelle der äuſseren schwach gefärbten Interferenzstreifen ist ein helles System gewöhnlicher lebhaft gefärbter Interferenzstreifen getreten, wie sie Fresnel'sche Spiegel zeigen. Bei weiterem Drehen des Spiegels werden die Interferenzstreifen gleichsam von dem Rande desselben abgestoſsen und der Abstand derselben nimmt ab.

Ich befestigte zunächst an der Goniometeraxe eine rechteckförmige Glasplatte (vergl. §. 37) von 106^{mm} Länge und 40^{mm} Höhe, deren schmale Flächen von 5^{mm},5 Breite polirt und planparallel waren. Das Glas selbst war sehr homogen und konnte die streifende Reflexion, einem Einfallswinkel von 90^0 entsprechend, entweder in Luft oder in Glas auf der 106^{mm} langen und 5^{mm},5 breiten Fläche stattfinden. In beiden Fällen war, sobald die lebhaft gefärbten Interferenzstreifen aufgetreten waren, der erste dunkle Streifen um eine ganze Fransenbreite von dem scharfen Rande der Glasplatte entfernt, auf welchen das Beobachtungs-Mikroskop eingestellt war. Auf der dem Rande der spiegelnden Fläche zugewandten Seite gränzte dieser dunkle Streifen an eine braune Zone, auf welche eine rein weiſse bis zum Rande der Glasplatte folgte.

Da nur ein halbes Interferenzstreifensystem wahrgenommen wird, so müſsten in dem vollständigen System zu bei-

den Seiten der Mitte zwei weifse Zonen liegen, durch einen schwarzen dunklen Interferenzstreifen getrennt. Dieser hätte an dem der Streifenmitte entsprechenden vorderen Rande der spiegelnden Fläche liegen müssen, doch habe ich ihn niemals deutlich wahrnehmen können.

Der Maximalabstand der Interferenzstreifen war derselbe, mochte die Reflexion in Luft oder in Glas stattfinden. Unter sonst gleichen Verhältnissen nimmt er zu mit der Länge der reflectirenden Fläche und der Annäherung derselben an den leuchtenden Punkt. Bei zu geringer Entfernung des letzteren ($< 1^m$) treten äufsere Beugungsstreifen gleichzeitig mit den gewöhnlichen lebhaft gefärbten Interferenzstreifen auf, die wohl von dem hinteren Rande der spiegelnden Fläche herrühren. Dabei haben die lebhaft gefärbten Interferenzstreifen ungleichmäfsigen Abstand untereinander und vom vorderen Rande der spiegelnden Fläche. Diefs wird bei Reflexion in Glas eher bemerkbar, als bei Reflexion in Luft. Man hat dann eben wieder unwillkührlich zwei Interferenzapparate, die reflectirende Fläche und den hinteren Rand derselben, deren gleichzeitige Wirkung complicirte Erscheinungen hervorruft.

Ich habe bei diesen Versuchen die spiegelnde Glasfläche ganz oder zur Hälfte mit einer dünnen undurchsichtigen Silberschicht belegt, diese polirt, und die Platte in Wasser tauchen lassen, das in einem von vertikalen Spiegelglasplatten gebildeten Glastrog von 110^{mm} Länge sich befand. Die Erscheinung war dieselbe, mochte die Reflexion in Luft, Glas oder Wasser an der Gränze mit Glas, Silber oder Wasser stattfinden.

Wurde der Glastrog, ohne dafs die Glasplatte eingetaucht war, zur Hälfte mit Wasser gefüllt und durch einen am Ende untergeschobenen Keil gehoben oder gesenkt, so konnte man die directen Strahlen interferiren lassen mit den innerhalb des Wassers an der Gränze mit Luft (total) streifend reflectirten Strahlen. Wurde der Glastrog bis nahe zum Ueberfliefsen mit Wasser gefüllt, so dafs dasselbe eine ebene horizontale Fläche oberhalb der Ränder der Spiegel-

platte Glastroges bildete, so konnte man die in Luft, an der horizontalen Wasserfläche streifend reflectirten Strahlen mit den directen interferiren lassen.

Bei den letzteren Versuchen empfiehlt es sich die reflectirende Fläche oder den leuchtenden Punkt (Lichtspalt) zu heben oder zu senken bis die lebhaft gefärbten Interferenzstreifen erscheinen. Statt den leuchtenden Punkt zu heben oder zu senken habe ich auch wohl eine planparallele Glasplatte jenseits des hinteren Randes der spiegelnden Fläche aufgestellt, und dieselbe um eine horizontale Axe parallel der Goniometeraxe gedreht, bis das durch Brechung erzeugte Bild des leuchtenden Punktes die richtige Lage hatte und die Interferenzstreifen deutlich erschienen.

Die Interferenzstreifen der directen und streifend reflectirten Strahlen habe ich untersucht bei

Reflexion in Luft auf:

Silber	Quarz ‡ zur Axe geschnitten
Gold	» ⊥ » » »
Nickel	Kalkspath (Rhomboëderfläche)
Stahl	Wasser
Flintglas	
Crownglas	

bei Reflexion in Crownglas auf:

Silber
Luft
Wasser

bei Reflexion in Wasser auf:

Silber	Flintglas
Gold	Crownglas
Stahl	Quarz (⊥ zur Axe).

Bei allen diesen Versuchen war der erste dunkle Streifen eine ganze Fransenbreite vom Rande der reflectirenden Fläche entfernt, mochte man weifses Licht anwenden, oder zwischen Auge und Beobachtungsmikroskop ein rothes oder blaues Glas einschalten, oder ein Nicol'sches Prisma mit dem Hauptschnitt ‡ oder ⊥ zur Reflexionsebene.

Berücksichtigt man ferner dafs Intensität und Färbung der Interferenzstreifen für die verschiedenen Reflexionen unter sonst gleichen Verhältnissen dieselben waren, so folgt aus diesen Versuchen, dafs der *streifend reflectirte Strahl dieselbe Intensität wie der einfallende hat, und gegen denselben um eine halbe Wellenlänge beschleunigt oder verzögert ist, Lage der Polarisationsebene, Farbe des Lichtes oder die Natur der Medien, an deren Gränzfläche die Reflexion stattfindet, mögen seyn, welche sie wollen.*

§. 137.

Das vorstehende Resultat ist in Uebereinstimmung mit den Versuchen §. 37, wonach die Strahlen $\ddagger$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt bei streifender Reflexion sich alle gleich verhalten, die Reflexion mag übrigens beschaffen seyn, wie sie will.

Die Curven der Fig. 8 und 9 Taf. V sind auch in diesem Sinn construirt. Sie geben aber den Gangunterschied der Strahlen $\ddagger$ und $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt $= \frac{\lambda}{2}$ für $J = 0^0$.

In den früheren Abschnitten habe ich dagegen den Gangunterschied der Strahlen $\ddagger$ und $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt $= 0$ angenommen für $J = 0^0$ und demgemäfs $= \pm \frac{\lambda}{2}$ für $J = 90^0$.

Beide Auffassungen sind berechtigt; es kommt eben nur darauf an, von welchem Einfallswinkel man ausgehen will. Man hat aber dabei im Auge zu behalten (was nicht immer geschehen ist), dafs für den Versuch die Strahlen $\ddagger$ und $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt vollkommen identisch sind, sowohl für $J = 0^0$ wie für $J = 90^0$. Das erstere folgt ohne weitere Annahme sofort aus den Fresnel-Arago'schen Interferenzgesetzen oder dem Satze, dafs die Schwingungen senkrecht gegen den Strahl und $\ddagger$ oder $\perp$ zur Polarisationsebene liegen; das letztere ergiebt sich erst aus besonderen Versuchen, z. B. denen der §. 37 und 136.

Ich habe daher früher das erstere vorgezogen und bin von dem Einfallswinkel $J = 0^0$ ausgegangen, für den sicher beide Strahlencomponenten sich gleich verhalten mufsten.

Wenn die Theorie je nachdem man von $J = 0^0$ oder $J = 90^0$ ausgeht, und dann den Einfallswinkel sich continuirlich ändern läfst, darauf führt, dafs der Gangunterschied der an derselben Fläche reflectirten Strahlen $\ddagger$ und $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt $\pm \frac{\lambda}{2}$ ist für $J = 90^0$ oder $J = 0^0$, so ist dieser Gangunterschied nur scheinbar. Der reflectirte Strahl hat für diese beiden Einfallswinkel das eine Mal dieselbe, das andere Mal die entgegengesetzte Richtung wie der einfallende Strahl; die Schwingung $\ddagger$ der Reflexionsebene vertauscht gleichzeitig mit dem Strahl die positive mit der negativen Richtung; dieser Wechsel des Vorzeichens ist gleichbedeutend mit einer Aenderung der Phase um $\pm \pi$, welche jenen Gangunterschied von $\pm \frac{\lambda}{2}$ aufhebt [1]).

Hiernach ist eine wesentliche Meinungsverschiedenheit zwischen mir und den Hrn. Ditscheiner und Jochmann, welche die erstere Auffassung vorgezogen haben, nicht vorhanden.

Wenn Hr. Ditscheiner an der citirten Stelle angiebt, dafs der streifend reflectirte Strahl sich wie der einfallende verhält, so ist diefs wohl nicht in Widerspruch mit dem §. 136 gefundenen Gesetze und nur so zu verstehen, dafs bei der Untersuchung mit einer Krystallplatte directes und reflectirtes Licht keinen Unterschied zeigen. Eine Krystallplatte — mag man ihre Farbenänderung direct beobachten, wie bei einer Bravais'schen Platte (§. 13), oder mit Hülfe eines Spectralapparates wie Brewster (*Phil. trans.* 1837 *II. p.* 245), Fizeau und Foucault (*Compt. rend. XXI.* 1845. *p.* 1157. *Ann. de chim.* (3) *t.* 26. 1849. *p.* 145) und Hr. Ditscheiner gethan haben, oder mag man mit ihrer

1) Ditscheiner, Wien. Sitz. Ber. 8. 10. 1868. Bd. LVIII. 2. S. 23.

2) Jochmann, Pogg. Ann. Bd. 136. 1869. S. 587.

Hülfe elliptisch polarisirtes Licht in geradlinig polarisirtes verwandeln, wie durch ein de Sénarmont'sches Glimmerblatt (*Ann. de chim.* (2) *t.* 73 *p.* 337. 1840) oder einen Babinet'schen Compensator (§. 14), oder mag man eine Verschiebung der Farbencurven in einer Kalkspathplatte beobachten, wie Stokes (Rep. Brit. Assoc. 1850. S. 19) — kann nur den Gangunterschied zweier senkrecht zu einander polarisirter Strahlencomponenten bestimmen. Eine Phasenänderung, die beide Strahlencomponenten gleichzeitig erfahren haben, läfst sich bis jetzt nur durch Interferenz directer und reflectirter Strahlen finden.

§. 138.

Fresnel[1]) hat eine Methode angegeben um Strahlen, die zwei Mal unter demselben Winkel J von zwei Spiegeln S_1 und S_2 reflectirt worden sind, mit solchen interferiren zu lassen, die *eine* Reflexion unter einem kleineren Winkel i von dem 3ten Spiegel S_3 erfahren haben.

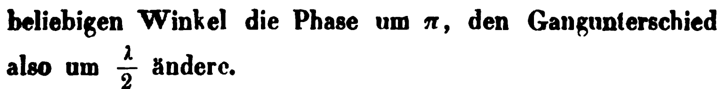
Der Verlauf der Lichtstrahlen, die trotz der verschiedenen Anzahl Reflexionen gleiche Wege durchlaufen haben, ergiebt sich aus der Fig. 14 Taf. V, wo die beiden Spiegelebenen S_1 und S_2 unter demselben Winkel φ gegen die 3te Spiegelebene S_3 geneigt sind, und man also hat:

$$J = 90^\circ - \varphi \qquad i = 90^\circ - 2\varphi$$

Aus diesen Relationen folgt, dafs φ stets kleiner als 45° seyn mufs, und J Werthe zwischen 90° und 45°, i Werthe zwischen 90° und 0° haben kann.

Bei den Versuchen von Fresnel an Glasspiegeln in Luft schwankte φ zwischen $7\frac{1}{2}^\circ$ und 40°. Die Mitte des Interferenzstreifensystems, für welche der Gangunterschied der verschieden gefärbten Strahlen derselbe war, erschien stets schwarz, während die gewöhnlichen Interferenzstreifen zweier Spiegel eine weifse Mitte zeigen. Er schliefst aus diesen Versuchen, dafs jede Reflexion von Glas unter einem

1) *Fresnel, Oeuvres I p.* 703.



beliebigen Winkel die Phase um π, den Gangunterschied also um $\frac{\lambda}{2}$ ändere.

Diefs Resultat würde für $\mp$ der Reflexionsebene polarisirtes Licht aus der Theorie (Gl. 3 §. 130) direct vorherzusagen seyn; für Licht $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt würde ein verschiedenes Resultat erwartet werden können, je nachdem $i >$ oder $<$ als der Haupteinfallswinkel wäre. Der Einflufs der Richtungsänderung der Lichtstrahlen und der gleichzeitigen Aenderung der Schwingungsrichtung der Aethertheilchen mag dabei für den Augenblick unberücksichtigt bleiben.

Man kann wohl annehmen, dafs die Versuche von Fresnel, die mit natürlichem unpolarisirten Lichte angestellt wurden, für $\mp$ der Reflexionsebene polarisirtes Licht gelten, da in den Fällen, wo die Gl. 3 §. 130 möglicher Weise ein anderes Resultat erwarten liefse, die Intensität des $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirten Lichtes sehr gering war.

Die Versuche erfordern einmal vollkommen ebene spiegelnde Flächen, und ferner, dafs die drei Spiegelebenen nicht zu weit von einander entfernt liegen, weil sonst Strahlen interferiren müssen, die in zu verschiedenen Richtungen von dem leuchtenden Punkte ausgegangen sind. Man mufs also die Glasplatten entweder sehr dünn nehmen und dann verziehen sich leicht die ebenen Flächen, oder der Spiegel S_3 mufs sehr schmal seyn, sobald i einigermafsen von 90° entfernte Werthe annimmt.

Ich habe möglichst sorgfältig geschliffene ebene Glasplatten von 4^{mm} Dicke, 24^{mm} Höhe und 30^{mm} Breite für diesen Zweck benutzt, deren Hinterseite geschwärzt und deren Vorderfläche auf der oberen oder unteren Hälfte mit einer dünnen polirten Silberschicht nach dem Martin'schen Verfahren belegt war. Für gröfsere Werthe von φ wurde der Spiegel S_3 durch einen schmaleren von 6^{mm} Breite ersetzt.

Die Spiegel wurden vertikal auf einer mit weifsem Pa

pier beklebten gröfseren Fufsplatte aus Spiegelglas aufgestellt, auf welchem die Lage derselben im Voraus aufgerissen war. Die Spiegel S_2 und S_3 waren mit der Rückseite an vertikalen Glasstücken befestigt; S_2 konnte parallel mit sich selbst durch eine Schraube mit Schlitten und Spiralfeder sanft verschoben, S_3 an einem horizontalen langen Arm um eine vertikale Axe gedreht werden. S_1 wurde direct mit weichem Wachs auf das Papier aufgesetzt.

Die Fufsplatte war auf einem Horizontal-Kreis mefsbar drehbar und konnte parallel mit sich selbst verschoben werden. Die Neigung der Spiegel gegeneinander wurde mit Hülfe der Kreistheilung dadurch controlirt, dafs man das Sonnenlicht von einem Heliostaten durch eine Oeffnung gehen und von den Spiegeln nach dieser Oeffnung zurückwerfen liefs. Die Spiegel wurden nun gedreht bis die zwei Mal von S_1 und S_2 reflectirten Strahlen, deren Richtung dabei ungeändert bleibt, nahezu dieselbe Richtung wie die ein Mal von S_3 reflectirten Strahlen hatten. Darauf brachte ich die Beleuchtungslinse von 25^{mm} Brennweite (vergl. Fig. 1 Taf. II, Pogg. Ann. Bd. 132) vor die Oeffnung, und zwischen Oeffnung und Heliostat ein Nicol'sches Prisma, das nur Licht $\pm$ oder $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt auf die Spiegel auffallen liefs.

Die beiden Bilder des leuchtenden Punktes, welche man in der Nähe der Durchschnittslinie der Spiegelebenen S_2 und S_3 wahrnimmt, werden durch Drehen der Fufsplatte in einen Abstand von 5 bis 15 Minuten gestellt, vor das Auge eine Fresnel'sche Lupe gebracht, und der Spiegel S_3 mit Hülfe der Schraube so lange verschoben, bis die Interferenzstreifen erscheinen. Es kann nicht auffallen, dafs der Verlauf der Interferenzstreifen jede kleine Unvollkommenheit der Spiegelebenen erkennen läfst.

Geschah die Reflexion an allen drei Spiegeln auf Glas, so waren die Farben der Interferenzstreifen symmetrisch gegen die schwarze Mitte derselben vertheilt, sowohl für $\pm$ als für $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirtes Licht, wenn

überhaupt die Lichtintensität des letzteren eine genaue Beobachtung möglich machte.

Fanden die drei Reflexionen an den Silberflächen statt, so war für kleine Werthe von φ die Mitte der Interferenzstreifen schwarz, die Farbenvertheilung zu beiden Seiten der Mitte symmetrisch für $\ddagger$ und $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirtes Licht. Farbensymmetrie und schwarze Mitte verschwinden mit wachsendem φ zunächst für $\perp$, später auch für $\ddagger$ der Reflexionsebene polarisirtes Licht. Gleichzeitig werden die Farbenstreifen undeutlich oder verwaschen.

Beim Drehen des Nicol'schen Prismas beobachtet man eine Verschiebung der Interferenzstreifen gegen die Theilung der Fresnel'schen Lupe. Sehr oft treten aber auch, ohne dafs scheinbar am Apparate etwas geändert wird, Verschiebungen der Interferenzstreifen im Gesichtsfelde auf, die oft einen halben Fransenabstand und mehr betragen. Ein Windstofs von einer plötzlich bewegten Zimmerthür, ein hastiger Athemzug des Beobachters genügen, um diese Verschiebung hervorzubringen, die dann oft nach einiger Zeit wieder verschwindet. Ich glaube daher den Grund derselben in einer Feuchtigkeitsschicht suchen zu müssen, mit welcher die Oberfläche der reflectirenden Fläche bedeckt wird.

Der letztere Uebelstand tritt vielleicht noch häufiger auf, wenn man eine Reflexion auf Glas oder Silber mit zwei Reflexionen auf Silber oder Glas combinirt, weil dann die Oberflächen-Absorption der Feuchtigkeit bei den verschiedenen Substanzen in ungleicher Weise stattfindet.

In Uebereinstimmung hiermit fand ich auch häufig beim Drehen des Nicol'schen Prismas eine andere Fransenverschiebung, als sich aus den früheren Beobachtungen mit dem Babinet'schen Compensator (Abschnitt III und IV) erwarten liefs; der Unterschied zwischen beobachteten und berechneten Verschiebungen betrug oft eine halbe Fransenbreite und mehr.

Ueberhaupt kann diese Methode nur ein Resultat geben,

sobald der durch Reflexion bewirkte Phasenunterschied ein Vielfaches von π beträgt. Der Kunstgriff besteht eben darin die Lichtintensität in der Mitte des Streifensystems zu beobachten, oder an einer Stelle, wo sich alle Strahlen verschiedener Farbe gleich verhalten. Diefs läfst sich um so besser beurtheilen, je weiter die Interferenzstreifen von einander stehen, je geringer die Neigung der von S_2 und S_3 reflectirten interferirenden Strahlenbündel ist. Man kann mit dieser Methode eigentlich nur entscheiden, ob für alle verschieden gefärbten Strahlen bei zwei Reflexionen unter dem Winkel J die Phase um eine Gröfse geändert wird, die von der Phasenänderung bei einmaliger Reflexion unter dem Winkel i um ein ganzes Vielfache von $\pm\pi$ verschieden ist. Die absolute Lage der Interferenzstreifen im Raum oder der absolute Werth der Phasenänderung bei einer Reflexion läfst sich damit nicht bestimmen.

Ich habe daher diese Versuche, die etwas umständlich sind und vor allen Dingen sehr hellen Sonnenschein erfordern, nicht weiter ausgedehnt, um so mehr, als sich ihrer Durchführung dieselben Schwierigkeiten, wie den übrigen der Abschnitte XII bis XIV entgegenstellen.

(Schlufs im nächsten Heft.)

II. *Bemerkungen über die Anzahl der Fundamentalpunkte eines beliebigen Systems von centrirten, brechenden Kugelflächen; von A. Töpler.*

Die Dioptrik centrirter Kugelflächen ist ein so vieldurchforschtes Gebiet, dafs dasselbe physikalisch fast erschöpft erscheinen könnte. Den allgemeinsten Fall, in welchem die Brechungsquotienten des ersten und letzten Mediums verschiedene Werthe haben, wie z. B. beim menschlichen Auge, hat bekanntlich Gaufs analytisch behandelt. Derselbe hat

einen exacten Begriff für die »Brennweiten« eines solchen Systems eingeführt und zur Auffindung der optischen Bilder eine sehr einfache geometrische Construction angegeben, welche sich auf die Haupt- und Brennpunkte stützt.

Obgleich durch diese oft citirte Untersuchung [1]) die optische Wirkung eines Systems brechender Kugelflächen vollständig definirt und auf sehr einfache Grundlage zurückgeführt ist, so glaube ich doch, die folgende Notiz veröffentlichen zu sollen. Es läfst sich nämlich leicht analytisch zeigen, dafs, wenn man bei der Entwicklung von noch allgemeineren Gesichtspunkten ausgeht, die Brenn- und Hauptpunkte (und auch die bekannten Knotenpunkte) als specielle Glieder ganzer Punktreihen erscheinen, aus welchen sich geometrische Constructionen für die optischen Bilder ableiten lassen. Man gelangt auf diese Weise zu zehn Fundamentalpunkten anstatt der üblichen sechs. Da der hierbei eingeschlagene Entwicklungsgang kaum so viel analytischen Apparat voraussetzt, als es bei der Gaufs'schen Untersuchung der Fall ist, so glaube ich um so mehr den Gegenstand publiciren zu dürfen. Ich habe dabei ebenfalls stets den allgemeinsten Fall ungleicher Brechungsverhältnisse der Gränzmedien im Auge und gehe von der Form aus, welche Gaufs für die Gleichungen des ein- und austretenden Strahles gewählt hat.

Es sey also die Centrirungsaxe des Systems die X-axe eines sonst beliebigen, rechtwinkligen Coordinatensystems, seyen geometrische Orte des ersten und letzten Mittels, welche in der optischen Beziehung von leuchtendem Object und Bild stehen, *conjugirte* Orte genannt, seyen ferner n und n' die absoluten Brechungsquotienten des ersten und letzten Mittels, N und N' die Abscissen der Scheitelpunkte

1) Gaufs, dioptrische Untersuchungen, Göttingen 1840. — Diese Untersuchungen haben bekanntlich wegen ihrer Wichtigkeit später mehrere sehr glückliche, zum Theil elementare Bearbeitungen erfahren; ich habe die analytische Darstellungsweise beibehalten, weil ohne eine solche der genaue Ausdruck für die Orte der Fundamentalpunkte nicht gegeben werden kann.

der ersten und letzten brechenden Kugelfläche des Systems, so geben wir nach Gaufs den Gleichungen des einfallenden Strahles im ersten Mittel die Form

$$y = \frac{\beta}{n}(x - N) + b \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$z = \frac{\gamma}{n}(x - N) + c \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und denen des austretenden Strahles die Form [1])

$$y = \frac{\beta'}{n'}(x - N') + b' \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

$$z = \frac{\gamma'}{n'}(x - N') + c' \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Hier sind β, b, γ, c willkürlich zu wählen, während β', b', γ', c' aus der Structur des Systems berechnet werden können. Da sowohl die Oeffnungswinkel der wirksamen Kugelflächen, als auch die Neigungswinkel der Strahlen zur X-axe stets als sehr klein vorausgesetzt werden, so ist die Bedeutung von b und c, ferner von b' und c' sofort gegeben. Dieselben bedeuten mit Vernachlässigung kleiner Gröfsen zweiter Ordnung die Ordinaten der Durchschnittspunkte der beiden Strahlen mit der ersten, respective letzten brechenden Fläche.

Nun sind bekanntlich die Constanten β, b, γ, c mit den Constanten β', b', γ', c' durch Relationen folgender Art verknüpft

$$\beta' = k b + l \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$b' = g b + h \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

ferner

$$\gamma' = k c + l \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$c' = g c + h \gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Die Gröfsen k, l, g und h sind constante Zahlen, deren Werthe nur abhängig sind von der Structur des zwischen den Scheiteln N und N' gelegenen brechenden Systems.

1) Da in der vorliegenden Entwicklung nur das erste und letzte Medium in Rede kommen, so sind alle Gröfsen, welche auf das letzte Medium Bezug haben, anstatt durch die Gaufs'schen Sternchen durch ein beigesetztes »'« gekennzeichnet.

Diese Werthe berechnen sich nämlich aus den gegebenen Scheitelabständen der einzelnen brechenden Flächen, ihren Krümmungsradien und den Brechungsquotienten der von ihnen begränzten Medien durch Kettenreihen, deren Eigenschaften seit Euler bekannt sind. Für die weitere Betrachtung genügt zu wissen, dafs diese Zahlen einfach durch das brechende System gegeben sind. Jedoch kann eine derselben eliminirt werden, indem zwischen jenen Zahlen immer die Gleichung besteht

$$gl - hk = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

welche Gleichung aus dem Gesetze für die Auffindung dieser Zahlenwerthe folgt.

Bevor weitere Betrachtungen an diese bekannten Relationen geknüpft werden, erinnere ich an folgende Sätze, welche schon aus dem Verhalten einer einzigen brechenden Fläche durch Induction sofort auf das ganze System übertragen werden können.

Der austretende Strahl im letzten Mittel ist der geometrische Ort der optischen Bilder aller Punkte des eintretenden Strahls, d. h. ein- und austretender Strahl sind conjugirte Orte.

Liegt der eintretende Strahl in einer durch die Centrirungsaxe gedachten Ebene, so enthält diese Ebene auch den austretenden (conjugirten) Strahl.

Denkt man sich eine Figur in einer Ebene senkrecht zur X-axe im ersten Medium, so entspricht dieser im letzten Medium eine conjugirte ebene Figur, welche ebenfalls senkrecht zur Axe der X steht, und welche der ersteren geometrisch ähnlich ist. Das Verhältnifs homologer Dimensionen beider Figuren nennen wir das *Verhältnifs der Bildgröfsen*; das Bildgröfsenverhältnifs ist daher für zwei conjugirte Punkte der Axe festgestellt, wenn wir zu einer Ordinate y im ersten Mittel die conjugirte Ordinate y' des letzten Mittels kennen. Zur Unterscheidung nennen wir den Quotienten $\frac{y}{y'}$ das Bildgröfsenverhältnifs *vom ersten zum letzten Mittel und umgekehrt.*

§. 1.

Wir stellen uns nun folgende allgemeine Aufgabe:

»Man suche auf der Axe die beiden conjugirten Punkte des ersten und letzten Mittels, in denen das Bildgröfsenverhältnifs durch ein gegebenes Vielfaches des umgekehrten Verhältnisses der Brechungsquotienten $\left(\frac{n'}{n}\right)$ ausgedrückt ist.« Die Lösung, welche zu übersichtlichen Folgerungen führt, ist eine sehr einfache.

Gesetzt es seyen $x = P$ und $x = P'$ die zu suchenden Punkte der Axe, in welchen das Verhältnifs der Bildgröfsen das gegebene Zahlenverhältnifs $\frac{pn'}{qn}$ sey. Wähle ich in der Ebene YX einen leuchtenden Punkt, dessen Coordinaten

$$x = P,\ z = o \text{ und } y = pn'L,$$

wo L eine beliebige Liniengröfse darstellt, so mufs der conjugirte Punkt die Coordinaten

$$x = P',\ z = o \text{ und } y = qnL \text{ haben.}$$

Die Aufgabe ist, P und P' zu finden. Jeder durch den leuchtenden Punkt gedachte Strahl mufs durch den conjugirten Punkt des letzten Mittels gehen. Ich denke mir nun durch den ersteren Punkt einen Strahl einfallen, so können wir diesen Strahl nach der Gaufs'schen Schreibweise, auf den Punkt P bezogen, in folgender Form ausdrücken:

$$y = \frac{\beta}{n}(x - P) + pn'L \text{ und}$$

$$z = \frac{\gamma}{n}(x - P).$$

Nun ist derselbe Strahl mit Bezug auf den Scheitelpunkt N ausgedrückt durch Gleichungen von der Form (1) und (2). Man erhält also den doppelten Ausdruck:

$$y = \frac{\beta}{n}(x - N) + b = \frac{\beta}{n}(x - P) + pn'L\ . \quad (10)$$

$$z = \frac{\gamma}{n}(x - N) + c = \frac{\gamma}{n}(x - P) \quad . \ . \ . \quad (11).$$

In analoger Weise drückt sich der austretende Strahl doppelt aus; man erhält für ihn:

$$y = \frac{\beta'}{n'}(x - N') + b' = \frac{\beta'}{n'}(x - P') + qnL \quad (12)$$

$$z = \frac{\gamma'}{n'}(x - N') + c' = \frac{\gamma'}{n'}(x - P') \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Die Gleichungen (10) und (12) enthalten die Bedingung der Bildgröſse, die Gleichungen (11) und (13) drücken die Bedingung aus, daſs P und P' conjugirte Punkte der Axe sind.

Da nun die doppelte Ausdrucksweise identischen Strahlen entspricht, so folgen vier Gleichungen zwischen den Constanten. Auſserdem gelten für die Constanten β, b etc. die Gleichungen (5), (6), (7) und (8). Diese Gleichungen müssen ausreichen, um die Abscissen P und P' lediglich in den durch die Structur des Systems bestimmten Gröſsen k, l, g, n und n' und den gegebenen Zahlen p und q auszudrükken. Da nämlich bei einer einzigen brechenden Fläche für ein gegebenes Bildgröſsenverhältniſs stets ein conjugirtes Punktpaar und zwar nur ein einziges existirt, so läſst sich dieſs durch Induction auch für ein System von brechenden Flächen folgern. Die genannten Bedingungen müssen also zur Lösung der Aufgabe genügen. In der That fallen bei der Elimination die willkürlichen Gröſsen β, b, γ, c zugleich mit β', b', γ', c', h und L heraus.

Es folgt zunächst aus (10), (11), (12), (13)

$$\frac{\beta}{n}(P - N) = pn'L - b \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

$$\frac{\gamma}{n}(P - N) = -c \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

$$\frac{\beta'}{n'}(P' - N') = qnL - b' \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

$$\frac{\gamma'}{n'}(P' - N') = -c' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Zunächst ist also:

$$\frac{\beta}{\gamma}c = b - pn'L$$

Multiplicirt man (7) und (8) mit $\frac{\beta}{\gamma}$ und substituirt darin für $\frac{\beta}{\gamma}c$ seinen Werth, so folgt:

$$\frac{\beta}{\gamma}\gamma' = kb - kpn'L + l\beta = \beta' - kpn'L$$

$$\frac{\beta}{\gamma}c' = gb - gpn'L + h\beta = b' - gpn'L.$$

Durch Division von (16) und (17) folgt ferner

$$\frac{\beta'}{\gamma'} = \frac{b' - qnL}{c'}.$$

Substituirt man aus den beiden vorhergehenden Gleichungen für γ' und c' ihre Werthe in die letztere Formel, so hat man

$$\beta'(b' - gpn'L) = (b' - qnL)(\beta' - kpn'L)$$

oder:

$$L.kpqnn' = qn\beta' + kpn'b' - gpn'\beta'$$

Daraus folgt unter Rücksicht auf die Gleichungen (5), (6), (7) und (8)

$$Lpn' = b + \frac{\beta}{k}\left(l - \frac{pn'}{qn}\right) \text{ und } \quad . \quad . \quad (18)$$

$$Lqn = b' + \frac{\beta'}{k}\left(\frac{qn}{pn'} - g\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Substituirt man (18) in (14) und (19) in (16), so folgt endlich:

$$P = N + \frac{n}{k}\left(l - \frac{pn'}{qn}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

$$P' = N' + \frac{n'}{k}\left(\frac{qn}{pn'} - g\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (II).$$

Man ersieht sogleich, dafs diese Formeln ähnlich den Gaufs'schen Ausdrücken für die Hauptpunkte gebaut sind, dafs in ihnen nur das Bildgröfsenverhältnifs $\frac{pn'}{qn}$ anstatt der Einheit vorkommt.

Zunächst ist zu bemerken, dafs P und P' je nach der Wahl von p und q beliebige conjugirte Orte der Axe darstellen. Das Zahlenverhältnifs $\frac{p}{q}$ hat nun aufserdem, wie sofort zu ersehen, noch eine bemerkenswerthe geometrische Bedeutung. Die Projection unseres Strahles auf die XZ-Ebene kann an und für sich als ein Strahl aufgefafst werden, welcher vor dem Eintritt ins System durch P, nach dem Austritt durch P' verläuft. Die Tangenten der Nei-

gungswinkel zur X-Axe vor und nach der Brechung im System wurden oben durch die Quotienten $\frac{\gamma}{n}$ und $\frac{\gamma'}{n'}$ ausgedrückt. Berechnet man nun γ', so ersieht man aus der Entwickelung, dafs:

$$\gamma' \cdot \frac{\beta}{\gamma} = kb - kpn'L + l\beta$$

Nach der Substitution von (18) folgt unmittelbar:

$$\gamma' = \gamma \cdot \frac{pn'}{qn} \text{ oder}$$

$$\frac{\frac{\gamma}{n}}{\frac{\gamma'}{n'}} = \frac{q}{p} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (20).$$

Da nun von vorn herein der eintretende Strahl sowie die Lage der XZ-Ebene willkürlich gewählt waren, so folgt, dafs alle Strahlen, welche durch P gedacht werden, vor und nach der Brechung Neigungen zur X-Axe haben, welche im umgekehrten Verhältnifs der Zahlen p und q stehen. Da $\frac{pn'}{qn}$ das Verhältnifs der Bildgröfsen ist, so folgt allgemein, dafs für conjugirte Strahlen, welche die Axe schneiden, *das Verhältnifs der Neigungen* (vom ersten zum letzten Mittel gerechnet) *gleich ist dem umgekehrten Bildgröfsenverhältnifs, getheilt durch das Verhältnifs der* Brechungsexponenten.

Man macht ferner sofort die Bemerkung, dafs in den Ausdrücken für P und P' die Factoren $-\frac{n}{k}$ und $-\frac{n'}{k}$ eine wichtige physikalische Bedeutung haben, und zwar die folgende:

Hat das Bildgröfsenverhältnifs $\frac{pn'}{qn}$ bei irgend einer Stellung der leuchtenden Figur im ersten Mittel irgend einen bestimmten Zahlenwerth, so mufs, damit das Bildgröfsenverhältnifs um die Einheit wachse, die Figur um eine bestimmte Liniengröfse längs der Axe verschoben werden. *Diese Liniengröfse ist nun*, wie Formel (I) unmittelbar lehrt, *eine constante*, und zwar ist sie $= -\frac{n}{k}$. Diese constante Liniengröfse nennen wir *die erste oder vordere Brennweite*

des Systems, da dieselbe physikalisch die gleiche Rolle spielt, wie die sogenannte Brennweite einer einzigen brechenden Fläche.

Ganz analog definirt sich *die zweite oder hintere Brennweite als die constante Verschiebung, welche eine leuchtende Figur im letzten Mittel längs der Axe erfahren mufs, damit das Bildgröfsenverhältnifs vom letzten zum ersten Mittel gerechnet um die Einheit abnehme.* Diese constante Verschiebung ist $-\frac{n'}{k}$. Wie man leicht erkennt, ist die von Gaufs gegebene Definition der Brennweiten in dieser Verallgemeinerung mitenthalten.

Diese verallgemeinerte Definition ist übrigens praktisch verwendbar, um die Brennweite eines Linsensystems genau zu messen, wenn dasselbe auch direct nicht zugänglich ist. Als Gegenstand wählt man eine zur Axe des Linsensystems senkrecht gestellte, feine Theilung. Ihr Bild wird durch irgend eine mikrometrische Vorrichtung gemessen. Man verschiebt nun die Theilung längs der Axe, bis ihr Bildgröfsenverhältnifs sich genau um die Einheit geändert hat. Die irgendwie gemessene Verschiebung der Scale ist die Brennweite des Linsensystems.

§. 2.

Geometrische Constructionen der optischen Bilder.

Nachdem wir unsere Aufgabe in gröfster Allgemeinheit gelöst haben, sind geometrische Constructionen der optischen Bilder leicht abzuleiten. Man überzeugt sich ohne Weiteres, dafs sich das optische Bild eines Punktes oder einer Geraden *immer* construiren läfst, wenn man nur zwei Paare conjugirter Punkte auf der Axe und die zugehörigen beiden Bildgröfsenverhältnisse kennt. *Einfache* geometrische Constructionen erhält man jedoch, wie leicht ersichtlich ist, nur dann, wenn man die conjugirten Punktpaare so bestimmt, dafs das Verhältnifs der Bildgröfsen durch ein einfaches Zahlenverhältnifs ausgedrückt ist.



Setzt man für den Quotienten $\frac{pn'}{qn}$ der Reihe nach die ganzen Zahlen von $-\infty$ bis $+\infty$, so erhält man durch die zusammengehörigen Werthe von P und P' zwei conjugirte Punktreihen, von denen die Punkte P des ersten Mittels gleichweit, und zwar um die vordere Brennweite, von einander abstehen. Die Abstände der Punkte P' im letzten Mittel verändern sich selbstredend wie die reciproken Werthe der ganzen Zahlen.

Setzt man umgekehrt den Bruch $\frac{qn}{pn'}$, d. i. das Bildgröfsenverhältnifs vom letzten zum ersten Mittel gerechnet, gleich der Reihe der ganzen Zahlen, so erhält man *im letzten Medium* Punkte gleichen Abstandes (und zwar des Abstandes der hinteren Brennweite); im ersten Mittel verändern sich alsdann die Abstände der conjugirten Punkte umgekehrt wie die ganzen Zahlen.

Ferner erhält man zwei weitere, bemerkenswerthe Paare von Punktreihen, indem man nicht das Bildgröfsenverhältnifs, sondern das Zahlenverhältnifs $\frac{p}{q}$ oder $\frac{q}{p}$ von $-\infty$ bis $+\infty$ durch alle ganzen Zahlen wachsen läfst. Man erhält alsdann correspondirende Punktreihen auf der Axe mit durch ganze Zahlen ausgedrücktem Neigungsverhältnifs der durch diese Punkte in der Axe ein- und austretenden Strahlen. Auch hier sind die Punkte in einem der beiden Medien stets äquidistant. Jedoch gilt bezüglich des Längenabstandes gerade das Umgekehrte des Obigen. Setzt man nämlich für $\frac{p}{q}$ die Reihe der ganzen Zahlen, so erhält man *im ersten Mittel* Punkte, welche alle gleichweit, jedoch um *die hintere Brennweite* von einander abstehen. Wenn hingegen $\frac{q}{p}$ der Reihe nach die ganzen Zahlenwerthe annimmt, so resultiren *äquidistante Punkte im letzten Mittel*, deren constanter Abstand *die vordere Brennweite* ist.

Alle diese Punktpaare lassen sich, wenn man will, zu

geometrischen Constructionen verwerthen. Es hat jedoch kaum ein Interesse diefs an einem Beispiele zu erläutern.

Von Werth sind nur die *einfachsten* geometrischen Constructionen, welche sich als specielle Fälle der obigen Entwickelung nunmehr unmittelbar ergeben. Man setze für das Verhältnifs der Bildgröfse $\frac{pn'}{qn}$ die einfachsten Zahlenwerthe $\pm\infty$, ± 0, $+1$ oder -1, oder deren Producte mit dem Quotienten $\frac{n'}{n}$ in die Formeln (I) und (II), so ergeben sich folgende Punktpaare:

Verhältnifs der Bildgröfse vom ersten zum letzten Mittel gerechnet $\frac{pn'}{qn} =$	Verhältnifs der Neigungstangenten ein- und austretender Strahlen $\frac{q}{p} =$	Werth vor P	Werth von P'
$\pm\infty$	± 0	$\pm\infty$	$N' - \frac{n'}{k} g = F'$
± 0	$\pm\infty$	$N + \frac{n}{k} . l = F$	$\pm\infty$
$+1$	$+\frac{n'}{n}$	$N + \frac{n}{k}(l-1) = H_{+}$	$N' + \frac{n'}{k}(1-g) = H'_{+}$
-1	$-\frac{n'}{n}$	$N + \frac{n}{k}(l+1) = H_{-}$	$N' - \frac{n'}{k}(1+g) = H'_{-}$
$+\frac{n'}{n}$	$+1$	$N + \frac{n}{k}\left(l - \frac{n'}{n}\right) = K_{+}$	$N' + \frac{n'}{k}\left(\frac{n}{n'} - g\right) = K'_{+}$
$-\frac{n'}{n}$	-1	$N + \frac{n}{k}\left(l + \frac{n'}{n}\right) = K_{-}$	$N' - \frac{n'}{k}\left(\frac{n}{n'} + g\right) = K'_{-}$

Die auf diese Weise erhaltenen Punkte auf der Centrirungsaxe will ich insgesammt *Fundamentalpunkte* nennen. Dieselben sind specielle Glieder der oben besprochenen Punktreihen. Wie man sofort erkennt, so sind die Punkte

F und F' die bekannten Brennpunkte,

$\underset{+}{H}$ und $\underset{+}{H'}$ » » Hauptpunkte,

$\underset{+}{K}$ und $\underset{+}{K'}$ » » Knotenpunkte

des Systems. Die neuen Punktpaare $\underset{-}{H}$ und $\underset{-}{H'}$, ferner $\underset{-}{K}$ und $\underset{-}{K'}$ jedoch sind diejenigen conjugirten Punktpaare auf der Axe, welche die Eigenschaften der Haupt- und Knotenpunkte in negativem Sinne besitzen, wie diefs aus den Werthen des Bildgröfsen- und Neigungsverhältnisses zu ersehen ist. Aus diesem Grunde sind die Buchstaben H und K in beiden Fällen benutzt, und ist zur Unterscheidung das Zeichen $+$ oder $-$ unter dieselben gesetzt, welche Zeichen hier natürlich nur die Bedeutung eines Index haben. Auch wollen wir der Kürze halber die Namen »positive« und »negative« Haupt- und Knotenpunkte anwenden, wodurch jene vier Punktpaare am besten zu unterscheiden sind [1]). Je zwei Punkte eines und desselben Paares unterscheiden wir durch die Benennung »erster« und »zweiter« etc. Punkt.

Zur bequemen Uebersicht der Eigenschaften obiger zehn Fundamentalpunkte dient die Fig. 1 Taf. VI. In derselben sind ungefähr die Verhältnisse vorausgesetzt, wie sie beim menschlichen Auge stattfinden. Die Strahlen denke man sich von links nach rechts eintretend. Die sämmtlichen Punkte sind in der Fig. 1 Taf. VI so bezeichnet, wie ihre Abscissenwerthe in der Tabelle. Also bedeuten F und F' die Brennpunkte, $\underset{+}{H}$ und $\underset{+}{H'}$ die positiven (Gaufs'schen)

1) Von positiven oder negativen Punkten zu sprechen, ist zwar eine ungewöhnliche Licenz; allein der Leser wird dieselbe mit Rücksicht auf die angestrebte Kürze in der Bezeichnung entschuldigen.



Hauptpunkte; $\underset{+}{K}$ und $\underset{+}{K'}$ die (**Listing**'schen) Knotenpunkte. Aus der obigen tabellarischen Zusammenstellung zeigt sich, dafs die Abstände

$$F - \underset{-}{H} = \underset{+}{H} - F = F' - \underset{+}{K'} = \underset{-}{K'} - F' = -\frac{n}{k}$$

d. h. gleich der vorderen Brennweite, ferner, dafs

$$F - \underset{-}{K} = \underset{+}{K} - F = F' - \underset{+}{H'} = \underset{-}{H'} - F' = -\frac{n'}{k}$$

d. h. gleich der hinteren Brennweite sind. Man kann diefs auch so ausdrücken: Die negativen Hauptpunkte liegen symmetrisch zu den positiven Knotenpunkten, die negativen Knotenpunkte liegen symmetrisch zu den positiven Hauptpunkten. Die geometrischen Eigenschaften des ganzen Systems sind schnell zu übersehen. Wir denken uns durch alle 10 Fundamentalpunkte Ebenen senkrecht zur Axe gelegt und benennen diese Ebenen nach den 10 Punkten. Denken wir uns dann ein Bündel von Parallelstrahlen im ersten Mittel einfallend, so ist für jeden Strahl, welcher durch einen der 5 Punkte $\underset{-}{K}$, $\underset{-}{H}$, F, $\underset{+}{H}$, $\underset{+}{K}$ eintritt, der austretende Strahl des letzten Mittels sofort gegeben.

Der Strahl, welcher durch den ersten negativen Knotenpunkt $\underset{-}{K}$ Fig. 1 Taf. VI eintritt, gelangt nach der Brechung zum zweiten $\underset{-}{K'}$. Hierbei bilden, wie die obigen Formeln unschwer erkennen lassen, der ein- und austretende Strahl stets ein gleichschenkliges Dreieck über der Axe (in der Fig. $\underset{-}{K}\, m\, \underset{-}{K'}$), dessen Spitze m mitten zwischen die beiden positiven Hauptebenen fällt.

Ferner: denkt man sich in der ersten negativen Knotenebene eine Liniengröfse senkrecht zur Axe (z. B. t in der Fig. 1), so wird dieselbe bei $\underset{-}{K'}$ *umgekehrt* abgebildet und zwar so, dafs das Linearverhältnifs

$$t : t' = n' : n \text{ ist.}$$

Ein Strahl, welcher durch den ersten negativen Hauptpunkt $\underset{-}{H}$ eintritt, geht nach der Brechung durch den zweiten $\underset{-}{H'}$.

Hierbei ist aus den Formeln leicht zu erkennen, dafs die mit der Axe vor und nach der Brechung gebildeten spitzen Winkel (φ und φ' in der Figur 1) ihre Oeffnungen einander zuwenden, und dafs

$$\operatorname{tg}\varphi : \operatorname{tg}\varphi' = n' : n$$

Liniengröfsen, welche in der ersten negativen Hauptebene liegen, werden bei $\underline{H}'$ so abgebildet, dafs Object und Bild gleich grofs, aber umgekehrt sind (z. B. u und u' in der Fig. 1 Taf. VI). Die Eigenschaften der sechs übrigen Fundamentalpunkte sind bekannt und aus Fig. 1 ersichtlich. Alle Parallelstrahlen vereinigen sich natürlich in der zweiten Brennebene.

Es ist nun unmittelbar klar, dafs die optische Wirkung des brechenden Systemes auch vollständig gegeben ist, wenn wir nur die *negativen* Haupt- oder Knotenpunkte neben den Brennpunkten kennen, und dafs die Gaufs'sche Haupt- und die Listing'schen Knotenpunkte somit durch jene ersetzt werden können.

Als Beispiel gebe ich die Construction des Bildpunktes für einen gegebenen leuchtenden Punkt unter blofser Benutzung der Brennpunkte und der negativen Knotenpunkte.

Seyen also in Fig. 2 auf der Axe gegeben die Punkte $\underline{K}$, $\underline{K}'$ und F, F'. Zu dem gegebenen Leuchtpunkte a aufserhalb der Axe, im ersten Mittel soll der Bildpunkt a' im letzten Mittel gefunden werden.

Construction: Halbire den Abstand $\underline{K}\,\underline{K}'$, errichte das Loth ol, dann verbinde a mit $\underline{K}$ und verlängere bis zum Durchschnittspunkt m, verbinde m mit $\underline{K}'$. Ferner ziehe ae parallel zur Axe, verbinde e mit F, ziehe durch F' die Linie $F'i$ parallel zu eF; diese schneide den Strahl $m\underline{K}'$ in a', so ist a' das optische Bild von a. Die Richtigkeit dieser Construction wird ohne weitere Erläuterung einleuchtend, wenn man bedenkt, dafs der Abstand $\underline{K}F$ gleich der zweiten und $F'\underline{K}'$ gleich der ersten Brennweite ist, und dafs sich diese Brennweiten wie $n' : n$ verhalten.

Da fünf Paare von Fundamentalpunkten zur Verfügung stehen, so würden, wenn diese Paare zu je zweien als gegeben betrachtet werden, im Ganzen zehn verschiedene Constructionen für das optische Bild eines Punktes, oder überhaupt für optische Bilder denkbar seyn. Es führen jedoch nur sechs Combinationen zu sehr handlichen Constructionen, und zwar die Combinationen:

$\underset{+}{H}$ und $\underset{+}{H'}$ mit F und F'

$\underset{+}{K}$ » $\underset{+}{K'}$ » F » F'

$\underset{-}{H}$ » $\underset{-}{H'}$ » F » F'

$\underset{-}{K}$ » $\underset{-}{K'}$ » F » F'

$\underset{+}{H}$ » $\underset{+}{H'}$ » $\underset{-}{H}$ » $\underset{-}{H'}$

$\underset{+}{K}$ » $\underset{+}{K'}$ » $\underset{-}{K}$ » $\underset{-}{K'}$

Diese Combinationen führen alle zu höchst einfachen Constructionen. Die *allereinfachsten* geometrischen Constructionen, d. h. diejenigen, welche mit dem Zirkel und dem gewöhnlichen Lineal die mindeste Anzahl von Operationen voraussetzen, folgen aus den beiden letzten Combinationen, und zwar:

1) Ist *zu einem eintretenden Strahl* im ersten Mittel *der austretende* im letzten Mittel *zu construiren*, so betrachte man die vier Hauptpunkte als gegeben. Man hat alsdann (Fig. 3 Taf. VI) nur die Ordinaten des eintretenden Strahles bei $\underset{-}{H}$ und $\underset{+}{H}$ nach $\underset{-}{H'}$ und $\underset{+}{H'}$ mit dem Zirkel zu übertragen, und zwar $\underset{-}{H}a$ umgehrt nach $\underset{-}{H'}a'$, und $\underset{+}{H}e$ aufrecht nach $\underset{+}{H'}e'$, so ist die Verbindungslinie von e' bis a' der austretende Strahl.

2) Ist zu einem gegebenen *Leuchtpunkte a* (Fig. 4) *der Bildpunkt zu suchen*, so betrachte man die vier Knotenpunkte als gegeben. Man errichte auf dem Halbirungspunkte o der Strecke $\underset{-}{K}\underset{-}{K'}$ ein Loth, ziehe die Verbindungslinie $a\underset{-}{K}$ bis m, verbinde m mit $\underset{-}{K'}$; ferner verbinde man a mit $\underset{+}{K}$,

ziehe $\underset{+}{K'}i$ parallel zu $a\underset{+}{K}$, so ist der Durchschnittspunkt a' der gesuchte Bildpunkt. Diese beiden Constructionen sind namentlich dann zu empfehlen, wenn es sich darum handelt, rasch sehr viele Bildpunkte oder Bildlinien in einer Zeichnung zu construiren.

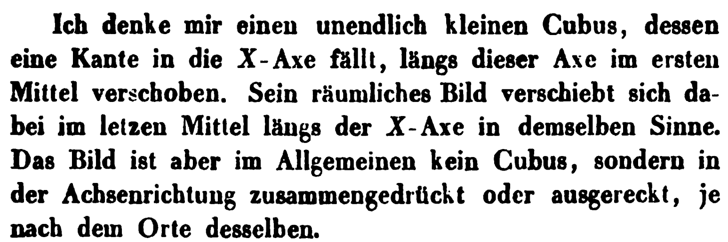
Die vorangegangenen Betrachtungen dürften zur Genüge zeigen, dafs, obwohl ein brechendes System von Kugelflächen allerdings durch die Kenntnifs der Gaufs'schen Haupt- und Brennpunkte optisch definirt ist, der mathematischen Vollständigkeit halber die übrigen Fundamentalpunkte als gleichberechtigte in einer übersichtlichen Darstellung des Problems Erwähnung finden müssen. Uebrigens ist es sehr leicht, wenn man die Gaufs'schen Hauptpunkte des brechenden Systems als bereits bekannt voraussetzt, die negativen Haupt- und Knotenpunkte und ihre Eigenschaften *hinterher auch auf höchst einfachem, selbst geometrischem Wege* abzuleiten.

Endlich bedarf es kaum der Erwähnung, dafs bei *Linsensystemen in Luft*, in welchem Falle $n = n'$, also die beiden Brennweiten gleich werden, die Punktreihen für einfaches Bildgröfsenverhältnifs zusammenfallen mit den Punktreihen für einfaches Neigungsverhältnifs der ein- und austretenden Strahlen. Es gibt daher nur sechs Fundamentalpunkte, da die Haupt- und Knotenpunkte beider Art zusammenfallen. Möbius hat bekanntlich die Linsenreihen in Luft ausführlich behandelt.

§. 3.

Die Verzerrung bei der Abbildung körperlicher Objecte.

Die zehn Fundamentalpunkte, welche für den allgemeinsten Fall eines brechenden Systems im Vorhergehenden unterschieden wurden, zeigen sich auch als wichtig bei der Betrachtung über die Verzerrung, welche ein Gegenstand von *räumlicher* Ausdehnung bei seiner Abbildung in der Richtung der Axe erfährt.



Ich denke mir einen unendlich kleinen Cubus, dessen eine Kante in die X-Axe fällt, längs dieser Axe im ersten Mittel verschoben. Sein räumliches Bild verschiebt sich dabei im letzen Mittel längs der X-Axe in demselben Sinne. Das Bild ist aber im Allgemeinen kein Cubus, sondern in der Achsenrichtung zusammengedrückt oder ausgereckt, je nach dem Orte desselben.

Befindet sich der abzubildende Cubus im ersten Mittel an der Stelle $x = P$, so geschieht die Abbildung seiner senkrecht zur Axe stehenden Kanten bei $x = P'$ offenbar in demjenigen Verhältnifs, welches wir oben das Bildgröfsenverhältnifs vom ersten zum letzten Mittel

$$v = \frac{pn'}{qn} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

nannten. Dieses Verhältnifs kann jeden Werth von $-\infty$ bis $+\infty$ annehmen, da wir ja für alle Werthe desselben reelle Werthe für P und P' erhalten. Wir wollen nunmehr dieses Verhältnifs bei der Abbildung unendlich kleiner Raumgebilde das *Bildgröfsenverhältnifs der Querdimensionen* nennen. *Tiefendimensionen* seyen diejenigen Dimensionen unendlich kleiner Raumgebilde, welche parallel zur Axe der X gemessen worden. (Diese Benennungen sind den Vorstellungen des Sehens mit dem Auge oder den optischen Instrumenten entnommen). Die Tiefendimension wird nun bei unserem Cubus im Allgemeinen in anderem Gröfsenverhältnifs abgebildet, als die Querdimensionen.

Offenbar müssen die Endpunkte der in der X-Axe liegenden Kanten der beiden conjugirten kleinen Raumfiguren selbst paarweise conjugirte Punkte seyn. Das Verhältnifs dieser Dimensionen erhalten wir also durch Vergleichung der zusammengehörigen Incremente von P und P'. Nun ist, da wir in §. 1 den Werth v als unvariabel betrachteten, nach Gleichungen (I) und (II) daselbst

$$\partial P = -\frac{n}{k} \cdot \partial v$$

$$\partial P' = -\frac{n'}{k} \cdot \frac{\partial v}{v^2}$$

Also ist das *Bildgröfsenverhältnifs der Tiefendimensionen* der beiden Raumgebilde vom ersten zum letzten Mittel gerechnet:

$$\frac{\partial P}{\partial P'} = \frac{n}{n'} \cdot v^2 \quad \ldots\ldots \quad (22).$$

Dieses Verhältnifs kann, wie man sieht, nur positiv seyn, also können Tiefendimensionen nur *aufrecht*, d. h. in demselben Sinne abgebildet werden. Was hier von der Abbildung eines unendlich kleinen Cubus gesagt wurde, gilt natürlich von jeder kleinen Raumfigur.

Man kann nun leicht das Bildgröfsenverhältnifs der Quer- und Tiefendimensionen bei Object und Bild vergleichen, und erhält dadurch einen einfachen Ausdruck für die räumliche Verzerrung. Nennen wir den Quotienten aus dem Bildgröfsenverhältnifs der Tiefendimensionen getheilt durch das Bildgröfsenverhältnifs der Querdimensionen vom ersten zum letzten Mittel das *Verhältnifs der räumlichen Verzerrung*, so findet sich dieses

$$W = \frac{\frac{\partial P}{\partial P'}}{v} = \frac{n}{n'} \cdot v = \frac{p}{q}.$$

Wir sehen also, dafs das Zahlenverhältnifs $\frac{p}{q}$ noch eine zweite Bedeutung hat. Es ergiebt sich durch Vergleich mit §. 1 der Satz: »Das Verhältnifs der räumlichen Verzerrung in conjugirten Orten der Axe ist der reciproke Werth des Neigungsverhältnisses der durch diese Orte ein- und austretenden Strahlen.«

Ermittelt man nun die räumliche Verzerrung in den Fundamentalpunkten, so finden sich für W folgende Werthe:

1) Dieser Ausdruck ist nichts Anderes, als die Tiefenvergröfserung bezogen auf die Einheit der Quervergröfserung.

conjugirte Punkte	räumliche Verzerrung
$\pm\infty$ und F'	$\pm\infty$
F „ $\pm\infty$	± 0
H_+ „ H_+	$+\frac{n}{n'}$
H_- „ H'_-	$-\frac{n}{n'}$
K_+ „ K'_+	$+1$
K_- „ K'_-	-1

Man sieht, *dafs nur in den vier Knotenpunkten* (oder Knotenebenen) *alle Dimensionen kleiner Raumfiguren in gleichem Verhältnifs abgebildet werden*, und zwar findet hierbei der bemerkenswerthe Unterschied statt, dafs in den negativen Knotenpunkten die Tiefendimensionen des optischen Bildes aufrecht, die Querdimensionen umgekehrt stehen.

Nur in den positiven (Listing'schen) *Knotenpunkten findet eine solche Abbildung von beliebigen, unendlich kleinen Raumgebilden statt, dafs das optische Bild dem Gegenstande wirklich geometrisch ähnlich und ähnlich liegend ist nach allen Dimensionen.* Zum Schlusse brauche ich wohl kaum zu bemerken, dafs auch die eben besprochenen Verhältnisse der räumlichen Verzerrung auf rein geometrischem Wege demonstrirt werden können.

Graz, den 24. Dezember 1870.

III. *Ueber elektromagnetische Tragkraft; von A. v. Waltenhofen in Prag.*

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. Sitzungsber. d. Wiener Akad.)

Die bisherigen Untersuchungen über die Tragkraft von hufeisenförmigen Elektromagneten haben zu ganz widersprechenden Resultaten geführt. Man fand die Tragkräfte bald in demselben Verhältnisse wie die Stromstärken, bald in einem kleineren, bald wieder in einem gröfseren Verhältnisse wachsen.

Eine proportionale Zunahme ergiebt sich z. B., wie Jacobi gezeigt hat, aus den Versuchen Dal Negro und auch aus einigen Versuchen von Jacobi selbst. Aehnliches fand Fechner. Dagegen fanden Lenz und Jacobi bei Anwendung von abgerundeten Ankern eine etwas raschere Zunahme der Tragkraft, womit auch Dub's Beobachtungen übereinstimmen, — bei anderen Versuchen mit ebenen Ankern jedoch ein Zurückbleiben der Tragkraft hinter der Stromstärke. Dieses letztere Verhalten beobachtete auch Müller und Poggendorff, und zwar in sehr hohem Grade. — Dub, welcher ein solches Zurückbleiben der Tragkräfte bei seinen Versuchen nur an einem dünnen Hufeisen beobachtete, behauptet: dafs die Tragkraft in einem Verhältnisse wachse, welches zwischen dem einfachen und quadratischen liegt, jedoch näher dem letzteren [1]).

Die widersprechenden Resultate anderer Experimentatoren, welche eine geringere Zunahme der Tragkraft fanden, namentlich die von Dal Negro, Fechner, Müller und Poggendorff beobachteten Verhältnisse, glaubt Dub durch die Annahme erklären zu können: die bei diesen Versuchen benutzten Magnete seyen gegenüber den in Anwendung

1) Eine Uebersicht der bisherigen Untersuchungen über die Tragkraft von hufeisenförmigen Elektromagneten findet man in Dub, »Elektromagnetismus« S. 137 bis 143 und in Wiedemann, »Galvanismus und Elektromagnetismus« Bd. 2 S. 402 bis 416.



gebrachten Stromstärken von so kleinen Dimensionen gewesen, dafs »Sättigung eingetreten ist,« — eine Annahme, die wohl dahin gestellt bleiben mufs, da nirgends die Daten angegeben sind, aus welche sich ermitteln liefse, welche Sättigungsgrade die besagten Magnete bei jenen Versuchen thatsächlich erreicht haben.

Unter dem »*Eintreten der Sättigung*«, wenn diefs nicht eine ganz vage Bezeichnung seyn soll, kann hier wohl nichts anderes verstanden werden als eine Magnetisirung, welche im Vergleiche mit der erzeugenden Stromstärke bereits hinter der dem Lenz-Jacobi'schen Gesetze entsprechenden Proportionalität zurückgeblieaen ist. In der That gebraucht Dub obigen Ausdruck stets in diesem Sinne.

Diefs vorausgesetzt, kann die obige von Dub aufgestellte und meines Wissens ziemlich allgemein angenommene Behauptung über das Wachsen der Tragkraft keinen anderen Sinn haben als:

»*So lange Ströme angewendet werden, mit welchen die im nicht verankerten Hufeisen erzeugten Magnetismen proportional bleiben, wachsen die Tragkräfte rascher als jene Ströme.*«

Denn, wollte man den Zustand vor eintretender Sättigung in dem bisher nirgends angewendeten Sinne auffassen, dafs die im *verankerten* Hufeisen erregten Magnetismen den angewendeten Stromstärken proportional wären, so würde einerseits der Satz: dafs in diesem Falle die Tragkraft rascher als die Stromstärke wächst, eine ganz selbstverständliche nothwendige Folgerung seyn, die gar keines Beweises mehr bedürfte, — anderseits aber auch gar keinen Werth haben, weil man eben nicht weifs, ob überhaupt jemals innerhalb mefsbarer Gränzen eine solche Proportionalität stattfindet, vielmehr Poggendorff's Versuche [1]) über das totale Moment eines verankerten Magneten *nur* ein Zurückbleiben desselben hinter den Stromstärken constatirt und somit den fraglichen Zustand vor eintretender Sättigung *in diesem* Sinne als nicht existirend herausgestellt haben.

1) Pogg. Ann. Bd. 85 (Siehe Wiedemann, II, 401).

Nimmt man aber das oben erwähnte Gesetz der Tragkraft in dem angegebenen einzig zulässigen Sinne, *so steht es mit sorgfältigen und zahlreichen Versuchen, welche ich darüber angestellt habe, im entschiedensten Widerspruche.*

Diese Versuche, welche Gegenstand der vorliegenden Abhandlung sind, dürften insofern großes Gewicht haben, weil bei jedem derselben der durch den magnetisirenden Strom hervorgebrachte Sättigungsgrad im nicht verankerten Magnet direct und genau gemessen worden ist, so daſs darüber gar kein Zweifel obwalten kann, während die bisherigen Versuche über die dabei angewendeten Sättigungsgrade gar keinen Aufschluſs geben, weſshalb denn auch alle unter dieſsbezüglichen Voraussetzungen daraus abgeleiteten Schluſsfolgerungen — da diese Voraussetzungen eben nicht constatirt werden können — als auf unbewiesenen Annahmen beruhend, ganz unzuverlässig sind.

Der Apparat, dessen ich mich bei meinen Versuchen bediente, bestand aus folgenden Theilen:

1. Die Vorrichtung zur Messung der Tragkräfte. Dieselbe ist Fig 8 Taf. VI abgebildet. Im unteren Theile eines rahmenförmigen hölzernen Gestelles ist der untersuchte Elektromagnet mit aufwärts gekehrten Schenkeln befestigt. Sein Eisenkern ist ein, soweit die Magnetisirungsspirale reicht, fast halbkreisförmiger zusammengebogener runder Stab von 181^{mm} Länge und 10^{mm} Durchmesser und wiegt 116,39 Grammen. Diesen Eisenkern umgiebt eine dicht anliegende Spirale von 52 Windungen eines 2^{mm} dicken, gut übersponnenen Kupferdrahtes. Ein zweiter genau eben solcher Elektromagnet diente als Anker, und zwar entweder:

A. Im nicht magnetisirten Zustande, das heiſst in der Weise, daſs seine Spirale unbenutzt blieb, oder

B. in der Art, daſs derselbe Strom sowohl durch die Windungen des fixen Elektromagnets als auch durch jene des eben besagten Ankers geleitet wurde und er somit beide genau gleich magnetisirte, wobei die Drahtverbindung selbstverständlich so angeordnet war, daſs die ungleichnamigen Pole übereinander kamen.

C. Aufserdem war beim Apparate noch ein dritter Anker, bestehend aus einem Stücke weichen Eisens von beiläufig 133^{mm} Länge, 44^{mm} Breite, 10^{mm} Dicke und 500,4 Grammen Gewicht. Die für die ebenen Polflächen des Elektromagnets bestimmte Seite dieses Ankers ist halbcylindrisch abgerundet, während der andere Anker, sowie der fixe Elektromagnet, ebene Berührungsflächen hat.

Der bei den betreffenden Versuchen benutzte Anker wurde, wie aus der Abbilung ersichtlich, an eine Federwaage gehängt, die selbst wieder an einer einfachen Aufzugsvorrichtung hängt. Eine starke Saite nämlich, an deren einem Ende die Federwaage befestigt ist, läuft zunächst über eine fixe Rolle am oberen Querbalken des Gestelles und ist mit ihrem anderen Ende an der Peripherie einer an demselben Querbalken befindlichen zweiten Rolle festgemacht, die mittelst einer in der Richtung eines Radius angebrachten Handhabe gedreht werden kann. Diese zweite Rolle ist übrigens, wie die Abbildung zeigt, auch noch mit einer Verzahnung versehen, welche ihre Arretirung mittelst eines Sperrhakens gestattet, wovon übrigens in den meisten Fällen kein Gebrauch gemacht wurde, indem dieser Sperrhaken in der Regel ausgerückt blieb.

Bei diesem Apparate konnte man nun, sobald der Anker angezogen war, mit einer bequem und sicher auszuführenden Handbewegung an der Kurbel, die Federwaage beliebig langsam spannen und den Gang des Zeigers dabei verfolgend die Spannung ablesen, bei welcher das Abreifsen des Ankers erfolgte.

2. Der Apparat zur Bestimmung des Sättigungsgrades des Elektromagnets. Zu diesem Zwecke benutzte ich meinen in der Abhandlung »Ueber die Coërcitivkraft verschiedener Stahlsorten« (im 121. Bande dieser Annalen) beschriebenen und seither auch bei anderen Untersuchungen vielfach verwendeten magnetischen Mefsapparat in der Fig. 9 Taf. VI dargestellten Anordnung. In einem der beiden Schlitten — westlich von der Bussole — befand sich in senkrechter Lage zum magnetischen Meridian *ein gerader*

Elektromagnet, der, sowohl was den Eisenkern als auch was die Spirale betrifft, auf das Genauste mit dem oben beschriebenen Elektromagnet übereinstimmt, mit dem einzigen Unterschiede, dafs eben der eine gebogen, der andere aber gerade ist. Oestlich von der Bussole befand sich eine gleiche Spirale wie bei dem soeben beschriebenen geraden Elektromagnet, aber *ohne* Eisenkern, zur Vermeidung von Biegungen jedoch mit einem eingeschobenen Holzstäbchen von gleicher Gröfse versehen, welches in der Zeichnung weggelassen ist. Beide Spiralen waren so eingestellt und verbunden, dafs sich ihre Wirkungen auf die Nadel vollkommen aufhoben, was vor jeder Versuchsreihe, nach vorläufiger Entfernung des Eisenstabes, mit den gröfsten verfügbaren Stromstärken sorgfältig geprüpft wurde. Hatte man alsdann den Eisenstab wieder eingeschoben, so zeigte die Bussole lediglich die vom Stabe bewirkten Ablenkungen an, aus welchen sofort auch die den angewendeten Stromstärken entsprechenden Sättigungsgrade des geraden und des gleichzeitig in dieselbe Stromleitung eingeschalteten hufeisenförmigen Elektromagnets (diesen letzteren als nicht verankert angenommen) berechnet werden konnten [1]).

Zum Behufe dieser Rechnungen war die Horizontalintensität des Erdmagnetismus am Aufstellungsorte dieses Apparates zuvor mit einem Lamont'schen Theodolith wiederholt gemessen und (in dem nicht eisenfreien Locale) = 1,725 gefunden worden. Der Abstand der Mitte des Stabes von der Axe der Bussole betrug 593,5 Millim.

Die mehrfach erwähnte Bussole ist eine besonders sorgfältig gearbeitete, mit einer Balkennadel mit Achathütchen versehene Mefstischbussole.

1) Gleichwohl wird im Allgemeinen, wenn man sich einen geraden Elektromagnet zu einem Hufeisen zusammengebogen denkt, diese Formänderung in Folge der Wechselwirkung beider Schenkel eine etwas veränderte magnetische Erregung bedingen; doch kann dieselbe im vorliegenden Falle bei der verhältnifsmäfsig grofsen Entfernung beider Schenkel keinen irgend erheblichen Einflufs auf den hier in Rede stehenden Sättigungsgrad haben.



3. Die zur Erzeugung, Messung, Regulirung und Umkehrung des Stromes dienenden Instrumente und Geräthschaften.

Als Stromquelle diente eine Kohlenbatterie, welche bei den zulässigen Widerstandsänderungen eine Steigerung der Stromstärke bis zu etwa 250 chemischen Einheiten gestattete, welche Stromstärke eben erforderlich war, um den Eisenkern bis zu 50 Proc. der absoluten Sättigung zu bringen.

Zum Messen der Stromstärke dienten abwechselnd zwei Gaugain'sche Tangentenbussolen, bei welchen sich für die Reductionscoëfficienten der Ablenkungstangenten auf chemisches Maafs beziehungsweise die Zahlen 4,43 und 40,81 ergeben hatten.

Zur Regulirung des Stromes waren eine Siemens'sche Widerstandsscale und ein Schrauben-Rheostat nach Poggendorff (mit Serpentinwalze) in Verwendung.

Zur Umkehrung und Unterbrechung des Stromes diente ein Pohl'sches Gyrotrop, aus Quecksilbernäpfen und dicken Drahtbügeln gebildet.

Die einzelnen Theile des beschriebenen Apparates waren so aufgestellt und verbunden, dafs weder der Hufeisenmagnet noch die Leitungsdrähte eine störende Wirkung auf die beiden Bussolen üben konnten und dafs die Bussole des magnetischen Mefsapparates auch keine Störung von Seite der Tangentenbussole erfuhr. Doch wäre die Entfernung dieser beiden Instrumente zu gering gewesen, um auch eine störende Wirkung des geraden Elektromagnets auf die Tangentenbussole zu verhindern, weshalb der Eisenkern vor jeder Ablesung an der Tangentenbussole aus seiner Spirale (welche für sich allein nicht mehr auf die Tangentenbussole wirkte) entfernt werden mufste, nachdem zuvor seine Wirkung auf die Mefstischbussole an dieser abgelesen worden war. Diefs geschah für jede Stromstärke zweimal, nämlich bei gewechselter Stromrichtung, und sind daher die nachstehend angeführten Ablenkungswinkel an beiden Bussolen immer die Mittel aus je zwei bei entgegengesetzter

Stromrichtung gemachten Ablesungen. Bei jeder Stromrichtung wurden mindestens zwei Tragkraftbestimmungen gemacht, also mindestens vier bei jeder Stromstärke, deren Mittel die nachstehend angegebenen Tragkräfte sind.

In solcher Weise wurden mehrere Versuchsreihen ausgeführt, so dafs endlich fast für jede einzelne oder doch nicht viel verschiedene Stromstärken mehrere Tragkraftbestimmungen vorlagen, von welchen jedoch immer diejenige, welche den gröfsten Werth ergab, als die richtigste angesehen und bei der graphischen Darstellung (Fig. 10 Taf. VI) der Versuchsresultate zu Grunde gelegt wurde. Es ist nämlich bei magnetischen Tragkraftsbestimmungen allgemein üblich und auch ganz gerechtfertigt nach diesem Grundsatze vorzugehen, indem man wohl annehmen mufs, dafs dort, wo bei Anwendung gleicher Stromstärken verschiedene Tragkräfte sich ergaben, die kleineren durch ungünstige Stellung des Ankers beim Abreifsen herbeigeführt worden sind.

Die in der Rubrik α stehenden Zahlen sind die Ablenkungen an der Tangentenbussole, und es bedeutet die beigefügte römische Zahl das bei dem betreffenden Versuche benutzte Instrument, nämlich I jenes mit dem gröfseren; II jenes mit dem kleineren Reductionsfactor.

Unter s sind die Stromstärken nach chemischem Maafse angeführt.

Unter β kommen die vom geraden Elektromagnete bewirkten Ablenkungen an der Mefstischbussole vor und unter p die entsprechenden Sättigungsgrade in Procenten, wobei ein Moment von 2100 absoluten Einheiten per Milligramm als Gränze der Magnetisirbarkeit angenommen war[1]). Die mit V überschriebenen Zahlen sind die Verhältnifszahlen dieser Sättigungsgrade unter sich, wobei die kleinste bei meinen Versuchen vorgekommene Sättigung von 3,01 Proc. als Einheit zu Grunde liegt. Die Quotienten $\frac{V}{s}$ lassen die

1) Siehe meine hierauf bezügliche Abhandlung. Diese Annalen Bd. 137.



Proportionalität zwischen Magnetismus und Stromstärke erkennen.

Unter T endlich sind die Tragkräfte in Kilogrammen verzeichnet. Sie sind an der von 2 bis 20 Kilogramm hergestellten und von Zeit zu Zeit revidirten empirischen Scale der Federwaage abgelesen, oder vielmehr die oben näher bezeichneten Mittelwerthe dieser Ablesungen.

Mit jedem der drei Anker A, B und C wurden Versuche gemacht und ich lasse die Ergebnisse derselben nur der Reihe nach folgen[1]).

Anker *A*.

No.	α		s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
1	II	74° 48′	16,29	2° 22′	3,01	1,97	0,194	1,00
2	II	81 3	28,11	4 22	5,57	4,17	0,198	1,85
3	II	82 51	35,29	5 19	6,79	4,92	0,192	2,25
4	II	84 27	45,55	6 58	8,91	6,27	0,196	2,96
5	I	65 27	89,35	13 42	17,78	10,27	0,199	5,90
6	II	87 23	96,86	14 35	18,98	10,27	0,196	6,30
7	II	88 3	130,01	18 49	24,85	11,37	0,191	8,24
8	I	77 48	188,77	27 42	38,29	14,02	0,203	12,70
9	I	80 36	246,53	35 10	51,39	14,42	0,208	17,05
10	I	80 42	249,23	35 33	52,12	14,42	0,209	17,29

Anker *B*.

No.	α		s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
1	II	74° 34′	16,03	2° 26′	3,10	5,37	0,193	1,02
2	II	83 15	37,40	5 36	7,15	8,97	0,191	2,37
3	II	84 27	45,55	6 50	8,74	10,27	0,192	2,90
4	II	87 13	91,05	13 34	17,60	13,87	0,193	5,84
5	I	80 12	236,28	34 18	49,75	16,24	0,211	16,51

1) Selbstverständlich wurde von der an der Federwaage abgelesenen Tragkraft überall das Gewicht des betreffenden Ankers, nämlich 0,2313 Klg. für A oder B und 0,5004 Klg. für C in Abzug gebracht.

Anker *C*.

No.	α		s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
1	1	21° 15′	15,87	2° 36′	3,31	3,75	0,209	1,10
2	1	33 49	27,34	4 22	5,57	6,15	0,204	1,85
3	1	42 27	37,33	6 21	8,12	7,35	0,217	2,69
4	1	55 45	59,95	10 0	12,86	9,90	0,215	4,27
5	1	57 0	62,85	10 30	13,52	10,90	0,215	4,48
6	1	68 0	101,02	16 45	21,95	12,82	0,217	7,28
7	1	75 57	163,09	25 55	35,44	14,50	0,217	11,76
8	1	79 12	213,95	32 21	46,20	15,50	0,216	15,33

Mit dem Anker *A* war eine gröfsere Anzahl von Versuchen gemacht worden, von welchen in obiger Tabelle diejenigen zusammengesetzt sind, welche die relativ gröfsten Tragkräfte ergaben. Die übrigen, welche übrigens unter sich ebenfalls einen ziemlich regelmäfsigen Verlauf zeigen, enthält die nachstehende Tabelle.

Anker *A*.

No.	α		s	β	p	T	$\frac{p}{s}$	V
11	1	30° 39′	24,18	4° 16′	5,44	3,27	0,225	1,80
12	1	45 27	41,46	6 45	8,63	5,27	0,208	2,86
13	1	52 6	52,43	7 45	9,93	6,07	0,189	3,29
14	1	55 0	58,29	9 45	12,53	6,72	0,215	4,16
15	1	61 21	74,70	12 24	16,04	7,57	0,215	5,32
16	1	68 6	101,53	16 42	21,88	9,02	0,216	7,26
17	1	72 0	125,61	20 30	27,27	10,52	0,217	9,05
18	1	78 57	208,99	30 30	42,96	12,67	0,206	14,25
19	1	80 36	246,53	35 12	51,45	13,22	0,209	17,07

Einen besseren Ueberblick der Resultate gewährt die Fig. 10 Taf. VI beigefügte graphische Darstellung der in den drei ersten Tabellen angeführten Tragkraftsbestimmung, wobei die Sättigungsprocente als Abscissen und die Tragkräfte in Kilogrammen als Ordinaten aufgetragen sind.

Die Curve für den Anker *C* verläuft zwischen jenen für den nicht magnetisirten Hufeisenanker. Alle drei Curven zeigen eine ziemlich rasche Convergenz gegen eine zur

Abscissenaxe parallele Asymptote, welche einem Tragkraftsmaximum von 18 Kilogrammen entsprechen dürfte.

Man sieht, dafs die beobachteten Tragkräfte diesem Maximum schon bei einer Stromstärke ziemlich nahe kommen, welche im nicht verankerten Magnet erst ungefähr die halbe Sättigung erzeugt. Ein rascheres Anwachsen der Tragkraft im Vergleiche mit der Stromstärke ist nur bei viel kleineren Sättigungsgraden beobachtet worden, nämlich beim Anker *A* bei Tragkräften zwischen 2 und 4 Kilogrammen, welche Sättigungsgraden von etwa 3 bis 5 Proc. im nicht verankerten Magnet entsprechen und etwa dem 26fachen Gewichte des Magnets gleichkommen. Es ist daher sehr erklärlich, wenn Dub [1]) z. B. bei seinen Versuchen mit einem Hufeisenmagnet von 1 Zoll Schenkeldurchmesser und 6 Zoll Schenkellänge bis zur Tragkraft von 68 Pfunden eine raschere Zunahme der Tragkräfte im Vergleiche mit den Stromstärken erhalten hat. Diese Tragkraft von 68 Pfd. beträgt nämlich (wenn die ganze Länge des ausgestreckten Hufeisens zu etwa 18 Zollen gerechnet wird) beiläufig nur das 17fache vom Gewichte des Magnets und läfst daher mit grofser Wahrscheinlichkeit einen noch viel geringeren Sättigungsgrad voraussetzen als im soeben besprochenen Falle, nämlich von ungefähr 4 Proc. im nicht verankerten Hufeisen. Im Bereiche so geringer Sättigungsgrade wächst aber auch der *freie* Magnetismus eines Eisenstabes noch in einem rascheren Verhältnisse als die Stromstärken [2]). Damit soll

1) »Elektromagnetismus« S. 141.

2) Ich will hier beispielsweise einen Versuch dieser Art anführen mit einem Eisenstabe, an welchem ich diese Anomalie in einem ungewöhnlich hohen Grade beobachtet habe. Ein 103mm langer und 20mm dicker Cylinder wurde magnetisirt in einer eng anschliefsenden 91mm langen Spirale mit 4 Lagen von je 24 Windungen eines 3mm dicken Kupferdrahtes. Derselbe zeigte bei den in der Rubrik x angeführten Stromstärken (deren Einheit ungefähr 9 chemische Stromeinheiten betrug) die in der Rubrik y beigefügten Magnetismen (in Millionen von absoluten Einheiten ausgedrückt).

x	1	2	3	4	5	6	7
y	6,02	12,97	21,37	31,67	42,32	52,99	64,82

Man sieht hieraus, dafs der erregte Magnetismus beinahe im Ver-

übrigens nicht gesagt seyn, dafs hierin die einzige Ursache für die innerhalb gewisser Gränzen beobachtete raschere Zunahme der Tragkräfte liege, denn offenbar kommt hier auch noch die Rückwirkung des Ankers in Betracht, deren Antheil an der magnetischen Erregung des geschlossenen Hufeisens jedoch mit zunehmender Sättigung sehr rasch abnehmen mufs.

In der That ist eine raschere Zunahme der Tragkraft im Vergleiche mit der Stromstärke durch die Versuche von Dub und von mir nur für sehr geringe Magnetisirungen constatirt, und in dieser aber auch nur in dieser Einschränkung findet sie auch in dem oben Gesagten ihre ganz befriedigende Erklärung.

Eine Tragkraftszunahme aber im *quadratischen* Verhältnisse der Stromstärke, zu deren Voraussetzung ein nicht ganz richtiges Raisonnement bisweilen geführt hat, ist meines Wissens niemals beobachtet worden und wäre auch nur innerhalb sehr enger Gränzen möglich.

Dazu würde nämlich erforderlich seyn, dafs auch der im *geschlossenen* Hufeisen und Anker erregte Magnetismus proportional den successive angewendeten Stromstärken anwachse, was aber nur bei so äufserst geringen Magnetisirungen denkbar ist, bei welchen sichere Tragkraftsbestimmungen kaum ausführbar seyn dürften.

Aber nicht nur bei der Berührung zwischen Magnet und Anker, wie sie bei Tragkraftsbestimmungen stattfindet, sondern auch bei der »Anziehung« durch ein dünnes Diaphragma kann jene Proportionalität der in Wechselwirkung stehenden Magnetismen des Hufeisens und Ankers mit der Stromstärke und somit auch die dadurch bedingte Proportionalität der Anziehung mit dem Quadrate der Stromstärke

hältnisse 1 zu 11 wuchs, während die Stromstärke auf das 7fache gesteigert wurde. Es mag hierbei noch bemerkt werden, dafs dieser Stab, welchem vermöge seines Gewichtes ein magnetisches Maximum $= 519$ entspricht, bei der Stromstärke $x = 3$ eine Sättigung von ungefähr 4 Proc. hatte.

nur eine sehr beschränkte seyn. In der That hat Dub bei einem Hufeisen von 6 Zoll Schenkellänge und ½ Zoll Schenkeldurchmesser schon bei nicht sehr starken Strömen Abweichungen von diesem Gesetze erreicht [1]).

Wie rasch die magnetische Sättigung durch die Rückwirkung des Ankers (bei der unmittelbaren Berührung) gesteigert wird, läfst sich an einem speciellen Falle, den meine Versuche darbieten, nachweisen.

Einem Häcker'schen Stahlmagnet vom Gewichte (116 Gr.) meines Elektromagnets entspricht nach der (für Grammen umgerechneten) Häcker'schen Formel

$$T = 103{,}33\,P^{\frac{2}{3}}$$

eine Tragkraft von 2,46 Kilogrammen, während seine Sättigung bei vorgelegtem Anker mit 400 absoluten Einheiten per Milligramm (d. i. etwa 20 Proc.) gewifs nicht zu hoch angenommen ist, wenn man erwägt, dafs ungefähr dieser Sättigungsgrad bei kleinen Stahlmagneten schon im nicht verankerten Zustande erreichbar ist [2]). Ungefähr dieselbe Sättigung wird also auch ein Elektromagnet haben müssen, um eine gleiche Tragkraft von 2,46 Kilogrammen zu äufsern. Erwägt man nun, dafs mein Elektromagnet die Tragkräfte 1,97 und 4,17 bei Stromstärken hatte, welche im nicht verankerten Magnet beziehungsweise die Sättigungsgrade von 3,01 und 5,57 Proc. erzeugten, dafs er also — wie man durch Interpolation findet — jene Tragkraft 2,46 bei einer Stromstärke haben würde, welche im nicht verankerten

1) »Elektromagnetismus« S. 132.

2) Nach W. Weber kann man bei einem sehr starken Stahlmagnet 400 absolute Einheiten auf 1 Milligramm Stahl rechnen. Doch scheint der erreichbare permanente Sättigungsgrad nach meinen Erfahrungen in hohem Grade von der Gröfse und Form des Querschnittes abhängig zu seyn; denn während es mir z. B. gelungen ist ein cylindrisches Stäbchen aus glashartem Wolframstahl von 6^{mm} Durchmesser bis auf nahe 470 Einheiten per Milligramm bleibend zu magnetisiren, fand ich bei zwei Haarlemer Magnetstäben von Querschnitte $(17)^2$ Quadratmillimeter (bei etwa 100^{mm} Länge) Momente von nur 40 bis 50 Einheiten per Milligramm.

Magnet eine Sättigung von 3,5 Proc. hervorbringt, *so folgt hieraus, dafs dieser Sättigungsgrad durch das Vorlegen des Ankers auf den nahezu 6fachen Betrag (von 20 Proc.) gesteigert werden mufs.*

Demnach erscheint auch das Ergebnifs meiner Versuche ganz erklärbar, dafs nämlich die Tragkräfte nur bei sehr geringen Magnetisirungen rascher wachsen als die Stromstärken, und sehr bald hinter der innerhalb enger Gränzen stattfindenden Proportionalität zurückbleiben, und zwar in der Art, *dafs Tragkräfte, welche dem Maximum schon ziemlich nahe kommen, schon bei Stromstärken erreicht werden, für welche das Lenz-Jacobi'sche Gesetz für den nicht verankerten Magnet noch in voller Geltung ist.* In der That zeigen meine Versuche mit dem Anker *C* eine Tragkraft (15,5) von 86 Proc. des Minimums (18) schon bei einer Stromstärke, welche im nicht verankerten Magnet nur eine Sättigung von 46 Proc. hervorzubringen vermag und für welche das Lenz-Jacobi'sche Gesetz noch vollkommen zutrifft.

Die widersprechenden Resultate verschiedener Beobachter, welche für die Tragkräfte bald ein mit den Stromstärken proportionales, bald ein rascheres, bald wieder ein langsameres Wachsen herausgestellt haben, erklären sich also einfach in der Weise, dafs jedes dieser drei Gesetze innerhalb gewisser Gränzen Geltung hat, nach Maafsgabe des bereits erreichten Sättigungsgrades.

In dem Berichte über die neuesten Fortschritte der Physik (S. 531) versucht Müller die Ergebnisse seiner eigenen Untersuchungen über magnetische Tragkraft, welche ebenfalls eine rasche Annäherung an ein Maximum hergestellt haben, mit seiner Formel für den Zusammenhang zwischen Magnetismus und Stromstärke in Einklang zu bringen, indem er dabei von dem Grundsatze ausgeht, dafs die Tragkraft jedenfalls dem Quadrate des erregten Magnetismus proportional seyn müsse.

Wenn Müller in Folge dessen sofort in der Formel

$$s = a d^{\frac{3}{2}} \operatorname{tg} \frac{m}{b d^2}$$ [1])

statt m die Quadratwurzel der Tragkraft $\sqrt{t}$ substituirt, so ist dagegen zunächst einzuwenden, *dafs dieser Vorgang nur dann zulässig ist, wenn man m nicht mehr die ursprüngliche Bedeutung des in einem nicht verankerten Magnet erzeugten freien Magnetismus, für welchen einzig und allein die Müller'sche Formel nachgewiesen worden ist, beilegt, sondern von der ganz willkürlichen Annahme ausgeht, dafs diese Formel auch für den im geschlossenen Hufeisen erregten Magnetismus, der eben bei der Tragkraft in Rechnung kommt, Geltung habe.* Natürlich hat dann auch a einen anderen Werth, als wenn die Formel ihre gewöhnliche Bedeutung beibehalten soll, während b durch die Einführung von $\sqrt{t}$ sofort auch von der Gestalt des Magnets und seines Ankers abhängig wird.

Diefs vorausgesetzt, kommt die weitere Frage in Betracht, ob die so transformirte Formel eine befriedigende Uebereinstimmung mit den Beobachtungen zeige.

Da die S. 532 und 533 des citirten Berichtes enthaltene Zusammenstellung beobachteter und berechneter Werthe nicht vollständig ist, so habe ich die Rechnung beispielsweise für alle S. 528 verzeichneten mit dem Magnet No. I bei Anwendung der Spiralen II, III und IV angestellten Versuche ausgeführt mit Beibehaltung der von Müller selbst bestimmten Constanten. Dabei hat sich herausgestellt, dafs die meisten Werthe allerdings gut stimmen, mitunter aber auch bedeutende Abweichungen hervortreten, wie z. B. die bei den Stromstärken 5, 10, 16 und 24 beobachteten Tragkräfte 1900, 7900, 6500 und 7500, im Vergleiche mit den berechneten 2573, 9049, 7263 und 8169 zeigen.

Bemerkenswerth ist auch das *auffallend geringe Tragkraftsmaximum* von nicht ganz 12 Kilogrammen, welches Müller aus seinen Versuchen mit dem vermöge der angegebenen Dimensionen mindestens 300 Grammen schweren

1) Wobei s die Stromstärke, m den erzeugten Magnetismus, d den Stabdurchmesser und a und b Constante bedeuten.

Magnet No. I gefolgert hat, im Vergleiche mit der bei meinem nur 116 Grammen schwereren Magnet thatsächlich erreichten Tragkraft von fast 16 Kilogrammen. Die viel geringere Leistung eines ungefähr dreimal schwereren Hufeisens dürfte wohl in einer nicht entsprechenden Beschaffenheit des Ankers [1]) ihren Grund gehabt haben.

Immerhin würde aber auch eine bessere Uebereinstimmung der berechneten und beobachteten Tragkräfte zu keiner Schlufsfolgerung auf die Richtigkeit der Voraussetzungen berechtigen, welche bei der besagten Umgestaltung der Müller'schen Formel zu Grunde gelegt worden sind; denn es ist nicht schwer mit Benutzung der Funktion arc. tg. unter sehr verschiedenen Modificationen zu Formeln zu gelangen, die sich durch entsprechende Wahl der Constanten den Beobachtungen ziemlich gut anpassen lassen.

Ein Beleg dafür ist die Thatsache, dafs ich, bevor ich jene auf die Tragkraft angewendete Formel von Müller in dessen Bericht gelesen hatte, auf eine andere mit obigen Voraussetzungen nicht vereinbare Formel gekommen war, welche mit den Versuchen mindestens ebenso gut, wenn nicht besser stimmt als jene. Diese Formel ist die einfachere:

$$T = b \operatorname{arctg} a \,.\, s$$

wobei wieder T die Tragkraft, s die Stromstärke und a und b Constante bedeuten.

Für das Tragkraftsminimum = 18 meines Elektromagnets mufs, wenn arctg. in Graden gerechnet wird.

$$b = \frac{18}{90} = 0{,}2$$

seyn, während sich für a aus den Versuchen mit dem Anker C der Werth 0,0202 ergiebt. Mit diesen Constanten giebt die Formel nachstehende berechnete Tragkräfte im Vergleiche mit den beobachteten.

1) Wenngleich derselbe, wie S. 527 des citirten Berichtes bemerkt ist, einem Logeman'schen nachgebildet war.

Stromstärke	Tragkraft	
	berechnet	beobachtet
27,34	5,74	6,15
62,85	10,61	10,90
101,02	13,03	12,82
163,09	14,80	14,50
213,95	15,52	15,50

Die Curve der berechneten Tragkräfte für den Anker C ist in der beigefügten Zeichnung punktirt und schliefst sich jener der beobachteten Tragkräfte sehr genau an. Damit soll übrigens nicht gesagt seyn, dafs ich auf diese Uebereinstimmung grofses Gewicht lege oder daraus einen Vorzug meiner Formel von der Müller'schen herleiten will.

Weder die eine noch die andere giebt theoretische Aufschlüsse an die Hand, und beide haben vorläufig nur den Werth, die grofse Regelmäfsigkeit, mit welcher sich bei sorgfältig durchgeführten Versuchen die Tragkräfte einem Gränzwerthe nähern, besser anschaulich zu machen.

Eine ausgedehntere Brauchbarkeit würden solche Formeln erlangen, wenn die Abhängigkeit der Tragkraft von den Dimensionen des Magneten soweit erforscht wäre, dafs eine der Constanten (nämlich b in obigen Formeln) für jeden Magnet sofort aus seinen Dimensionen berechnet werden könnte, so wie z. B. in Folge meiner Nachweisungen über die Gränze der Magnetisirbarkeit dieselbe für jeden Magnet sofort aus seinem Gewichte bestimmt werden kann, wodurch die experimentelle Bestimmung des Coëfficienten β in der Formel $y = \beta\gamma \operatorname{arctg} \frac{x}{\alpha\gamma^{\frac{2}{3}}}$ entfallen ist.

Wie man übrigens in einzelnen Fällen mit Benutzung der Häcker'schen Erfahrungen über Stahlmagnete, wenn deren Sättigung bei vorgelegtem Anker ermittelt werden kann, auf das Tragkraftsminimum eines gleich schweren Elektromagnets zu schliefsen vermag, habe ich in dem Berichte über die Sitzung der köngl. böhm. Gesellschaft der

Wissenschaften vom 10. März 1869 bereits an einem Beispiele dargethan.

VI. *Ein merkwürdiger Brunnen; von H. Vogelsang.*

Während der Monate August und September war hier in Delft eine Naturerscheinung zu beobachten, welche vorzüglich deshalb eine allgemeinere Beachtung verdient, weil dergleichen Phänomene bis jetzt nur an heifsen Quellen wahrgenommen und deshalb gewöhnlich durch Mitwirkung eines ungewöhnlichen Wärmeheerdes zu erklären sind. Durch die Untersuchung der Holländischen Regierung, welche die nöthigen Gelder bewilligte, um den Eigenthümer schadlos zu stellen, war man in der Gelegenheit, die Natur sich selbst überlassen, und während sieben Wochen die Ereignisse genau verfolgen zu können. Die Beobachtungen, welche ich darüber mittheile, sind gröfstentheils durch meinen Collegen Prof. van de Sande-Bakhuisen ausgeführt; ich selbst bin nach längerer Abwesenheit erst Anfangs September nach Delft zurückgekehrt.

Bei dem Einrammen der eisernen Röhren zu einem Norton-Brunnen vernahm man am 3. August, als die Röhren ungefähr 17,5 Meter eingetrieben waren, plötzlich ein starkes Gasgebläse, unmittelbar darauf wurde eine Wassermasse mit solcher Gewalt gegen den Rammblock getrieben, dafs dieser ein wenig gehoben wurde, und als man ihn entfernte, stieg Wasser und Gas in schäumendem Strahl 14 Meter hoch frei in die Luft. Diese kolossale Fontaine erhielt sich in gleicher Stärke von Nachmittags halb vier bis zum anderen Morgen um halb sechs Uhr; von diesem Zeitpunkt an hörte die ununterbrochene Thätigkeit auf, und es begannen intermittirende Ausströmungen, mit Zwischen-

pausen, welche im Anfang dieser Periode ungefähr 9 Minuten dauerten. Plötzlich nahm nach solch einer Ruhezeit die Gasentwicklung zu, das Wasser stieg auf, lief erst ruhig über den Rand der Rohre, wurde dann kräftiger gehoben, bis es schäumend von Gas, ungefähr 8 Meter hoch emporstieg, bald aber sank der Strahl wieder herab, endlich flofs nur noch ein wenig Schaum über den Rand, und nach etwa einer Minute war die Eruption zu Ende. Das ausströmende Gas war leicht entzündlich, und brannte mit grofser, doch wenig leuchtender Flamme, was namentlich gegen Ende einer Wasserausströmung, wenn noch gleichzeitig Wasser überflofs, ein eigenthümliches Schauspiel darbot. Während der eigentlichen Eruption war natürlich wegen der heftigen Luft- und Wasserbewegung die Flamme nicht brennend zu erhalten.

Die intermittirende Thätigkeit dauerte vom 4. bis zum 21. August; die Zwischenpausen nahmen in dieser Zeit allmählich zu, erst sehr langsam und regelmäfsig, seit dem 14. August aber, nach einer gewissen Veränderung in der Eruptionserscheinung, wurde die Zunahme bedeutender. Am 17. Aug. dauerten die Ruheperioden eine gute Stunde, am 18. Aug. bereits 4 Stunden, am 20. und 21. Aug. 6 Stunden, und am letzt genannten Tage hat der Brunnen zum letzten Mal aus eigener Bewegung das Schauspiel einer Eruption geboten. Nach dieser Zeit fand allein Gasentwicklung statt, in der Weise, dafs anhaltend kleine Gasbläschen, und durchschnittlich alle 10 Secunden eine gröfsere Gasblase aufstiegen. Wenn man jedoch die Röhre ungefähr 10 Minuten lang mit der Hand gasdicht verschlofs, wobei man eine allmähliche Zunahme der Spannung fühlte, so stieg nachher das Wasser wieder empor, und es erfolgte eine Eruption, ganz von derselben Art, wie früher sich von selbst ereigneten. Nach der Ausströmung war ungefähr eine halbe Stunde Ruhe nöthig, bis man die Erscheinung wieder in derselben Intensität hervorrufen konnte. Während der Ruhezeit konnte man das ausströmende Gas dauernd brennend erhalten: die Flamme war gewöhnlich

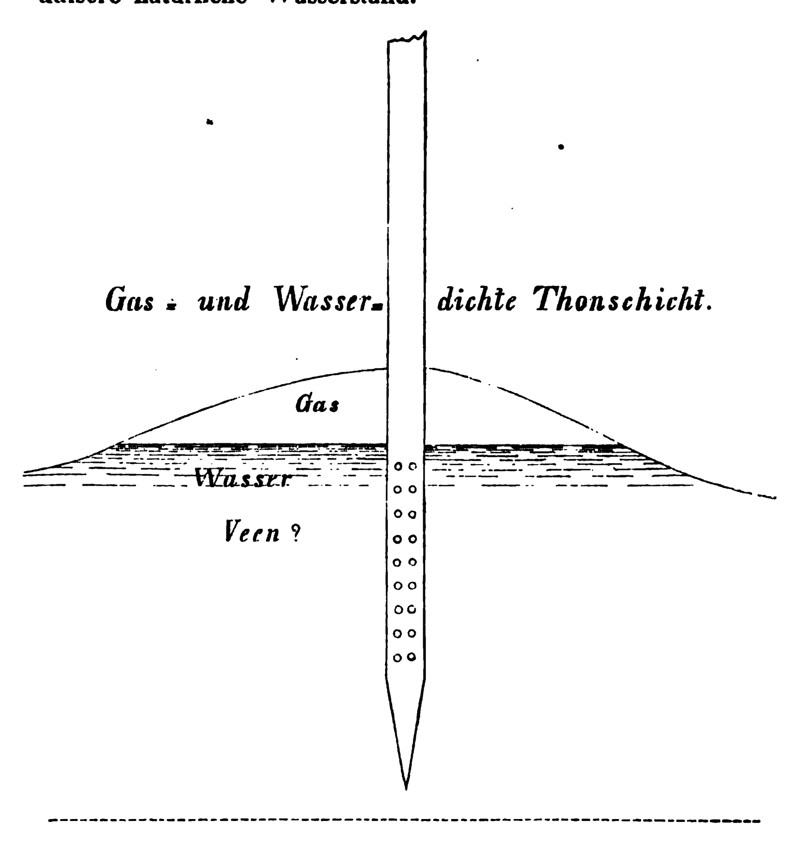
Für das erwähnte Gemenge berechnet sich das spec. Gewicht aus dem spec. Gewicht der Bestandtheile auf 0,63. Berechnet man umgekehrt aus den ermittelten spec. Gewichten die quantitative Mischung, indem man nur Kohlensäure und Sumpfgas als vorhanden annimmt, so erhält man

Spec. Gewicht		Gemenge
6. Aug.	0,716	CO_2 16,4 Vol. CH_4 83,6 Vol.
10. Aug.	0,754	CO_2 20,3 Vol. CH_4 79,7 Vol.
16. Aug.	0,669	CO_2 11,6 Vol. CH_4 88,4 Vol.

Diese Bestimmungen sind alle drei aus der zweiten Periode, als noch selbstthätige Ausströmungen stattfanden. Man kann also daraus ableiten, dafs während dieser Periode das Gehalt an Kohlensäure gröfser war als während des folgenden, aus welcher das Gas zur chemischen Analyse genommen ist. Man darf gleichfalls annehmen, dafs während der zweiten Periode der Kohlensäuregehalt dauernd, oder wenigstens nach dem 14. Aug. geringer wurde; das wenig höhere spec. Gew. vom 10. Aug. kann leicht durch einen verschiedenen Zeitpunkt der Probenahme mit Rücksicht auf die Ausströmung erklärt werden, vielleicht war auch das Gas durch Luft ein wenig verunreinigt.

Für die Erklärung des Phänomens sind auch die folgenden Angaben nicht ohne Bedeutung. Die eiserne Röhre, aus mehreren Stücken zusammengeschraubt, hatte 6 Ctm. innere Weite; das Eisen war 5 Mm. dick. Das obere Ende stand 1,80 Met. über der Erdoberfläche, unten endigte sie in einen geschlossenen spitzen Kegel, war jedoch bis auf etwa 50 Ctm. Höhe von vielen kleinen Löchern durchbohrt, die 1 Ctm. weit und 4 bis 5 Ctm. auseinander gelegen waren. Oben stand die Röhre in einer ausgemauerten cylindrischen Vertiefung von ungefähr 1 Meter Breite und Tiefe, worin sich Schlamm und Wasser ansammelte. Diefs Wasser stand in der Regel 2,40 Meter

unter dem oberen Röhrenrande, mithin 0,60 Meter unter der Oberfläche, was dem natürlichen Wasserstande an jener Stelle nahezu entsprechen wird. Der tiefste innere Wasserspiegel in Ruhezeiten lag also etwa 1,30 Meter tiefer, der höchste, bei durchströmendem Gase, etwas höher als der äufsere natürliche Wasserstand.



Der Boden hiesiger Gegend besteht bis zu grofser Tiefe aus alluvialen Schichten, welche theils vom Meer aus angeweht oder zugeführt, theils in Süfs- oder Brakwasser gebildet und gesunken sind. Die Anlage eines Nortonbrun-

nens liefert nach Art der Sache für die genauere Kenntnifs des Bodens wenige Anhaltspunkte. Aus dem mehr oder weniger leichten Eindringen der Röhren und aus dem Schlagschalle des Rammblockes wissen die Arbeiter abzuleiten, ob das untere Ende der Röhren sich in Sand oder aber in Thon oder Veen (Torf) befinde. Thon und Veen können sie jedoch auf diese Weise nicht unterscheiden. Sicher ist, dafs auf ungefähr 3 Meter Tiefe unter Schutt und Veengrund eine ziemlich mächtige Thonschicht beginnt, die bei baulichen Anlagen vielfach aufgeschlossen wurde. Durch die Eruptionen ist nur Sand und Schlamm (?), aber kein Torf nach oben gekommen. Als am 19. Sept. die Arbeiten wieder aufgenommen wurden, glaubten die Arbeiter bei ungefähr 22 M. Tiefe eine Veränderung zu merken, derart, dafs das untere Ende nun in Sand gekommen sey. Bei dem Versuche in 25 M. Tiefe wurde nur loser reiner Sand ausgepumpt, der auch bis 30 M. Tiefe anhielt; an anderen Stellen in Delft hat man diesen Sand bis 40 M. mit solchen Bohrungen verfolgt.

Bei der Erklärung der Erscheinungen müssen wir die drei Perioden, wie sie oben näher beschrieben sind, gesondert beurtheilen. In der ersten Periode, darüber kann kein Zweifel seyn, wurde einer grofsen Masse Wasser und Gas, welche unten unter starkem Drucke abgeschlossen war, durch die eingeführte Röhre plötzlich ein Ausweg eröffnet. Das Gas, welches unten aus organischen Resten entwickelt wurde, war von oben durch die Thonschicht abgeschlossen, und wiewohl seitwärts in gröfserem Abstande und durch schmale Oeffnungen eine Verbindung mit dem Aufsenwasser bestand, konnte auf diesem Wege das Gas doch nicht in gleicher Menge entweichen, wie es unten örtlich entwickelt wurde. Eine Verbindung mit dem Aufsenwasser mufs bestanden haben, und mufs auch für jede weitere Erklärung festgehalten werden, weil der Wasserstand in der Röhre nach der Eruption sehr bald auf sein normales Niveau zurückkehrte, welches Niveau mindestens 13 bis 14 M. über der unteren Gränzfläche der Thonschicht gelegen war, wo

die Gasansammlung stattfand. Es ist nämlich nicht wohl möglich, dafs das Unterende der Röhren bereits tief unter jene Gränzfläche hinabgedrungen war, da sonst das Ereignifs auch früher eingetreten wäre.

Während der zweiten Periode mufs also von Zeit zu Zeit eine Gasmasse in die Röhre eingetreten seyn, von derartiger Spannung, dafs sie aufsteigend und dabei sich ausdehnend, im Stande war, die auflastende Wassersäule bis über den Röhrenrand zu heben. Hier flofs das Wasser zuerst langsam ab, dadurch wurde die Säule verkürzt, der Widerstand verringert, und das übrige Wasser mit Gewalt heraufgetrieben. An dem unteren Ende der Röhre traten abwechselnd kurze Säulen Gas und Wasser ein und wurden nach oben geführt, bis so viel Gas entwichen, und so viel Wasser seitwärts zugetreten war, dafs der untere Wasserspiegel oberhalb der Oeffnungen stand, und das freie Gas mit der Röhre nicht mehr in Verbindung war (Figur S. 275). Wäre die Gasmenge, welche unten fortdauernd entwickelt wurde, grofs genug gewesen, um oberhalb der Wasserfläche den nöthigen Druck zu bewirken, so würde, ebenso wie bei den Karlsbader und anderen Quellen, ein fortdauerndes Ausströmen von Gas und Wasser bewirkt worden seyn. So stark aber war die Gasentwickelung nicht. Das dynamische Gleichgewicht, wie solches durch die Gasentwickelung und die bestehenden Gelegenheiten zum Entweichen einerseits, durch das zuströmende Wasser andererseits bedingt war, sehen wir in der dritten Periode bei normalem Zustande des Brunnens hergestellt. Der Wasserspiegel wurde nun zwar bis zu den obersten Oeffnungen herabgedrückt, aber das Gas hatte dann nicht genugsame Spannung, um die Wassersäule zu heben; eine Gasblase trat ein und stieg nach oben, dadurch wurde unten die Spannung verringert, der Wasserspiegel stieg auf kurze Zeit wenige Millimeter, und die obersten Oeffnungen waren wieder unter Wasser, bis dafs nach 10 Secunden für das Entweichen einer Gasblase der Weg wieder geöffnet war. Bei der anhaltenden Durchströmung von Gas

wurde das Wasser innerhalb der Röhre damit derart beschwängert, dafs der innere Wasserspiegel von 3,70 oder 3,60 M. auf 1,75, später nur auf 2,95 M. unter dem Röhrenende stieg. (Vgl. oben 23. Aug. bis 12. Sept.)

Es ist deutlich, wie durch zeitlichen Verschlufs der Röhre der Gasdruck unten wieder derart verstärkt werden konnte, dafs ein Aufsteigen der Säule, ein Ueberfliefsen und Ausspritzen bewirkt werden mufste. Eine solche verstärkte Spannung mufs aber während der zweiten Periode ohne Verschlufs der Röhre zu Stande gekommen und periodisch mit der Röhre in Verbindung getreten seyn. Der Druck auf dem unteren Wasserspiegel ist, wie gesagt, abhängig von der Gasmenge welche in einem gewissen Zeitraume entwickelt wird, im Verhältnisse zu der Gasmenge welche in demselben Zeitraume durch die gegebenen Oeffnungen entweichen kann. Vor der Durchbohrung hatte eine grofse Menge Wassers unter starkem Druck der fortwährend sich entwickelnden Gase gestanden, und war dem Drucke entsprechend mit diesen Gasen gesättigt worden.

Der Absorptions-Coëfficient bei 13° C. und 76 Ctm. Druck ist nach Bunsen für

$$CO_2 = 1{,}065$$
$$CH_4 = 0{,}041.$$

Angenommen ein Gemisch von 10 Vol. CO_2 und 90 Vol. CH_4 wird der totale Absorptionscoëfficient für Wasser bei 1 Atm. = 0,1435. In einer Tiefe von 17,5 M., unter einer Wassersäule von 15,5 M. wäre also in einem Liter Wasser unter gewöhnlichen Verhältnissen 0,36 Liter Gas gelöst. Die absorbirten Gasmengen steigen aber proportional dem Drucke; vor und bis zu der Durchbohrung der Thondecke mufs demnach die ganze darunter stehende Wassermasse, soweit sie mit der Gasquelle in Verbindung war, verhältnifsmäfsig viel mehr Gas und namentlich mehr Kohlensäure enthalten haben, wie oben bereits aus dem hohen Eisengehalte des erst ausströmenden Wassers wahrscheinlich gemacht ist. Es mag noch erwähnt werden, dafs wenn das Wasser unter starkem Druck mit kohlensaurem

Eisenoxydul gesättigt war, unten ein Niederschlag dieses Salzes stattfinden mufste, sobald durch die Ausströmungen der Druck verringert wurde. Wahrscheinlich bestand der »Schlamm«, wodurch das Wasser bei der ersten Ausströmung verunreinigt war, gröfstentheils aus kohlensaurem Eisenoxydul, das an der Luft sogleich in Eisenoxydhydrat umgesetzt wurde.

Unmittelbar nach der ersten Ausströmung wird also der Raum unter der Thonschicht ganz mit Wasser angefüllt gewesen seyn, welches Wasser jedoch, im Verhältnifs zu dem erniedrigten Druck, mit Gas übersättigt war. Diefs Gas wurde allmählig frei und sammelte sich unter der Thonschicht; gleichzeitig hatte die normale Gasentwicklung Fortgang, und auf diese Weise wurde eine Spannung erreicht, die, wenn der Wasserspiegel genugsam herabgedrückt war und das Gas Zutritt zur Röhre erhielt, im Stande war aufs Neue eine Eruption ins Leben zu rufen. Durch das Eintreten einer Gasblase wurde die Wassersäule, welche eben noch das Gleichgewicht hielt, verkürzt, und konnte gehoben werden; mit dem Ueberfliefsen wurde der Gegendruck für die untere Gasmasse geringer, ihr Volumen gröfser, mithin der Wasserspiegel noch weiter nach unten geführt. Gröfsere Gasmengen konnten nun eintreten, gleichzeitig drang durch die unteren Oeffnungen Wasser ein, und Beides wurde mit Gewalt nach oben getrieben. Durch die Gasausströmung wurde das Volumen des zurückbleibenden Gases wieder verkleinert, der Wasserspiegel stieg bis über die höchsten Oeffnungen, und die Eruption war zu Ende.

Solche periodische Ausströmungen mufsten mit zunehmenden Zwischenpausen sich wiederholen, so lange noch genugsam Ueberdruck unter der Thonschicht entwickelt wurde. Diefs geschah in der ersten Zeit vornehmlich durch das Freiwerden des absorbirten Gases, und also relativ schnell; das letzte gröfsere Uebermaafs von Gas wurde am 14. August frei. Nach dieser Zeit war das Wasser wohl noch etwas übersättigt, und es konnte auch von Zeit zu Zeit noch eine Ausströmung erfolgen, aber es dauerte jetzt

viel länger, bis der Wasserspiegel bis zu den obersten Oeffnungen erniedrigt war, weil die Ansammlung des Gases mehr durch die normale fortdauernde Entwicklung als durch das Freiwerden von absorbirtem Gas bewirkt wurde. Auf diese Weise erklärt sich die Veränderung in dem Phänomen seit dem 14. Aug. Endlich, am 22. Aug., war das dynamische Gleichgewicht zu Stande gebracht.

Die Aus- und Umwege, welche vor dem Durchbohren der Thonschicht für die Gasableitung schon bestanden, und wodurch damals die Spannung bis zu gewissem Grade beschränkt und geregelt wurde, werden durch die wiederholte Gas- und Wasserbewegung wahrscheinlich etwas vermehrt oder vergröfsert worden seyn, so dafs im Allgemeinen die Spannung über dem Wasserspiegel vermindert und auch hierdurch die Abschwächung der Eruptionen beschleunigt wurde.

Es bleibt noch die Frage zu behandeln, wo wir eigentlich die Quelle für die fortdauernde Gasentwicklung zu suchen haben. Dafs das Gas durch langsame Zersetzung von Pflanzenresten erzeugt wird, ist wohl nicht zu bezweifeln, unsicher aber ist es, in welcher Tiefe diese gasentwickelnde Schicht gelegen sey. In dieser Beziehung ist Folgendes zu bemerken. Wie wir oben gesehen, kann die untere Gränze der Thonschicht nicht viel höher als das Unterende der Röhren gelegen haben, vielleicht in einer Tiefe von 16 bis 17 M. Bei 22 M. glaubten die Arbeiter auf Sand zu stofsen, bei 25 M. stand die Röhre merklich mindestens 1 M. tief in Sand. Dazwischen liegen also 6 oder 8 M., wo *möglicherweise* Veen, Torf gelegen war. Hiergegen spricht allein der Umstand, dafs durch die Eruptionen kein Torf herausgeworfen ist, auch ist zu bedenken, dafs die Angabe in Betreff der 22 M. ziemlich unsicher ist, denn das Eindringen der Röhren ist sicher nicht weniger von der Reibung an den Wänden als von dem Widerstande am unteren Ende abhängig zu machen. Es ist also keineswegs erwiesen, dafs nicht unmittelbar unter der Thonschicht, in 16 bis 17 M. Tiefe, der Sand beginne. Man könnte auch einwenden, dafs in gröfserer Tiefe (25 M.)

noch Gas in der Röhre gefunden wurde, indessen kann die Verbindung der einzelnen Röhren untereinander schwerlich so dicht angenommen werden, dafs nicht aus einer höheren Zone noch etwas Gas hätte eintreten können. Andererseits dürfte aus dem Umstande, dafs aus der Tiefe, welche schliefslich erreicht worden ist, keine merkbare Gasentwickelung mehr stattfindet, kaum gefolgert werden, dafs die gasentwickelnde Schicht nicht doch in gröfserer Tiefe gelegen ist, denn die Spannungserscheinungen können nach der Natur der Sache nur an der oberen Gränze der permeablen Schichten hervortreten. Die Möglichkeit ist somit nicht ausgeschlossen, dafs die gasentwickelnde Torfschicht unter dem Sande liege. Uebrigens sind die allgemeinen Bedingungen des Phänomen, nämlich ausgedehnte Torf- (Dary-) Lager, von Thonschichten bedeckt, durch ganz Holland so vielfach verbreitet, dafs es Wunder nimmt, dafs derartige Erscheinungen nicht schon mehrorts beobachtet sind. Die Norton-Pumpen haben freilich erst seit kurzer Zeit eine allgemeinere Verwendung gefunden.

Delft, November 1870.

V. *Zur Theorie der Meeresströmungen; von Witte.*

Dafs zwei Kräfte, deren eine, am stärksten in der Nähe des Aequators wirkend, das Wasser von Osten nach Westen führt, während die andere die oberen Wasserschichten vom Aequator zu den Polen und im Zusammenhange damit die unteren von den Polen zum Aequator treibt, die grofsen Meeresströmungen ausreichend erklären würden, ist wohl nicht zweifelhaft. So lange aber diese Kräfte nicht aus physikalischen Gesetzen über das Gleichgewicht und die Bewegung der Flüssigkeiten abgeleitet werden, ist eine der-

artige Erklärung eigentlich nur ein präciser Ausdruck der in der Natur beobachteten Thatsache. Wenngleich eine solche Erklärung nicht bis zum physikalischen Grunde der Erscheinung gelangt, mufs sie doch immer versuchen, das Wesentliche vom Unwesentlichen zu trennen und kann dadurch ein planvolles Beobachten und weiteres Erkennen fördern. Diese Scheidung des Wesentlichen vom Unwesentlichen auf Grundlage der zwei erwähnten Kräfte scheint mir von Hrn. Mühry [1]) sehr glücklich durchgeführt zu seyn, während die zur Erklärung benutzten hydrodynamischen Principien meiner Ansicht nach falsch sind.

In Anerkennung der Schwierigkeit oder Unmöglichkeit, zwei Kräfte zur Erklärung der Meeresströmungen ausfindig zu machen, haben sich andere Erklärer mit einer der beiden in Rede stehenden Kräfte begnügt. Maury und in neuster Zeit Colding (*Vidensk. Selsk. Skr.* 5 *Raekke, naturvidensk og mathem. Afd.* 9 Bd. III) haben die Meeresströmungen aus einer zwischen den Polen und dem Aequator wirkenden Kraft abgeleitet, während eine von Osten nach Westen wirkende Kraft, welche, soviel ich sehe, die Erscheinung ebenfalls vollständig erklären würde, meines Wissens von Niemand zur Motivirung z. B. des Golfstromes oder der Humboldtströmung benutzt worden ist. Auch ich gehe auf diese Erklärung hier nicht weiter ein, da ich »die Centrifugalkraft direct als Motiv der grofsen Weströmung« im Sinne Mühry's trotz der grofsen Autoritäten, die er für seine Ansicht glaubt anführen zu können, nicht anzuerkennen vermag.

Aber auch die Temperaturdifferenz wirkt nicht in der Art, wie es sich Mühry vorstellt. Die Verschiedenheit des specifischen Gewichtes kann eine Strömung nur in der Weise bewirken, dafs, wenn irgend eine Niveaufläche sich

1) Besonders »Ueber die Lehre von den Meeresströmungen, Göttingen 1869«. Dafs ich übrigens nicht in allen Fällen auf die Originalarbeiten habe zurückgehen können, wird der Leser, welcher weifs, wie schwierig es ist, sich solche Arbeiten in einer entlegenen Provinzialstadt zu verschaffen, gütigst entschuldigen.

im Gleichgewicht befindet — was ja nur dann der Fall seyn kann, wenn dieselbe in allen Theilen unter gleichem Drucke steht — die tieferen Niveauflächen unter einem stärkeren Drucke stehen an der Stelle, wo die Flüssigkeit das gröfsere spec. Gew. hat, also nach der Richtung hinfliefsen müssen, wo die Flüssigkeit mit geringerem sp. G. sich befindet, während die über der erwähnten ruhenden Niveaufläche liegenden Schichten unter einem stärkeren Drucke stehen auf der entgegengesetzten Seite, sich also in entgegengesetzter Richtung bewegen müssen. Man vergleiche Ann. 141, S. 317. Wäre, um zunächst bei dem dort erwähnten Beispiele stehen zu bleiben, das Niveau des Mittelländischen Meeres und des Atlantischen Oceans in der Nähe der Strafse von Gibraltar gleich hoch, das Verhältnifs der Schwere des Wassers aber das wirklich Stattfindende, etwa 1,037 : 1,027, so würde das Wasser an der Oberfläche zunächst in Ruhe bleiben. Jede andere Wasserschicht aber würde von einer um so gröfseren Kraft in der Richtung zum Atlantischen Ocean getrieben werden, je tiefer sie unter der Oberfläche liegt. Durch die in Folge dessen eintretende Strömung würde sich das Niveau des Mittelmeeres erniedrigen, und es müfste an der Oberfläche secundär eine Strömung in entgegengesetzter Richtung eintreten. Im anderen Falle, wenn zuerst durch Verdampfung der Spiegel des Mittelmeeres erniedrigt wird, mufs zuerst eine Strömung in dasselbe hineingehen. Durch anhaltende Verdampfung steigt dann das spec. Gewicht des Wassers, und es tritt allmählig eine unterseeische Strömung in entgegengesetzter Richtung ein, welche solange an Mächtigkeit zunimmt, bis die Niveaudifferenz das Verhältnifs der Schwere des Wassers constant geworden sind. In beiden Fällen, mag man nun die untere oder die obere Strömung sich als primär vorstellen, können nur die Schichten in der Nähe der Tiefe m in Ruhe seyn, wo, wenn n die Niveaudifferenz, s und s_1 die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten bezeichnen

$$(m+n)s = ns_1.$$

Denkt man sich also, nachdem zuvor das Wasser in allen Oceanen gleiches spec. Gewicht gehabt hat und im Gleichgewicht gewesen ist, das Wasser am Aequator, um das Bild des Hrn. Maury zu gebrauchen, in eine gleiche Masse specifisch leichteren Oels verwandelt, und dadurch die Oberfläche desselben über das ursprüngliche Niveau gehoben — ein Fall wie er bei der Erwärmung, ja in der That eintritt, — so mufs zuerst ein Abfliefsen nach den Polen und dann, da jetzt die unteren Schichten am Aequator unter geringerem Drucke stehen, als die entsprechenden an den Polen, secundär eine unterseeische Strömung zum Aequator eintreten.

Nur so und nicht anders kann, denke ich, eine Erwärmung des Wassers unter dem Aequator eine Strömung bewirken. Nun berechnet Mühry selbst die durch die Wärme hervorgerufene Erhöhung des Wassers über sein eigentliches Niveau, wahrscheinlich noch zu hoch, auf 10 Fufs. Wie leicht ersichtlich, kann aber nur etwa die Hälfte dieses Gefälles für die primäre Strömung verwandt werden, während durch die andere Hälfte die secundäre Strömung veranlafst wird, welche ja erst dadurch eintritt, dafs die Niveaudifferenz sich zum Theil ausgleicht. Da nun Mühry selbst zugeben mufs, dafs ein so geringes Gefälle zur Erklärung einer Circulation zwischen Aequator und Eismeer nicht ausreicht, läfst er die Erwärmung auf eine andere mir nicht verständliche, jedenfalls von der obigen Vorstellung abweichende Weise wirken.

Auch Hr. Colding geht aus von dem geringeren spec. Gewichte des Wassers unter dem Aequator und berechnet die durch dasselbe hervorgerufene Niveaudifferenz vom Aequator bis zum 60sten Breitegrade, wo das Wasser am dichtesten ist, auf 6 Fufs. Er nimmt nun zunächst an, das Wasser sey gezwungen, sich in einem Kanale in der Richtung Nord-Süd (der x Axe) zu bewegen, so hat ein Element desselben in Folge der Rotation der Erde in der Breite θ, wenn R den Erdradius bezeichnet, die Geschwindigkeit $\frac{2\pi R}{86400}\cos\theta$ in der Richtung West-Ost (der y Axe). Mit

dieser Geschwindigkeit kommt es in der Zeit dt in die Breite $\theta + d\theta$, mufs sich also, da es in der Richtung W.-O. keine von dem Kanale unabhängige Bewegung machen kann, jetzt in dieser Richtung mit der Geschwindigkeit $\frac{2\pi R}{86400} \cos(\theta + d\theta)$ bewegen, d. h. es erhält in der Richtung der y Axe in der Zeit dt, abgesehen vom Vorzeichen, an Geschwindigkeit den Zuwachs $\frac{2\pi R}{86400} \sin\theta d\theta$. Man kann also von der Rotation der Erde abstrahiren, wenn auf das Element noch eine Kraft ψ in der Richtung der y-Axe wirkend gedacht wird, welche der Gleichung genügt

$$\psi = \frac{2\pi R}{86400} \sin\theta \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi v}{86400} \sin\theta$$

wo v die Geschwindigkeit des Elements in der Richtung der x Axe ist. Diese Kraft bewirkt, dafs das Niveau aller in der angegebenen Richtung fliefsenden Ströme der nördlichen Halbkugel auf der rechten Seite höher liegt, als auf der linken (umgekehrt auf der südlichen Hemisphäre), und zwar mufs, wenn h diese Niveaudifferenz, l die Breite der Strömung bezeichnet

$$g\frac{h}{l} = \frac{2\pi v}{86400} \sin\theta$$

seyn.

Denkt man sich den Kanal jetzt entfernt, das Wasser aber nichts desto weniger in der Richtung N.-S. fliefsend, so mufs doch die Kraft ψ dieselbe Veränderung des Niveaus bewirken.

Bildet die ursprüngliche Richtung der Strömung mit der y Axe den Winkel ω, so ist die Geschwindigkeit derselben längs der x Axe $v \sin\omega$, demgemäfs die längs der y Axe wirkende Kraft

$$\psi = \frac{2\pi v}{86400} \sin\theta \sin\omega$$

Bis zu diesem Punkte läfst sich, soviel ich sehe, gegen die Betrachtungsweise Coldings Nichts einwenden (dafs statt 86400 zu schreiben wäre 86164 ist ja unwesentlich),



und dieselbe wird bei der Erklärung der Meeresströmungen auch für uns eine Rolle spielen.

Nun wird aber diese Kraft ψ weiter in zwei Componenten zerlegt, $\psi_1 = \psi \cos \omega$ in der Richtung der Strömung und $\psi_2 = \psi \sin \omega$ senkrecht zu derselben. Der letzteren wird die Function zugewiesen, das Niveau auf der rechten Seite der Strömung zu erhöhen, während die erstere die Geschwindigkeit der Strömung beschleunigen soll. Es wird also die y Componente auf künstliche Weise so zerlegt, dafs die x Componente einen nach Coldings Berechnung aufserordentlich grofsen Zuwachs erhält, während der andere Theil der y Componente, ψ_2, unschädlich gemacht wird. So lange die Strömung wirklich in einer Röhre vor sich geht, läfst sich vielleicht gegen diese Anschauungsweise weniger einwenden; sobald aber die Röhre wegfällt, ist der Fehler evident. Denn ψ_2 hat ja seinerseits natürlich wieder eine x Componente, welche der von ψ_1 gleich und entgegengesetzt ist, und welche keineswegs aufgehoben wird. Kurz, eine Kraft in der Richtung der y Axe kann eben nicht die Geschwindigkeit in der Richtung der x Axe vermehren [1]).

Somit scheint mir auch der Versuch Coldings, die Meeresströmungen, zunächst speciell den Golfstrom, aus der Temperaturdifferenz und der durch die Rotation der Erde bewirkten Ablenkung (wenigstens kann ich in der Kraft ψ nichts anderes erkennen) zu erklären, nicht gelungen zu seyn.

Ich will nun versuchen, eine andere Erklärung derselben zu geben. Die Entscheidung darüber, ob dieselbe richtig sey, steht der Analysis zu. Da ich nicht im Stande bin, die Rechnung an der Erde, deren Dichtigkeit nach Innen

1) Der wesentlichste Fehler scheint mir der zu seyn, dafs angenommen wird, die Strömung habe eine durch den Winkel ω bestimmte Richtung, und demgemäfs die Kraft ψ in zwei Componenten, eine längs der Strömung und eine senkrecht zu ihr, zerlegt wird, während doch in der That diese Richtung schon die der Resultante aus ψ und der ursprünglich längs der x Axe wirkenden Kraft ist.

zunimmt, durchzuführen, so wollen wir der Aufgabe auf einem anderen Wege näher zu treten suchen.

Denken wir uns zuerst, dafs die ganze Erde mit Wasser bedeckt wäre, und dafs die Oberfläche desselben die Gestalt einer Niveaufläche angenommen hätte, so würde diese, abgesehen von der Rotation, zunächst in Ruhe bleiben. Denken wir uns ferner eine etwa 200^m mächtige Wasserschicht von der Oberfläche weggenommen, doch aber noch die ganze Erde mit Wasser bedeckt, und die Oberfläche desselben wieder die Figur einer Niveaufläche bildend, so ist die Frage: welche Gestalt mufs diese zweite Niveaufläche im Verhältnifs zur ersten haben, damit, auch wenn die 200^m mächtige Wasserschicht wieder auf ihr ruht, das Gleichgewicht in ihr fortbestehe? Die Schwere nimmt vom Aequator zu den Polen etwa um $\frac{1}{200}$ zu, also übt eine Wassersäule von 200^m Höhe an den Polen denselben Druck aus, wie eine von 201^m Höhe am Aequator. Da nun die gedachte Niveaufläche nur dann in Ruhe bleiben kann, wenn sie an allen Punkten einen gleichen Druck erfährt, so mufs sie, wenn sie am Pol 200^m unter dem ursprünglichen Niveau liegt, am Aequator 201^m unter demselben liegen.

Dieselbe Betrachtung läfst sich auf je zwei andere Niveauflächen anwenden. Die Abplattung der Erde müfste also bei kleiner werdendem Durchmesser immer geringer werden und ihre Gestalt sich der Kugelgestalt immer mehr nähern. Nur in diesem Falle könnten die oben als Niveauflächen bezeichneten Flächen wirklich in Ruhe seyn.

Nun hat aber der Mars bei etwa gleichem spec. Gew. und gleicher Umdrehungszeit eine weit gröfsere Abplattung als die Erde. Diese Thatsache scheint mir, wenn nicht zu beweisen, doch sehr wahrscheinlich zu machen, dafs die Abplattung der Erde bei kleiner werdendem Durchmesser nicht ab, sondern wenigstens bis zu einer gewissen Gränze zunehmen würde. In diesem Falle aber würden unsere obigen Niveauflächen nicht mehr die sonst den Niveauflächen zukommende Eigenschaft haben, dafs der Druck auf

dieselben in allen Punkten gleich wäre; sondern sie würden nach den Polen zu unter einem gröfseren Drucke stehen als am Aequator.

Meine Meinung ist also die, dafs die als flüssig gedachte Erde überhaupt keine Gleichgewichtsform annehmen kann, sondern dafs, wenn eine Schicht im Gleichgewicht ist, die über und unter derselben liegenden nicht im Gleichgewicht seyn können. Diese Annahme wird vielleicht weniger auffallend erscheinen, wenn man daran denkt, dafs selbst bei einer homogenen rotirenden Flüssigkeit die Frage nach der Gestalt und Existenz der Gleichgewichtsform noch nicht für alle Fälle erledigt ist. Beweisen kann ich meine Ansicht freilich nicht, doch scheint mir die grofse Abplattung des Mars sehr schwer für dieselbe ins Gewicht zu fallen.

Nimmt man nun als richtig an, dafs die Abplattung der oben von mir als Niveauflächen bezeichneten Flächen nach dem Innern der Erde zunimmt, so ist damit eine Kraft gefunden, welche das Wasser in der Tiefe des Meeres von den Polen zum Aequator, an der Oberfläche in entgegengesetzter Richtung führt. Denn hätte eine dieser Niveauflächen z. B. eine solche Gestalt, dafs sie überall 3000 Met. unter der eine Niveaufläche bildenden Oberfläche läge, so würde sie an den Polen unter einem Drucke stehen, als ob eine 15 Met. höhere Wasserschicht als am Aequator auf ihr ruhte, da ja eine Wassersäule von 3000 Met. Höhe an den Polen so schwer ist, wie eine gleiche von 3015 Meter am Aequator. Die gedachte Fläche würde also von den Polen zum Aequator mit einem Gefälle von 15 Met. fliefsen, wenn ich den Ausdruck *Gefälle* auch hier anwenden darf. Dadurch mufs sich dann das Niveau des Wassers am Aequator heben, und es mufs an der Oberfläche ein Abfliefsen nach den Polen eintreten. Kurz, die entstehenden Strömungen würden sich zunächst genau so gestalten, als ob das spec. Gew. des Wassers an den Polen um $\frac{1}{200}$ gröfser wäre, als am Aequator. Bedenkt man aber, dafs die Abplattung der Erde im Ganzen noch nicht 6 Meilen, die des Mars etwa 28 Meilen beträgt, so erscheint es sogar



wahrscheinlich, dafs die in Rede stehende Niveaufläche an den Polen tiefer unter der Oberfläche liegt, als am Aequator, wodurch sich ein noch gröfseres Gefälle ergeben würde. Dafs übrigens das letztere auch bei gröfserer Tiefe des Meeres zunimmt, ist einleuchtend.

Ich glaube also im Vorstehenden ein ausreichendes Motiv einer gewaltigen Circulation des Wassers zwischen den Polen und dem Aequator gefunden zu haben. Auch eine Widerlegung meiner Ansicht würde möglicher Weise dem weiteren Forschen förderlich seyn; jedenfalls würde ich dieselbe dankbar annehmen.

Wegen der Rotation der Erde mufs nun die unterseeische Strömung allmählich eine westliche Richtung annehmen. Es treffen also am Aequator zwei Strömungen zusammen, die eine von der nördlichen Halbkugel, nach Südwest, die andere von der südlichen, nach Nordwest gerichtet, welche am Aequator nothwendig eine Strömung nach Westen bewirken müssen. Deshalb mufs das Abfliefsen des Wassers vom Aequator nach den Polen zu hauptsächlich an den Ostküsten der Continente stattfinden, während das Wasser von den Polen hauptsächlich an den Westküsten dem Aequator zufliefsen mufs. Indem nun die stärkere Strömung die schwächere verdrängt, werden die ursprünglich über einander liegenden Strömungen sich in der Weise neben einander anordnen, dafs sie an den Westküsten der Continente kalte Wassermassen zum Aequator, von hier aus die allmählich sich erwärmenden Wassermassen nach Westen, endlich von den Ostküsten der Continente warme Wassermassen wieder den Polen zuführen. Diese (vom Aequator kommenden) Aequatorialströmungen nehmen wegen der Rotation der Erde mehr und mehr eine östliche Richtung an, und indem ihr östlichster Theil in den Bereich des Polarstromes gelangt, vereinigt er sich mit diesem und bildet so einen Kreislauf, innerhalb dessen ein ruhendes, meist mit Seetang angefülltes Meer sich befindet, während der andere Theil der Aequatorialströme den Eismeeren zufliefst.

Dieses ist das Schema der grofsen Meeresströmungen, welches durch die eigenthümliche Gestaltung der Continente wohl einige Modificationen erfährt, doch aber in allen Fällen mit gröfster Bestimmtheit und Deutlichkeit zu Tage tritt. Auf alle Einzelheiten einzugehen erlaubt natürlich der Inhalt einer physikalischen Zeitschrift nicht; es mag daher genügen, die Strömungen des nordatlantischen Oceans aus dem aufgestellten Gesichtspunkte zu betrachten.

Nachdem sich der nördliche Theil der grofsen Weströmung beim Cap Roque von dem südlichen getrennt hat, setzt er zunächst seinen Weg nach Westen, der sich wegen der Gestalt des vorliegenden Landes etwas nach Norden wendet, so weit als möglich fort. Dafs auch der Passatwind das seinige dazu beiträgt, um die Wassermassen dem Caraibischen Meere zuzuführen, ist klar, und die Schätzung Coldings, welcher die durch ihn ausgeübte Kraft einem Gefälle von 3 Fufs gleichsetzt, mag der Wahrheit nahe kommen. Von Florida aus setzt der Golfstrom dann seinen Weg in nördlicher, sich mehr und mehr nach Osten wendender Richtung längs der Küste fort. Dafs dieses allmähliche Abweichen nach Osten nicht allein durch die Küstenform bedingt ist, scheint mir mit gröfster Bestimmtheit aus dem Verhalten der Strömungen auf der südlichen Halbkugel zu folgen, welche, ohne durch vorliegende Ländermassen etc. dazu gezwungen zu seyn, doch allmählich eine östlichere Richtung annehmen. Auf dem Wege längs der Küste Amerikas ist nun nach Colding's oben angeführter Bemerkung das Niveau des Stromes auf der rechten Seite höher, als auf der linken, und zwar, wie Colding aus der Geschwindigkeit und der Breite der Strömung berechnet, um mehr als 1 Fufs; das kältere Wasser des Meeresbodens also, welches natürlich langsamer fliefst, steht auf der rechten Seite unter höherem Drucke, als auf der linken, mufs mithin gegen die Küste gedrängt werden und hier eine niedrige Temperatur des Meeres veranlassen. Dieses kältere Wasser fliefst theilweise in einer dem Golfstrome entgegengesetzten Richtung, und Mühry hat den



Grund dieser Erscheinung, meiner Meinung nach ganz richtig, darin angegeben, dafs jede Strömung am Lande, besonders hinter vorspringenden Inseln und Halbinseln, eine entgegengesetzte Strömung hervorruft, eine Erscheinung, die sich bei Flüssen hinter den sogenannten Buhnen leicht beobachten läfst, und die sich ja auch in der Strafse von Gibraltar findet.

Bei Neufundland trifft nun die kalte Strömung von Norden, welche unten noch genauer erörtert werden wird, auf den Golfstrom, und drängt ihn einen Augenblick ganz nach Osten. Doch nimmt ein Theil von ihm bald die nordöstliche Richtung wieder an und setzt längs der Küste Europas seinen Weg ins Eismeer fort, während ein anderer Theil in den Bereich des Polarstromes gelangt und sich dann der Westströmung wieder anschliefst. Der zweite Theil beschreibt also einen Kreis, in welchem das Sargassa-Meer liegt. Dieses ruhende Wasser bleibt immer in der Nähe der heifsen Zone, erreicht also eine höhere Temperatur als die dasselbe umfliefsenden Ströme, deren Wasser ja grofsen Theils aus dem Eismeere kommt.

Da nun der Golfstrom gezwungen ist, seinen Weg ins Eismeer längs der Europäischen Küsten zu nehmen, bleibt dem Polarstrome nördlich vom 50sten Breitegrade nur der Weg auf beiden Seiten von Grönland, wo wir ihn in der That finden. Damit ist jedoch keineswegs ausgeschlossen, dafs derselbe nicht, besonders an den tiefen Stellen, seinen ursprünglichen Lauf unterhalb der Aequatorialströmung sollte beibehalten haben, was ja im Gegentheil sogar schon durch directe Forschungen nachgewiesen ist (Man vergleiche Petermann's Mittheilungen 1870, VI und VII, über den Golfstrom), aber zu Tage treten kann derselbe, wie gesagt, nur an der Amerikanischen Seite. Hier trifft er bei Neufundland auf den Golfstrom, drängt ihn etwas zurück und taucht dann, als der schwerere, unter, wodurch das ursprüngliche Verhältnifs wieder hergestellt ist.

Dafs übrigens ein Theil der kalten Strömung in der Nähe von Neufundland in das Thal zwischen dem Golf-

strom und der Küste eintritt, ist wohl unzweifelhaft; doch glaube ich nicht, dafs dadurch die niedrige Temperatur des Wassers an der amerikanischen Küste, welche sich bis weit über New-York hinaus findet, erklärt werden kann.

Es ist leicht, das auseinandergesetzte Princip auf die andern grofsen Meeresströmungen, im Süden des Atlantischen Oceans, im indischen Ocean und zu beiden Seiten des Aequators im grofsen Ocean, anzuwenden. Ja sogar die Aequatorial-Gegenströmungen würden sich mit demselben weit besser vereinigen lassen, als mit der Mühry'schen Annahme zweier Kräfte. Denn die Kraft, welche die Wassermassen nach Westen führt, wirkt ja jetzt nur, so lange dieselben von Norden und Süden ankommen, so dafs das Wasser später, wenn es sich an einem entgegenstehenden Hindernisse aufstaut, sehr wohl längs dem Aequator zurückfliefsen kann. Allerdings könnten diese Strömungen ohne Schaden für das Princip nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Ich glaube in Vorstehendem, indem ich von den übrigen bisher aufgestellten aber schon hinlänglich widerlegten Erklärungen der Meeresströme absah[1]), nachgewiesen zu haben, »dafs sich die Meeresströmungen allein durch die Erwärmung des Wassers unter dem Aequator auch mit Zuhülfenahme der von Colding zuerst der Rechnung unterworfenen Ablenkung in Folge der Rotation der Erde nicht erklären lassen, wohl aber durch eine in demselben Sinne und mit weit gröfserer Intensität wirkende aus der Rotation der Erde entspringende Kraft.« Dafs diese Kraft auch auf einen flüssigen Kern der Erde und auf die Atmosphäre ihren Einflufs haben mufs, ist einleuchtend. Wollte man aber als Argument gegen dieselbe geltend machen, dafs sie ein beständiges Zunehmen des Luftdruckes

1) Die neueste Hypothese Jungk's, wonach dieselben durch elektrische Ströme veranlafst werden und so mit dem Erdmagnetismus zusammenhängen sollen, führt nur eine unerklärte Erscheinung auf eine andere zurück; übrigens läfst sich dieselbe vielleicht mit gleichem Rechte umkehren.

am Meeresspiegel vom Aequator nach den Polen zu veranlassen müfste, welches doch die Beobachtungen nicht zeigen, so würde dieser Schlufs verfrüht seyn, weil die Wirkungsweise derselben abhängen mufs von der Gröfse gewisser Constanten, welche sich beim Uebergange vom Meere zur Luft theilweise sehr erheblich ändern.

Plefs, Ober-Schlesien, 31. December 1870.

VI. *Untersuchungen über die alkoholische Gährung und die Ernährung des Bierhefepilzes; von D. Adolf Mayer.*

Im Nachstehenden erlaube ich mir von selbstständigen Untersuchungen über die alkoholische Gährung und die Ernährung einer sie veranlassenden Pilzspecies, des Bierhefepilzes, *Saccharomyces cerevisae*, welche entweder schon anderweitig veröffentlicht wurden [1]) oder soeben in der Veröffentlichung begriffen sind, auszugsweise Bericht zu erstatten. Die Veranlassung, mit den wichtigeren Resultaten dieser Untersuchungen vor ein Publicum zu treten, dem sonst die Erörterung specieller physiologischer Gegenstände gröfstentheils fremd ist, habe ich in dem Umstande gefunden, dafs bei der früheren Discussion einiger hier zu behandelnden Fragen von jeher und ganz vor Kurzem wieder fast das ganze naturwissenschaftliche Publikum zu Zeugen aufgerufen worden ist. In der That besitzen, wenigstens nach der einen Auffassung einiger der hier zu behandelnden Erscheinungen, diese Gegenstände ein sehr allgemeines, selbst chemisches und physikalisches Interesse, und die endgültige Entscheidung über die noch immer schwebenden Controversen wird daher, wie jetzt die Sachen stehen, von

1) Untersuchungen über die alkoholische Gährung. Heidelberg 1869 und Landw. Versuchsst. 1869. S. 443.

diesem gröfseren Publikum vorgenommen werden müssen. Es ist bei dem mir in dieser Zeitschrift freundlicher Weise zu Verfügung gestellten engen Raum natürlich selbstverständlich, dafs es nicht möglich seyn wird, alle angeführten Resultate mit den entsprechenden Beobachtungen zu belegen; ich mufs daher in Bezug auf diese letzteren auf die citirten ausführlicheren Abhandlungen verweisen.

In Bezug auf die Ursächlichkeit der alkoholischen Gährung kann heute so viel als allgemein zugegeben angesehen werden, dafs die so bezeichnete Erscheinung, so viel man weifs, ausschliefslich veranlafst wird durch die Anwesenheit und Entwickelung niederer vegetabilischer Organismen aus der Classe der Pilze, von welchen der Bierhefepilz der hervorragendste Repräsentant [1]) ist, denn selbst v. Liebig, der bisher als der entschiedenste Vertreter der entgegenstehenden Ansicht angesehen wurde, hat sich neuerdings unzweideutig für diese Auffassung bekannt [2]). Die noch bestehenden Controversen beziehen sich z. Th., wie wir bald sehen werden, auf die Art und Weise der Wirksamkeit jener Organismen. v. Liebig glaubt das Wesen seiner älteren Anschauung von der Fermentwirkung dadurch retten zu können, dafs er den wirksamen Organismus den Fermentkörper produciren läfst; seine Gegner fassen den ganzen Gährungschemismus als das unmittelbare Resultat des Stoffwechsels jenes Organismus auf. Wir werden nachher diese Anschauungen auf ihre Berechtigungen zu prüfen haben. Einstweilen aber berührt uns diese Frage nicht, denn die Sache mag liegen wie sie will, jedenfalls ist der Verlauf der Gährung von der Ernährung des sie verursachenden Organismus abhängig.

Es ist also klar, welche Bedeutung Ernährungsversuche am Hefepilze für unsere nähere Kenntnifs der Bedingungen

1) Dafs es mehrere Pilzspecies giebt, welche die alkoholische Gährung veranlassen können, kann nach den neuesten botanischen Untersuchungen über diesen Gegenstand nicht mehr bezweifelt werden; vergl. Reefs, Bot. Unters. über d. Alkoholhefepilze, Leipzig 1870.

2) Ueber Gährung. 1870, S. 30.

der alkoholischen Gährung haben müssen. Aufserdem ist aber noch mit zwei Worten darauf hinzudeuten, dafs das Studium dieser Ernährung einen hohen physiologischen Selbstzweck hat. Niemand wird bei einigem Nachdenken daran zweifeln, dafs wir bei unseren Untersuchungen über die Unentbehrlichkeit einzelner, namentlich der Aschen-Bestandtheile für die verschiedenen Organismenklassen endgültig zu ermitteln suchen müssen, welche *physiologische Function* dieselben in jedem einzelnen Falle ausüben. Dafs wir in diesem Streben so wenig weit gediehen sind, liegt einzig darin, dafs die Lebenserscheinungen der meisten Organismen so aufserordentlich complicirt sind, in einem Grade, dafs das von uns in naturwissenschaftlichen Fragen sonst mit dem gröfsten Erfolge benutzte Forschungsinstrument, die Differenzmethode, seinen Dienst versagt, indem secundäre Störungen der Lebenserscheinungen den eigentlichen Effect des Ausschlusses verwischen. Ich habe nun schon in meiner ersten Veröffentlichung über diesen Gegenstand darauf hingedeutet [1]), dafs die verhältnifsmäfsig beste Aussicht auf Erfolg bei Ernährungsversuchen mit sehr niedrigen Organismen mit einer möglichst kleinen Anzahl von organischen Einzelverrichtungen, und bei welchen verhältnifsmäfsig wenig Gefahr ist, secundäre Störungen zu veranlassen, vorhanden ist, aus Gründen die beinahe auf der Hand liegen, und die ich hier nicht weiter auszuführen beabsichtige. Kurz es erscheint aus solchen Erfahrungen an niedrigen Organismen möglich, die Bedürfnisse mancher höheren, in denen sich bekannte Functionen vereinigen, bis zu einem gewissen Grade abzuleiten.

Von diesen Gesichtspunkten aus unternahm ich meine vielfältigen Ernährungsversuche am Hefepilze, denn gerade dieser niedrige Organismus gestattete wegen seiner innigen Verkettung mit der leicht ihrer Intensität nach zu beobachtenden Erscheinung der alkoholischen Gährung eine bequeme Beobachtung seiner Entwickelung, und Folgendes kann zu-

1) Untersuchungen. S. 4.

nächst als das Resultat der dahin gerichteten Untersuchungen angesehen werden.

Von den vielen vergleichungsweise angewandten Aschenbestandtheilen steht das *saure phosphorsaure Kali* zu derjenigen physiologischen Function des Hefepilzes, welche mit der Zerlegung des Zuckers in Alkohol und Kohlensäure (und einige andere Substanzen) ursächlich zusammenhängt, allein in einer innigen Beziehung, denn die Ausschliefsung dieses Salzes hatte immer ganz unmittelbare schädliche Folgen für die beobachteten Gährungsintensitäten. Dieses Salz konnte in seiner Wirksamkeit nicht durch phosphorsaures Natron oder Ammoniak und auch nicht durch ein anderes Kalisalz ersetzt werden.

Zur *vollständigen Ernährung des Hefepilzes* sind jedoch jedenfalls noch andere mineralische Stoffe erforderlich als das phosphorsaure Kali. Wird einem Gährungsgemisch, welches Wasser, Zucker und einen assimilationsfähigen stickstoffhaltigen Stoff in geeigneten Verhältnissen enthält, kein Aschenbestandtheil als phosphorsaures Kali zugesetzt, so tritt nach einer minimalen Hefeaussaat zwar eine ziemlich intensive Gährung ein, aber die Hefezellen werden nach einer gewissen Reihe von Generationen so unvollkommen in ihrer Ausbildung, dafs sie nun nicht mehr zur Unterhaltung einer kräftigen Gährung geeigenschaftet sind, obgleich ihnen dieselben Bestandtheile wie vorher zur Verfügung stehen.

Als Salze, welche diese Degeneration des Hefepilzes zu verhüten im Stande sind, und somit als Nährstoffe dieses Organismus betrachtet werden müssen, obgleich sie zu dem Processe der Zuckerzerlegung in keiner so unmittelbaren Beziehung zu stehen scheinen, haben sich die *Magnesiasalze* erwiesen, während der *Schwefel* jedenfalls in den geringen Spuren für die Ernährung des Hefepilzes genügt, in welchen derselbe auch im reinsten Candiszucker vorhanden ist, und der *Kalk* allem Anschein nach völlig entbehrt werden kann. Alle übrigen Aschen-

bestandtheile haben für die Ernährung des Hefepilzes keinerlei Bedeutung.

Diese Resultate zeigen einmal in Bezug auf die vorausgeschickten Bemerkungen, dafs das Aschenbedürfnifs des Hefepilzes ein im Verhältnifs zum Bedarf höherer Pflanzen oder gar der höheren Thiere ein einfaches ist, wodurch die oben gemachte Voraussetzung vollkommen bestätigt wird. So kann z. B. das Eisen und wahrscheinlich der Kalk, beides nothwendige Bestandtheile des Blattorgans der höheren Gewächse, vom Hefepilz völlig entbehrt werden, und es ist also auf diese Weise schon jetzt klar ersichtlich, wie der Bedarf an einzelnen Stoffen nach den vollzogenen Functionen sich richtet und wie durch derartige vergleichende Untersuchungen die Beziehung einzelner Stoffe zu einzelnen Functionen ermittelt werden kann, was bei ausschliefslichen Versuchen an Organismen mit sehr vielseitigen Vorrichtungen ein vergebliches Unternehmen bleiben müfste.

Die von mir über die Ernährung des Hefepilzes durch stickstoffhaltige Substanzen unternommenen Versuche ergaben theilweise im Gegensatz zu der bisher üblichen Annahme Folgendes:

> Die *eiweifsartigen Stoffe* und viele andere sog. hochorganisirte stickstoffhaltige organische Stoffe erwiesen sich, soweit sie bis jetzt Verwendung fanden, als *schlechte Nahrungsmittel* des alkoholischen Hefepilzes. Gährungsansätze, welchen diese eiweifsartigen oder die anderen genannten Stoffe als einzige stickstoffhaltige Substanzen zugesetzt waren, zeigten sich nach minimaler Hefeaussaat in allen beobachteten Fällen als untauglich zu einer irgendwie erheblichen alkoholischen Gährung. *Ammoniaksalze* und stickstoffhaltige organische Stoffe, welche in ihrer Constitution dem Ammoniak nahe stehen (anscheinend ungefähr dieselben, welche auch gelegentlich die höhere grüne Pflanze mit Stickstoff zu versorgen vermögen), *sind vollkommen im Stande, den Hefepilz bezüglich seines Stickstoffgehalts zu ernähren,* wenn sie

auch keine sehr üppige Entwickelung desselben, keine sehr intensive Gährung ermöglichen. Dennoch verhält sich der Hefepilz in seiner Stickstoffernährung *nicht der höheren grünen Pflanze analog*, denn derselbe ist absolut unfähig, sich auf Kosten von *Salpetersäure*, der Hauptbezugsquelle des Stickstoffs für jene, mit Stickstoff zu versorgen.

Als stickstoffhaltiger Körper von ganz *ausgezeichneter Fähigkeit, den Hefepilz zu ernähren* und starke alkoholische Gährungen zu unterstützen, wurde in vielen Versuchen das nach der französischen und Wafsmann'schen Methode dargestellte *Pepsin* erkannt. Ebenso erwies sich die in der Bierwürze enthaltene *Diastase* als ein guter stickstoffhaltiger Nährstoff jenes Pilzes. Es wurde aber zugleich ausdrücklich nachgewiesen, dafs diese Befähigung *in keinerlei Zusammenhang* steht zu der *Fermentbefähigung* dieser Körper; denn es war für die beobachtete Wirksamkeit ganz und gar gleichgültig, ob man jene Fermentbefähigung zuvor durch Erhitzen auf den Kochpunkt zerstörte oder nicht, und gerade diejenigen Darstellungsweisen jener als chemische Individuen noch unbekannten Stoffe, welche die gröfste Fermentwirkung sicher stellten, erwiesen sich mehrfach für die Nährfähigkeit derselben am untauglichsten und umgekehrt.

Die meisten der hier für die Stickstoffernährung des Hefepilzes aufgestellten Sätze sind ausschliefslich Resultate meiner eigenen Versuche und noch nicht Gegenstand einer öffentlichen Discussion gewesen. Nur einer, die Nährfähigkeit der Ammoniaksalze, ist ursprünglich von Pasteur [1]) aufgefunden, dann von Duclaux [2]) bestätigt worden und hat kürzlich in der citirten Liebig'schen Abhandlung Angriffe erfahren [3]). Auf diese Angriffe ist in beistehender

1) *Annal. de Ch. et Ph. T.* 58, *p.* 381.
2) *Compt. rend. T.* 59, *p.* 450.
3) *p.* 34 u. f.

Anmerkung Rücksicht genommen worden [1]). In Bezug auf den Stoffwechsel, welchen die Hefepflanze unterhält, be-

1) Der Liebig'sche Einwurf gründet sich aufser auf eine Reihe von theoretischen Speculationen, denen sich nach meinem Dafürhalten anders lautende Erwägungen entgegensetzen liefsen, einzig auf das Mifsglücken einiger mit Ammoniaksalzen angestellten Gährungsversuche, oder wie v. Liebig sich selbst ausdrückt, auf »ein negatives Argument«, welches »in Forschungen dieser Art kein besonderes Zutrauen erweckt«. Das Mifsglücken dieser Gährungsversuche von Liebig und Nägeli mit Ammoniaksalzen zu erklären, ist nicht meine Aufgabe; ich kann nur hervorheben, dafs die meinigen nach Beobachtung einiger Vorsichtsmaafsregeln in buchstäblich »hunderten« von Fällen ausnahmslos geglückt sind, so dafs es mir möglich war, auf diesen sicheren Erfolg mit weiteren Untersuchungen zu basiren. Jenes wäre indessen leicht verständlich, im Falle die genannten Forscher (alkalische) Weinhefeasche als Aschenzusatz gewählt (vergl. meine: Untersuchungen etc. S. 61), oder bei sehr niedriger Wintertemperatur die Versuche angestellt hätten, gegen welche Ammoniak-haltige Gährgemische besonders empfindlich sind. Bezüglich der Liebig'schen Argumentation an jener Stelle und seiner Kritik der Pasteur'- und Duclaux'schen Folgerungen beschränke ich mich darauf Folgendes zu bemerken.

1. Der Entstehung von Proteïnstoffen aus Zucker und Ammoniak in einem Chlorophyll-freien Organismus stehen durchaus keine theoretische Bedenken entgegen; dieselbe geht auch voraussichtlich in den Chlorophyllhaltigen Pflanzen nicht unter dem Einflusse des Chlorophyllorgans vor sich (vergl. mein Lehrbuch der Agriculturchemie 1870—71 S. 151).

2. Der Beweis der Vermehrung der Hefe bei deren Ernährung durch Ammoniaksalze, den Liebig als entscheidend ansieht, ist längst erbracht worden; vergl. meine Untersuchungen S. 59.

3. Die Abnahme der Hefesubstanz bei den Duclaux'schen Versuchen, auf die Liebig gleichfalls hindeutet, ist offenbar nur eine scheinbare, da vor der Gährung das Hefeextract mitgewogen wurde; vergl. ebend. S. 57.

4. In den Gährungsgemischen, die von stickstoffhaltigen Substanzen lediglich Ammoniaksalze enthielten, wird von Liebig die Möglichkeit einer Milchsäuregährung zugegeben, also doch wohl die Ernährung eines hefeartigen Organismus durch Ammoniaksalze im Princip zugegeben (vergl. Ueber Gährung etc. S. 39), ferner von Schimmelbildung in solchen Gemischen gesprochen, was offenbar zu demselben Schlusse führt (vergl. ebend. S. 40 Anm.).

5. Den Liebig'schen Einwurf in Bezug auf den Schwefel, den Pasteur seinen Versuchsflüssigkeiten nicht zugesetzt haben soll, habe ich anderen Orts erledigt (vergl. landw. Versuchsst. XI, S. 449), ebenso



trachte ich Folgendes als nunmehr experimentell festgestelltes Resultat.

Die Ernährung des Hefepilzes und die alkoholische Gährung steht nicht blofs mit der Aufnahme ganz gewisser stickstoffhaltiger Nahrungsmittel durch jenen ersteren in Beziehung, sondern ist auch an einen *wahren Stickstoffumsatz* unabänderlich geknüpft, d. h. der Hefepilz scheidet bei der alkoholischen Gährung nicht blofs stickstofffreie Stoffe aus, wie Alkohol, Kohlensäure und einige andere, sondern auch regelmäfsig *stickstoffhaltige* unbekannter Natur, *die nun nicht wieder zu seiner Ernährung dienen können.*

Wahrscheinlich gemacht wurde dieser Sachverhalt durch schon früher veröffentlichte ältere Versuche, welche zeigten, dafs, wenn man wiederholt dieselbe Hefe benutzt, um verhältnifsmäfsig grofse Mengen Zucker zur Vergährung zu bringen, aus der so resultirenden Flüssigkeit stickstoffhaltige Stoffe dargestellt werden können, welche verhältnifsmäfsig sehr unfähig sind, den Hefepilz mit Stickstoff zu versorgen, während andererseits das stickstoffhaltige Extract aus frischer Hefe hierzu wohl im Stande ist. Zur Gewifsheit erhoben wurde jener Sachenthalt in meinen Augen durch neuere Versuche von mir, aus denen hervorgeht, dafs in mehreren Gährungsansätzen, welche sich in Nichts von einander unterscheiden, als durch die verschiedenen Mengen stickstoffhaltiger Nährstoffe (wovon aber selbst der geringste Zusatz genügen mufs, um für die möglichst intensive Vergährung des anfänglich vorhandenen Zuckers auszureichen) nach regelmäfsig erneutem Zuckersatz und Entfernung der stickstoff-

den Einwurf, dafs die Magnesia nicht dazu dienen könne, Ammoniakbestimmungen in phosphorsäurehaltigen Gemischen vorzunehmen (vergl. meine Untersuchungen etc. S. 56).

6) Dafs endlich die Industrie aus der Ernährung der Hefe durch Ammoniakverbindungen bis jetzt keinen Nutzen gezogen hat und voraussichtlich kaum je ziehen wird, kann doch wohl nicht ernstlich als ein Argument gegen die Möglichkeit dieses Vorgangs angesehen werden; denn, frage ich, ist das Physisch-Mögliche stets das Wirthschaftlich-Richtige?

freien Gährungsproducte derjenige Ansatz sich am Frühesten *unfähig* erweist, *den Hefepilz weiter zu ernähern, welcher die geringste Menge stickstoffhaltiger Nährstoffe einschliefst.* Diese Resultate, zusammengehalten mit dem längst erbrachten Nachweis, dafs unter diesen selben Verhältnissen die Hefe nicht blos relativ, sondern auch *absolut* fort und fort *an Stickstoff verarmt*, zeigen unwiderleglich, dafs bei der alkoholischen Gährung ein solcher Stickstoffumsatz in dem vorhin erläuterten Sinne thatsächlich besteht.

In Bezug endlich auf die Hauptfrage der Discussion, auf *die Art und Weise des ursächlichen Zusammenhanges zwischen Hefepilzernährung und alkoholischer Gährung* läfst sich auf Grund aller einschlagenden Untersuchungen die folgende Auffassung mit dem gröfsten Erfolge vertheidigen. Ich mufs dabei von einem scheinbar nicht hieher gehörigen Punkte Ausgang nehmen.

Der Hefepilz bedarf zu seinem Leben und zur Erfüllung seiner normalen Functionen (wenigstens in dem Vegetationsstadium, in welchem wir mit ihm allein zu schaffen haben) abweichend von den Existenzbedingungen fast aller anderen Organismenklassen und selbst aller in Bezug auf ihre Ernährungsvorgänge einigermafsen studirten Pilze, *nicht der Zuführung des freien Sauerstoffs;* er *athmet nicht* in dem Sinne, wie diefs alle höheren Pflanzen und Thiere, wie diefs ferner von den ihm nachstehenden Organismen z. B. die Hutpilze, die Schimmelarten und die (an der Oberfläche von Flüssigkeiten) Häute bildenden *Mycoderma*-artigen Formen thun. Aus diesem Grunde darf natürlich der Satz, dessen durchgehende Gültigkeit namentlich nach Entdeckung der Sauerstoff-Athmung aller grünen Gewächse ziemlich allgemein als bewiesen angesehen wurde, dafs *ein jeder Organismus* und in dem Grade, als er gewisse intensive Lebensäufserungen vollziehe, *der Aufnahme von Sauerstoff unumgänglich nothwendig bedürftig sey, in dieser engen Form nicht aufrecht erhalten werden.* Es kann derselbe aber im Einklang mit allen auf diesem umfassenden Gebiete vorliegenden Untersuchungen, sowie als unumstöfslich zulässige

Folgerung unserer wohlgeprüften theoretischen Anschauungen vom Wesen der hier ins Spiel kommenden Kräfte dahin abgeändert werden, dafs *einem jeden Organismus zum Vollzug seiner Lebenserscheinungen chemische Spannkräfte zur Verfügung stehen müssen, und es ein wesentliches Merkmal jener bestimmten Lebenserscheinungen ist, dafs solche chemischen Spannkräfte dabei in die Form von Wärme oder mechanische Bewegung übergehen.* Dafs diese chemischen Spannkräfte in der Affinität von Sauerstoff zu organischer Substanz bestehen, mufs als ein *specieller Fall* jener allgemeinen Gesetzmäfsigkeit, freilich als der gewöhnlichst eintretende, betrachtet werden; sie können aber theoretisch ebensogut und thatsächlich durch die Affinitäten, welche durch *innere Spaltungen organischer Körper ohne Sauerstoffzutritt* frei werden, repräsentirt werden.

Gesteht man diese (theoretisch ja so unwesentliche) Abänderung jenes bekannten Satzes zu, so tritt der gesammte Lebensprocefs des Hefepilzes in der Zuckerlösung durchaus in die Reihe der uns geläufigen Stoffwechselvorgänge der höheren Organismen ein, und zugleich wird uns eine Reihe von Erscheinungen bei der Ernährung des Hefepilzes leicht verständlich. Der Zerfall eines Kohlenhydrats in Alkohol und Kohlensäure ist mit einem Verluste an chemischen Spannkräften verbunden [1]; der gebildete Alkohol hat eine erheblich kleinere Verbrennungswärme, als derjenigen Menge Zucker, aus der er bei der Gährung hervorgegangen ist, entspricht. Somit bietet dieser Zerfall in dem erläuterten Sinne die gröfste Aehnlichkeit mit einer Verbrennungserscheinung dar, und man könnte ihn vielleicht, um hieran zu erinnern, als »*innere Verbrennung*« bezeichnen.

Machen wir nun Anwendung von dieser Analogie für einen ganz bestimmten Fall. Das Protoplasma, jener dickflüssige oder körnige (vermuthlich) eiweifsreiche Theil des Zellsaftes, von dem alle pflanzlichen Lebenserscheinungen direct oder indirect auszugehen scheinen, aller der Sauer-

1) Berthelot: Jahresber. d. Chem. Bd. 18 S. 602; vergl. auch mein Lehrbuch der Agrik. Chem. Bd. I S. 96.

stoffzufuhr bedürftigen Pflanzen ist der eigentliche Sitz der Athmungserscheinungen bei denselben. Es ist eine jedem Pflanzenphysiologen geläufige Thatsache, dafs ein Protoplasma, welches vegetabilische Neubildungen, d. i. zunächst Ablagerungen von Zellhäuten aus seinem zuckerhaltigen Bildungssafte vollzieht, nothwendig eine Verbrennung von erheblicher Stärke in sich unterhält, und dafs in Folge dessen protoplasmareiche Pflanzentheile, welche in sehr intensiver Organvermehrung, also in neuer Zellbildung begriffen sind, auch eine besonders intensive Athmung unterhalten. Die Bildung von Cellulose aus den zuckerartigen Bestandtheilen des Bildungssaftes ist ein Vorgang, dessen Chemismus wir zur Zeit nicht kennen, der aber, wie wir sehen, in der allerengsten *Abhängigkeit* steht *von einem anderen Chemismus*, in Folge dessen ein weiterer Theil der organischen Substanz des Bildungssaftes durch Oxydation zerstört wird.

Die Neubildung der Hefezellen geschieht bei näherem Hinblick in genau analoger Weise. Auch hier ist der Procefs der Ablagerung der Cellulose der neu entstehenden Sprossungen aus einem zuckerhaltigen Protoplasma unabänderlich an einen anderen chemischen Vorgang geknüpft, der aber diefsmal nicht in einer *vollständigen Verbrennung* eines anderen Theiles der organischen Substanz des Zellsaftes, sondern in einer *inneren Spaltung* eines anderen Theiles des Zuckers des Zellsaftes in niedriger und höher oxydirte Producte besteht, bei der aber gleichfalls, wie bei jener Verbrennung, chemische Spannkräfte verloren gehen. Durch die gemachte Generalisation wird also eine einzelne, für sich räthselhafte Naturerscheinung zwanglos einer bekannten Klasse von Erscheinungen eingereiht, und auf diese Weise glücklich der Causalnexus zwischen Zuckerzerfall und Hefesprossung mit einer grofsen Wahrscheinlichkeit nachgewiesen.

Es ist unbekannt, *wie viele* Gewichtstheile organischer Substanz in jenem ersteren Falle der Sauerstoffathmung von Pflanzen nothwendig zerstört werden müssen, damit *ein* Ge-

wichtstheil in der Form von Cellulose abgelagert wird; aber jedenfalls erscheint uns — wenn wir die gezogene Parallele weiter verfolgen — diejenige Menge des Zuckers, die in Alkohol und Kohlensäure zerfallen mufs, damit ein Gewichtstheil desselben als Zellhaut der neuen Sprossungen Verwendung findet, *unverhältnifsmäfsig grofs* [1]). Allein auch dieses scheinbare Mifsverhältnifs wird uns leicht verständlich, wenn wir den Gesichtspunkt, auf dem jene Vergleichung beruhte, im Auge behalten und bedenken, dafs bei dem vorliegenden Spaltungsprocesse eine sehr viel kleinere Menge von chemischen Spannkräften verfügbar wird, als bei einer vollständigen Verbrennung, indem doch die Voraussetzung sehr nahe liegt, dafs die Gleichheit der verlorenen Spannkräfte für die analogen Fälle als Maafsstab dienen müsse.

Bei dem ganzen Vorgange ist es nothwendig, sich den *Zucker des protoplasmatischen Zellsaftes der Hefe* als einerseits zur neuen Zellstoffablagerung dienend, andererseits jene Spaltung erleidend zu denken, und nur anzunehmen, dafs der Verlust dieses Zuckers bei der gewöhnlichen Gährung in zuckerhaltigen Flüssigkeiten durch Aufnahme von Zucker von Aufsen immer wieder gedeckt würde. Dieser letztere Vorgang würde ein einfach osmotischer seyn.

Die so gewonnene Vorstellung erscheint als die einfachste und natürlichste, und sie erlaubt uns auch, wie sich durch einiges Nachdenken ergiebt, diejenigen Vorgänge bei der alkoholischen Gährung auf jenen gemeinschaftlichen Gesichtspunkt zurückzuführen, welche Pasteur anfangs so befremdlich entgegengetreten sind [2]) und die auch Liebig [3]) als eine unüberwindliche Schwierigkeit für die Pasteur'sche Theorie anzusehen geneigt erscheint; ich meine jene Vorgänge der Alkohol- und Kohlensäurebildung aus der Substanz der Hefe selbst in Abwesenheit einer Zuckerlösung, die Erscheinung der Selbstgährung der Hefe, welche

1) vergl. v. Liebig, Ueber Gährung. S. 15.

2) *Annal. d. chim. et d. Phys.* (3) *T.* 58 *p.* 354.

3) Vergl. Ueber Gährung. S. 14.

in dieser eintritt, wenn nur die übrigen Vegetationsbedingungen des Hefepilzes erfüllt sind [1]).

In Betreff der Liebig'schen Vorstellungen über den gleichen Gegenstand mufs ich mich hier leider auch auf einige unvollständige Andeutungen beschränken. Der genannte Forscher sucht trotz des Zugeständnisses des ursächlichen Zusammenhanges zwischen Hefepilzernährung und alkoholischer Gährung, die früher vertretene mechanische Gährungstheorie auch für diesen speciellen Fall in einem gewissen höheren Sinne aufrecht zu erhalten, indem er den Hefepilz die Erzeugung des fermentartigen auf Zuckerzerspaltung wirkenden Körpers zuschreibt, und darauf hindeutet, dafs die Ausscheidung eines ähnlichen, die Intervertirung des Rohrzuckers bewirkenden Fermentkörpers durch jenen Organismus Thatsache sey.

Gegen die dahin gerichteten Ausführungen läfst sich geltend machen, dafs der letztere Fermentkörper getrennt von der Hefezelle erhalten werden kann und seine Wirkungen ausübt, während jener hypothetische noch auf keine Weise getrennt von seinem Mutterorganismus dargestellt werden konnte, dafs mithin neue Hypothesen zur Aufrechthaltung jener ersten nothwendig werden. Ganz ähnliche, die Wahrscheinlichkeit dieser Hypothese auf ein Minimum herabdrückende Einschränkungen sind für dieselbe in Folge des Resultats des bekannten Lüdersdorff'schen Versuchs [2]) und der Resultate einiger kürzlich von mir angestellten Versuche nothwendig, welche letzteren zeigen, dafs die Gährungsbefähigung der Hefe bei einer niedrigeren Temperatur erlischt, als das Intervertirungsvermögen jenes Fermentkörpers, mithin die Analogie, auf welche hin die Hypothese einige Wahrscheinlichkeit zeigte, gar nicht vorhanden ist.

1) Ich mufs mich leider hier auf diese Andeutung beschränken; die nähere Begründung in der ausführlichen Veröffentlichung, die in den »Landw. Versuchsst.« soeben erfolgte.

2) Diese Ann. Bd. 67, S. 408.

VII. *Ueber die Verbindungen des essigsauren Natrons mit Wasser; von Emil Zettnow.*

Schmelzt man behufs Darstellung einer übersättigten Lösung käufliches reines essigsaures Natron = $C^4Na^2H^6O^4+6H^2O$ und erhält die Lösung vor dem Verschliefsen mittelst eines Pfropfens von Baumwolle einige Secunden lang im Kochen, so erstarrt die Flüssigkeit beim Erkalten zu einem durchscheinenden aus Krystallnadeln bestehenden Brei, welcher bei Berührung mit einem anderen Körper z. B. der Luft oder einem eingesenkten Thermometer noch einmal unter nicht unbedeutender Wärmeentwicklung krystallisirt und alsdann eine weifse ziemlich feste Krystallmasse darstellt. Zur näheren Feststellung des Wassergehaltes der zuerst gebildeten Krystalle wurde eine Reihe von Versuchen angestellt, von denen ich folgende sechs hervorheben will:

Versuch I. Etwa 1200,0 käufliches essigsaures Natron wurden ohne Zusatz von Wasser in einem grofsen, von dem Salz nur etwa zu einem Drittel angefüllten Kolben zuerst im Wasserbade, dann über freiem Feuer geschmolzen. Zwischen 59° und 59½° C. bildet das Salz eine halbflüssige Masse, welche bei 77° bis 78° völlig geschmolzen ist und bei 120° zu kochen beginnt. Als die Flüssigkeit einige Minuten heftig gekocht hatte und der Siedepunkt auf 123° C. gestiegen war, wurde der Kolben, während die Flüssigkeit sich noch in vollem Sieden befand, mit einem festen Pfropfen von Baumwolle verschlossen. Als der Kolben nach einer Stunde soweit erkaltet war, dafs er nur noch eine lauwarme Temperatur besafs, begann plötzlich von einem Punkte der Oberfläche aus unter Steigerung der Temperatur bis etwa auf 45° C. eine Krystallisation, welche sich langsam durch die ganze Flüssigkeit fortsetzte, so dafs nach 1 bis 2 Minuten ein lockerer Krystallbrei, durchzogen von einer dickflüssigen Mutterlauge, sich in dem Kolben befand. Nachdem der Kolben nach einigen Stunden

völlig erkaltet war, liefs man durch vorsichtiges und allmähliges Neigen desselben die Mutterlauge von den gebildeten Krystallen ab- und in den Hals des Kolbens laufen. Sechs Stunden lang tropfte dieselbe auf diese Weise ab und an dem einen oberen Theile des gebildeten Krystallbreies erschien ein kleiner Theil der Krystalle fast frei von Mutterlauge, als von dem baumwollenen Pfropfen aus, durch welchen ein kleiner Tropfen gesickert, durch Berührung mit der Luft erstarrt war und die Krystallisation in den Kolben hinein verpflanzt hatte, plötzlich unter Sprengung des Kolbens dieselbe zu einer weifsen, nur wenig feuchten Krystallmasse erstarrte, während die Temperatur dabei bis auf 56° C. stieg. Die Krystallisation erstreckte sich auch auf die zwischen den zuerst angeschossenen Krystallen befindliche Mutterlauge, so dafs dieselben, gleichsam zusammengekittet, eine feste Masse bildeten und nur am oberen Theile sich eine kleine Partie von Mutterlauge fast völlig frei erwies, denn dieselben enthielten grofse Zwischenräume und bröckelten bei leichter Berührung mit dem Finger ab. Von dieser reinsten Partie wurden zwei Proben, jede von etwa 2,0 bis 3,0 genommen und der Wassergehalt in denselben durch sehr allmähliges Trocknen bis zur Gewichtsconstanz zuerst bei 50° und langsam steigend schliefslich bei 170° bis 180° C. bestimmt.

a) 1,674 der ersten Probe verloren beim Trocknen 0,597 = 35,66 Proc. Wasser.

b) 1,663 der zweiten Probe verloren 0,5875 = 35,33 Proc. Wasser.

Versuch II. Es wurden etwa 400,0 essigsaures Natron wie beim ersten Versuch geschmolzen und gekocht, bis der Siedepunkt 122° C. betrug. Von den erhaltenen Krystallen tropfte die Mutterlauge, da auf den Verschlufs viel Sorgfalt verwendet war [1]), während 24 Stunden bei gewöhnlicher Temperatur ab und man beobachtete, dafs sich in der

1) Mit einem Kork darf man den Kolben nicht verschliefsen, weil derselbe, sobald die Krystallisation beginnt, zersprengt und der Inhalt weit umhergeschleudert wird.

Mutterlauge, durch Temperaturerniedrigung von etwa 25°
auf 15° lange Krystallnadeln bildeten; nicht nur diese jedoch
verschwanden, als der Kolben ferner 12 Stunden lang an
einem etwa 30° bis 35° warmen Ort gebracht wurde, sondern
es wurde auch der untere Theil der Krystallmasse
von der sie umspülenden Mutterlauge angefressen. Als
hierauf der baumwollene Verschlufs schnell entfernt wurde,
erstarrte die Mutterlauge augenblicklich, und nur etwa 5,0
derselben liefen in das untergestellte Gefäfs. Ein in die
Masse eingesenktes Thermometer zeigte 55° bis 56°. Der
Theil der Krystallmasse jedoch, von welchem die Mutterlauge
während 36 Stunden abgelaufen war, erwärmte sich
kaum merklich; die Krystalle waren sehr locker, schienen
sehr rein zu seyn und enthielten 21,33 Proc. Wasser, denn

c) 1,9405 derselben erlitten beim Trocknen einen Gewichtsverlust von 0,414.

Versuch III. Etwa 700,0 essigsaures Natron wurden
wie bei Versuch I geschmolzen; von den erhaltenen Krystallen
liefs man die Mutterlauge 24 Stunden lang abtropfen
und dieselbe alsdann durch Wegnahme des Verschlusses
erstarren. Nach dem Zerschlagen des Kolbens liefsen sich
die zuerst gebildeten und mit Mutterlauge durchtränkten
Krystalle als ein Stück von der übrigen Masse trennen und
wurden zum zweiten Male geschmolzen. Als die Temperatur
der Masse 125° bis 126° betrug, war jedoch noch
der Theil derselben, welcher von Mutterlauge am freiesten
war, ungeschmolzen und der Kolben wurde verschlossen,
ohne dafs eine Schmelzung derselben stattgefunden hätte.
Von ihnen aus fängt alsdann die Krystallisation an, und
es war nach 8 Stunden nur wenig Mutterlauge abgelaufen.
Das Gewicht der von der Mutterlauge am meisten befreiten
Krystalle *d*, welche also durch zweimaliges Schmelzen
erhalten waren, betrug etwa 3,0, und ihr Wassergehalt
18,12 Proc., denn

d 1) 1,298 verloren beim Trocknen 0,2355 = 18,14 Proc.
2) 1,347 verloren 0,244 = 18,11 Proc.

Von den bei der zweiten Schmelzung nicht flüssig gewordenen Krystallen wurde ebenfalls eine Probe *e* genommen und ergab sich der Wassergehalt zu 21,03 Proc., da

e) 2,287 beim Trocknen 0,481 verloren.

Versuch IV. 150,0 essigsaures Natron wurden wie bei Versuch III. geschmolzen; beim zweiten Schmelzen, da die Quantität geringer war, alles in Flufs gebracht und die erhaltenen Krystalle, von welchen die Mutterlauge 24 Stunden abgetropft, war zum dritten Male völlig geschmolzen. Von den bei ziemlich hoher Temperatur angeschossenen Krystallen lief die Mutterlauge 8 Stunden ab und erstarrte dann von selbst.

f) 1,948 dieser dreimal eingeschmolzenen und von Mutterlauge möglichst freien Krystalle verloren beim Trocknen 0,398 oder 20,4 Proc. Wasser.

Versuch V. Etwa 90,0 essigsaures Natron wurden geschmolzen, einige Secunden im Kochen erhalten und der Kolben verschlossen. Die Krystalle, von denen die Mutterlauge 8 Stunden abgelaufen war, enthielten 32,6 Proc. Wasser, denn

g) 1,8885 verloren 0,615.

Versuch VI. Krystalle von einer anderen Bereitungsart, sonst genau unter denselben Verhältnissen wie bei Versuch V, zeigten einen Wassergehalt von 33,3 Proc., denn

h) 1,7515 verloren 0,5825.

Diese Versuche thun dar, dafs das essigsaure Natron fähig ist, sich mit Wasser in sehr verschiedenen Verhältnissen zu verbinden. Es erfordert die Formel:

$C^4 Na^2 H^6 O^4 + 6\ H^2O$	=	39,70	Proc.	Wasser
5 »	=	35,43	»	»
4 »	=	30,51	»	»
3 »	=	24,77	»	»
2 »	=	18,0	»	»
1 »	=	9,89	»	»

Es wurden gefunden bei

a) 35,66 Proc.
b) 35,33 Proc. im Mittel 35,5 Proc.
d) 18,12 Proc.

Darnach existirten die Hydrate:

$$C^4 Na^2 H^6 O^4 + 5H^2 O$$

und

$$+ 2H^2 O.$$

Die Bestimmung des Wassergehalts ergab bei

c) 21,33 Proc.
e) 21,03 Proc.

Da die Krystalle vielleicht nicht völlig frei von Mutterlauge waren, so ist es möglich, dafs sie der Formel $C^4 Na^2 H^6 O^4 + 2H^2 O$ entsprechen und dafs der Ueberschufs von 2,4 bis 3,3 Proc. aq auf Rechnung von 5 bis 8 Proc. mechanisch mit eingeschlossener Mutterlauge zu setzen ist; wahrscheinlicher ist es jedoch, dafs sie der Formel $2C^4 Na^2 H^6 O^4 + 5H^2 O$, welche 21,53 Proc. Wasser erfordert, entsprechen und dafs der Mindergehalt von 0,2 und 0,5 Proc. Wasser von einer anfangenden Verwitterung herrührt, welcher die Krystalle bei einer Temperatur von 56°, wie sie durch das Krystallisiren der Mutterlauge erhalten werden, wenn auch nur für einige Minuten unterworfen sind. Diese Annahme würde dann vielleicht auch dem Salz *f* mit 20,4 Proc. Wasser dieselbe Formel zukommen lassen.

g) mit 32,56 Proc. Wasser und
h) mit 33,30 Proc.

im Mittel 32,93 Proc.

entsprechend der Formel $2C^4 Na^2 H^6 O^4 + 9H^2 O$, welche 33,06 Proc. Wasser erfordert.

Berlin, 10. Januar 1871.

VIII. *Ueber ein Barometer ohne Quecksilber; von A. Heller,*

Prof. d. Physik an der Ober-Realschule in Ofen.

Der Luftdruck zu einer gewissen Zeit und an einem gewissen Orte kann entweder vermittelst eines Apparates, der auf dem Principe der communicirenden Röhren beruht, gemessen werden, oder aber, indem man das specifische Gewicht der Luft bestimmt und hieraus die jeweilige Expansion berechnet. Die erste Messungsmethode ist beim Quecksilberbarometer allgemein in Anwendung, die letztere wurde bisher zur Ausführung barometrischer Messungen nicht benutzt.

Der von mir vorgeschlagene und gegenwärtig in Ausführung begriffene Apparat, welcher die Bestimmung des jeweiligen Luftdruckes ermöglichen soll, besteht aus einem Waagebalken, dem an seinen beiden Enden zwei an Gewicht nahe gleiche, an Volum jedoch sehr verschiedene Körper (eine hohle Kugel und ein voller Cylinder) angeschraubt sind [1]). Das eine Ende des Waagbalkens trägt einen Spiegel, der ungefähr senkrecht auf der Axe des Balkens steht. In einiger Entfernung von dem Apparate befindet sich ein Fernrohr mit einer vertikalen Scale, deren Bild man durch das Fernrohr im Spiegel des Waagbalkens beobachtet. Es ist nun klar, dafs, wenn sich die Expansion der Luft in der Umgegend des Apparates ändert, der Waagbalken immer

1) Insofern ist der von mir zur Ausführung gebrachte Apparat eigentlich im Principe identisch mit Guericke's Dasymeter oder Manometer. Nur ist jene Vorrichtung in der That eine Waage, bei der mit Gewichten das Gleichgewicht hergestellt wird. Gerstner (der Vater), der wohl das genaueste Manometer construirt hat, benutzte es zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der Luft bei verschiedenen Barometer- und Thermometerständen. Er erhielt dasselbe direct durch Verschiebung eines Laufgewichtes auf dem mit einer Scale versehenen Waagbalkenarme. Die Anwendung des Apparates wurde durch die späteren genaueren Messungen verdrängt.

andere Neigungswinkel mit dem Horizonte einschliefsen werde, welche Winkel sich vermöge der gespiegelten Scale im Fernrohr mit Leichtigkeit messen lassen.

Die Schwankungen des Waagbalkens in Folge der Luftdrucksänderungen an einem Orte werden nun allerdings bei mäfsigen Dimensionen der Vorrichtung nicht eben viel ausmachen; allein die Anwendung der Poggendorff-Gaufs'schen Spiegelablesung gewährt eine solche Genauigkeit, dafs man, wie eine kleine Rechnung ergiebt, bei sehr leicht realisirbaren Annahmen, mit bedeutend gröfserer Sicherheit und Genauigkeit die Aenderungen der Lage des Waagbalkens messen kann, als die Höhe der Quecksilbersäule im gewöhnlichen Barometer, wenn nur die ganze Construction leicht ist und der Schwerpunkt derselben sich in geringer Entfernung von der Messerschneide des Balkens befindet.

Wir wollen annehmen, es befinde sich der Waagbalken bei 760^{mm} Barometerstand und der Temperatur des schmelzenden Eises in trockener Luft im Gleichgewichte und es bedeuten;

- Q das wahre Gewicht (auf den luftleeren Raum bezogen) der hohlen Kugel
- Q_1 das des vollen Cylinders.
- V_0 und v_0 die entsprechenden Volumina bei 0 Grad.
- γ und γ_1 die entsprechenden Ausdehnungscoëfficienten
- α den Ausdehnungscoëfficienten der Luft
- B die Expansion der Luft, t die Temperatur
- T die Expansion des in der Luft erhaltenen Wasserdampfes
- G das Gewicht der ganzen Construction
- h die Entfernung des Schwerpunktes derselben von der Drehungsaxe.
- a die Länge des in Rechnung kommenden Hebelarmes.

Es ist dann offenbar die Tangente des Ausschlages des Balkens:

$$\operatorname{tg} w = \frac{Q - Q_1 - [V_0(1+\gamma t) - v_0(1+\gamma_1 t)] \frac{1}{1+\alpha t} \, 0{,}001293 \, \frac{(B - \frac{3}{8} T)}{760^{mm}}}{G \frac{h}{a}}$$

und hieraus:

$$\frac{dw}{dB} = - \cos^2 \alpha \, \frac{V_0 (1 + \gamma t) - v_0 (1 + \gamma_1 t)}{G \frac{h}{a}} \cdot \frac{1}{1 + \alpha t} \, \frac{0{,}001293}{760}$$

als Maafs der Empfindlichkeit des Instrumentes, die demnach um die Horizontallage des Balkens herum ihr Maximum erreicht. Da übrigens der gröfste Ausschlag nur wenige Grade beträgt, so kann die Empfindlichkeit als constant angesehen werden. Für eine gewisse Annahme giebt die Rechnung für die Zunahme des Barometerstandes um 1^{mm} einen Ausschlag von einigen [4 bis 5] Millimetern der Scale.

Allein der gegenwärtige Apparat erlaubt nicht blofs eine mindestens gleiche Genauigkeit der Bestimmung des jeweiligen Luftdruckes wie das Quecksilberbarometer, sondern scheint vor diesem einige wesentliche Vortheile zu haben, indem es bedeutend geringere Fehlerquellen aufweist.

Bei jedem Instrumente, das zur Messung einer variablen Kraft dient, ist es ein wichtiges Erfordernifs, dafs dasselbe die Bewegung möglichst kleiner Massen erheische, um so mehr, je schneller die Veränderungen, die es anzeigen soll, vor sich gehen, da man sonst unter Umständen von der Wirklichkeit bedeutend abweichende Resultate erzielen wird.

Beim Quecksilberbarometer ist die Bewegung einer Flüssigkeitssäule von beträchtlichem Gewichte erforderlich, um die Aenderung des Luftdruckes anzuzeigen; diese schwere Quecksilbersäule wird sich erst dann in Bewegung setzen, wenn sich die Impulse derart summiren, dafs sie im Stande ist die Reibung längs der ganzen Fläche der Röhre zu überwinden und eine gewisse Geschwindigkeit in sich aufzunehmen. Geschieht die Aenderung des Luftdruckes mit gröfserer Geschwindigkeit, so wird das Quecksilberbarome-

Vorzuges; das letztere ist praktisch bequemer; der Bruch in demselben ist die zur ersten der drei abgelesenen Quecksilberhöhen noch hinzuzufügende Correctur, die ich fürderhin mit r bezeichnen will

$$(b = b' + r).$$

Die Röhre und das Gefäfs von Glas wurde von Hrn. Geifsler in Bonn gefertigt und kosteten 3⅔ Thlr. Erstere hat oben 15^{mm} lichten Durchmesser, so dafs die Capillardepression auf $0{,}1^{mm}$ gemindert ist und das Instrument bei der Ablesung keiner Erschütterung bedarf [1]); von 68 bis 78^{cm} sind Theilstriche von 1^{mm} Abstand angebracht, über 78 hinaus ist noch Raum gleich dem Cylinder von etwas mehr als 2^{cm} Höhe [2]); unter 68 beträgt die lichte Weite etwa 7^{mm}; der Nullpunkt ist etwa 3^{cm} vom Röhrenende entfernt; von 0 bis 10^{cm} sind Theilstriche von $\frac{1}{2}^{cm}$ Abstand angebracht, welche als die obengenannten n dienen und von den betreffenden Quecksilberständen abgezogen b'' und b''' finden lassen. Das Gefäfs ist oben 6^{cm} weit, um die mit dem Finger verschlossene Röhre unter dem Quecksilberspiegel umkehren zu können; unten ist es zur Quecksilberersparnifs 3^{cm} weit, mit Ausnahme der wieder gröfseren Fufsplatte.

Meine Versuche datiren vom Ende des Jahres 1869. Vom Jahre 1870 weist mein Tagebuch 91 Vergleichungen dieses Gefäfsbarometers mit einem Heberbarometer von Greiner in Berlin und gelegentlich auch mit einem Aneroïde von Breton in Paris auf. Dabei habe ich die Ausdehnung des Quecksilbers corrigirt; diejenige der Messing- und der Glasscale beider Barometer und die Capillardepression konnten oder mufsten vielmehr aufser Acht bleiben gegenüber jenem Gefäfsbarometer, bei welchem die Zehntelmillimeter nur geschätzt werden können, und wobei überdiefs zu einer Beobachtung drei Einstellungen ins untere

1) Siehe Marbach Physikalisches Lexikon, Artikel Barometer.

2) Wurde mittelst Quecksilber auf der Waage kubicirt.

Niveau und drei Ablesungen der Quecksilberkuppe nothwendig sind [1]).

In der That erwies sich b' und selbst b'' auf 1 bis 2mm nahe dem wirklichen Barometerstande b; was aber gerade die Correctur r (siehe oben) unzuverlässig machen mufs. Um einen Anhaltspunkt zu gewinnen, stellte ich die 46 Beobachtungen aus den Monaten October, November, December des verflossenen Jahres zusammen, bei welchem $n = 3^{cm}$ war (bei einigen hohen Barometerständen mufste $n = 2\frac{1}{2}$ genommen werden, weil sonst bei $2n = 6$ die Quecksilberkuppe über 78 hinaufgekommen wäre), und innerhalb welcher Zeit ein und dieselbe Füllung der Röhre bestanden hatte. Ich fand darunter

$b' - b''$ ...	2	Male	$= 0{,}0^{mm}$
	1	»	0,1
	4	»	0,2
	12	»	0,3
	8	»	0,4
	9	»	0,5
	5	»	0,6
	3	»	0,7
	2	»	0,8
	Mittel		$0{,}4^{mm}$.

Und dasselbe Mittel hatte ich aus allen 91 Beobachtungen gefunden. Die äufsersten dieser Beträge sind gewifs durch Summation der Beobachtungsfehler in den beiderlei Einstellungen und Ablesungen entstanden; nimmt man bei jeder einzelnen dieser Operationen den möglichen Fehler 0,1 an, so kann der Gesammtfehler selbst 0,4 betragen im äufsersten Falle.

Das Mittel der Differenzen $(b'' - b''')$ in den 46 Beobachtungen fällt 4 mal so grofs aus. Es war nämlich

1) Die Messing- und Glasscale haben Hr. College C. Schmidt und ich mittelst Stangenzirkels und stählernen Normalmeters der städtischen Aichstelle controlirt; die Abweichungen auf 70cm und darüber bleiben ebenfalls in den Zehntelmillimetern.

1 Mal	... $b'' - b''' =$	0,8^{mm}
5	»	1,0
2	»	1,1
3	»	1,2
4	»	1,3
3	»	1,4
5	»	1,5
1	»	1,6
5	»	1,7
3	»	1,8
4	»	1,9
4	»	2,0
2	»	2,2
3	»	2,5
1	»	2,6
	Mittel =	1,6^{mm}.

Und wiederum dasselbe Mittel aus allen 91 Beobachtungen. Wäre 0,8 und 2,6 wieder dem Maximalfehler 0,4 zuzuschreiben, so würden die $(b'' - b''')$ zwischen 1,2 und 2,2 variiren, wie auch mit Rücksicht auf die Anzahl der Vorkommnisse diese Gränzen 1,0 und 2,0 sind. Aus beiden Mittelwerthen berechnet sich

$$b - b' = r = \frac{c}{x} = \frac{(b' - b'') \cdot (b' - b''')}{(b'' - b''') - (b' - b'')} = \frac{2}{3} \text{ Mllm.}$$

Verknüpft man damit die zweite der obersten drei Gleichungen, worin $n = 30$ zu setzen ist:

$$b - b'' = \frac{2}{3} + \frac{2}{5} = \frac{c}{x - 30},$$

so findet man $x = 80$. Soviel Millimeter würde also die Höhe der Luftsäule bei dem betreffenden Quecksilberstande b' betragen, oder dieser würde (siehe oben bei Note 3) nahe 72^{cm} seyn. Diefs ist für das Mittel wohl etwas zu hoch, liegt aber innerhalb der Wirklichkeit; denn die 46 Beobachtungen erstreckten sich von 70^{cm} bis wenig über 72, wie schon angedeutet worden, die 91 Beobachtungen von 70 bis 72$\frac{3}{4}$. Wenn ich mich recht erinnere, wird der mitt-

lere Barometerstand zu München gleich $26\frac{1}{2}$ pariser Zoll oder $71{,}7^{cm}$ angegeben; Augsburg liegt nur wenig niederer und das Mittel aus meinen 46 Beobachtungen am Heberbarometer ist 71,4 und würde ohne den Ausschlufs der extremsten Fälle höher ausgefallen seyn.

Um auch den Einflufs der Luftausdehnung zu prüfen, deren Coëfficient 20 mal so grofs ist als beim Quecksilber, kann man sich vorerst die vorige Luftsäule von 80^{mm} Höhe und $\frac{2}{3}^{mm}$ Druck auf das Doppelte verdichtet denken. Dann würde das Volumen und der Druck um etwas weniger als $\frac{2}{3}^{mm}$ zunehmen nach der Gleichung

$$\tfrac{4}{3} \cdot 80 = (\tfrac{2}{3} + z)(80 + z)$$

oder $b - b' = r$ nahezu $\frac{4}{3}^{mm}$ seyn Eine Temperaturzunahme um 10° entspricht aber ungefähr einer Verdichtung blofs auf das $(1 + \frac{1}{30})$ fache, so dafs die Senkung der Quecksilberkuppe z' zu berechnen wäre aus

$$\tfrac{31}{30} \cdot \tfrac{2}{3} \cdot 80 = (\tfrac{2}{3} + z')(80 + z'),$$

das ist z' nicht ganz $= \frac{1}{30} \cdot \frac{2}{3}^{mm} = 0{,}022$. Dagegen beträgt die Correctur wegen der Quecksilberausdehnung bei 10° $1{,}3^{mm}$ oder das 60 fache.

Das Aneroïd betreffend mufste ich den Zeiger vom Februar bis zu October 1870 um 7^{mm} höher stellen; von da ab harmonirte es leidlich mit den Quecksilberbarometern. Es ist diefs eine ähnliche Erfahrung derjenigen, die ich in Carl's Repertorium 1870 S. 132 gefunden, wobei innerhalb vier Monaten das Aneroïd um 11^{mm} zurückblieb.

Schlufsbemerkungen. — Das obige Gefäfs-Barometer bleibt bei guter Füllung wenig hinter einem Barometer mit Vacuum zurück. Hätte man die Abweichung von einem Normalbarometer gemessen, als welches obiges Heberbarometer nicht gelten kann, so könnte eher noch das Gefäfsbarometer mit dieser Abweichung corrigirt auf einige Zeit hinaus als Normalbarometer dienen.

Diese Abweichung dagegen aus obiger theoretischen Formel zu bestimmen, ist, wenigstens bei dem Instrumente mit obigen Dimensionen und mit der Barheit an mechani-

scher Einrichtung, unzuverlässig, namentlich bei geringer Zahl der Beobachtungen.

Aus diesem Grunde ist die oben angeführte Idee eines Reisebarometers, wenn nicht gefallen, so doch wankend. Bloſs als hypothetischen Fall erwähne ich dazu noch einer engeren und längeren Röhre, um mit wenig Quecksilber gröſsere Verschiebungen (n) zu vereinen.

Augsburg, am 19 Januar 1871.

X. *Historische Notiz über das Eiscalorimeter.*

(Mittheilung vom Prof. Th. Andrews in Belfast.)

In den »*Results of Astronomical Observations at the Cape of Good Hope* (*Appendix*, *p.* 447) veröffentlicht i. J. 1847 von Sir John Herschel, ist eine Verbesserung des Eiscalorimeters von Lavoisier und Laplace angegeben, welche im Princip und selbst in einigen Details dieselbe ist, wie die Methode, welche Prof. Bunsen bei seinen neuen calorimetrischen Untersuchungen befolgte[1]). Ohne irgendwie die Originalität und das Verdienst der Bunsen'schen Arbeit schmälern zu wollen, ist es nur Schuldigkeit gegen den ausgezeichneten Astronomen und Physiker, hier zu wiederholen, was derselbe vor mehr als zwanzig Jahren über den nämlichen Gegenstand geschrieben hat.

»Schätzen wir andererseits dasselbe (d. h. das geschmolzene Eis) *nach der Volumsverringerung der Gesammtmasse des angewandten Gemisches von Eis und Wasser*, welche durch das Schmelzen eines Theils des Eises hervorgebracht ist, so giebt es für die zu erreichende Genauigkeit keine andere Gränze als die mechanische Schwierigkeit, den Apparat so einzurichten, daſs er eine genaue Messung der Volumendifferenz vor und nach dem Versuch gestattet. Zu dem Ende ist es nöthig, daſs das erwähnte Gemisch in ein

1) Ann. Bd. 141, S. 1.



Gefäfs eingeschlossen sey, welches es genau füllt und im oberen Theil einer langen graduirten offenen Röhre bei einer gewissen Abtheilung endigt, bis zu welcher, als Nullpunkt, das Wasser durch eine ajustirende Schraube hinaufgetrieben werden kann. Innerhalb dieses, in einer isolirten und wasserdichten Kammer, communicirend mit der äufseren Luft durch einen Kanal, der nicht weiter als nothwendig ist und sogleich durch einen nichtleitenden Pflock oder Stöpsel verschlossen wird, mufs die Wärmequelle angebracht werden, die dem Versuch zu unterwerfen ist. Der ganze Apparat mufs dann in ein Gemisch von Schnee und Wasser getaucht werden, um von aufsen her alle Mittheilung von Wärme abzuhalten.

XI. *Zur Umkehrung der Natriumlinie; von A. Weinhold.*

Die gewöhnliche Art der Umkehrung der Natriumlinie, bei der man schwachleuchtenden Natriumdampf zwischen einen weifsglühenden Körper und den Spalt des Spectroskops bringt, erfordert eine bedeutende Helligkeit des weisen Lichtes, damit die von dem Natriumdampf absorbirte Lichtmenge beträchlich gröfser sey, als die von ihm ausgestrahlte und somit die Natriumlinie wesentlich lichtschwächer werde, als die benachbarten Theile des Spectrums.

Es war zu erwarten, dafs die Umkehrung viel leichter eintreten müfste, wenn man die Helligkeit der neben der Natriumlinie liegenden Theile des Spectrums um ebensoviel vergröfsern könnte, als die Helligkeit der Natriumlinie durch das Selbstleuchten des Natriumdampfes vergröfsert wird.

Diefs kann nun in sehr einfacher Weise geschehen: Man stellt vor den Spalt eines kleinen, nur aus Spaltrohr (ohne Linse) und stark zerstreuendem Prisma bestehenden

Spectroskops eine kleine Petroleumlampe und bringt eine durch Kochsalz *intensiv* gefärbte Weingeistflamme so zwischen das Prisma und das Auge, dafs sie das ganze Spectrum deckt; — sofort erscheint eine sehr deutliche, dunkle Natriumlinie, während dieselbe Weingeistflamme, zwischen die Petroleumlampe und den Spalt gebracht, die Natriumlinie hell glänzend hervortreten läfst.

Bei der ersten Stellung erscheint das ganze Spectrum durch das von ihr ausgestrahlte, gelbe Licht erhellt und deshalb die Natriumlinie um den ganzen Betrag der stattfindenden Absorption gegen die benachbarten Theile des Spectrums erhellt, während bei der zweiten Stellung diese Theile gar nicht verändert werden und die Natriumlinie durch die Absorption des Natriumdampfes geschwächt, durch seine eigene Strahlung aber verstärkt wird.

Reibt man den Docht der Lampe nur mit Kochsalz ein, so ist die Flamme nur in den ersten Secunden nach dem Anzünden intensiv genug gefärbt, um eine deutliche Umkehrung zu bewirken; besser ist es, den Weingeist vor dem Einfüllen in die Lampe mit etwas Wasser zu versetzen und dann mit Kochsalz zu sättigen; ein zeitweiliges Reiben des Dochtes zwischen den Fingern ist aber auch bei diesem Verfahren noch zu empfehlen, um die Natriumlinie recht schwarz erscheinen zu lassen.

Eine kleine Schwierigkeit liegt für sehr kurzsichtige Augen darin, die richtige Accommodation für den Spalt zu finden und nicht auf die Weingeistflamme zu accommodiren. Man verringert dieselbe durch Anbringen eines quer gespannten Drahtes vor dem Spalt, der als schwarze Horizontallinie im continuirlichen Spectrum erscheint und die richtige Accommodation finden lehrt.

Die Anwendung eines Spectroskops mit Fernrohren hat mir keine guten Resultate gegeben; zwischen Ocular und Auge kann man die Flamme wegen des geringen Augenabstandes nicht aufstellen, zwischen Prisma und Objectiv gebracht, verwischt sie das Bild zu sehr durch die heifsen Luftströmungen; — eine Aufstellung in einem Einschnitt des

Spaltrohrs nahe hinter dem Spalt oder zwischen Objectiv und Ocular des Beobachtungsfernrohrs, nahe der Collectivlinse war bei meinem Apparate nicht ausführbar.

Chemnitz, im Februar 1871.

XII. *Nachträgliche Bemerkung über Aetzfiguren an Krystallen; von Dr. Heinr. Baumhauer.*

Vor einiger Zeit habe ich in diesen Annalen zwei Aufsätze über die Aetzfiguren und den Asterismus an Krystallen veröffentlicht. Ich halte es nun für meine Pflicht, nachträglich mitzutheilen, dafs Hr. Prof. Haushofer in München, wie ich aus seiner mir damals unbekannten Habilitationsschrift (»Ueber den Asterismus und die Brewster'schen Lichtfiguren am Calcit«, München 1865) ersehe, schon früher den Kalkspath, sowie Krystalle von Dolomit, Alaun und Kaliumeisencyanür in dieser Richtung untersucht hat. Es kann daher manche der von mir gemachten Angaben nur zur Bestätigung resp. Erweiterung des schon von Hrn Haushofer Gefundenen dienen. In einzelnen Punkten hingegen weichen meine Resultate von den seinigen ab oder enthalten wesentlich Neues. Letzteres gilt z. B. von der eigenthümlichen Vertheilung der dreiseitigen Vertiefungen auf der Endfläche des Kalkspathes. Aufserdem hat Hr. H. das Seignettesalz, das doppeltchromsaure Kali und den Zucker gar nicht untersucht. Was die Verschiedenheit unserer Resultate angeht, so bezieht sich dieselbe hauptsächlich auf die Lage der dreiseitigen Vertiefungen auf der Calcitprismenfläche. Dieselben haben nach meiner Beobachtung die umgekehrte Lage als von Hrn. H. angegeben wird. Im übrigen verweise ich auf die citirte Schrift.

XIII. *Ueber die Vogelsang'schen Krystalliten; von Hrn. E. Weiſs in Bonn.*

Hr. Prof. Vogelsang in Delft hat kürzlich in einer Abhandlung des »*Archives Néerlandaises*« *T. V* 1870 einen Aufsatz »*Sur les cristallites, études cristallogénetiques*« veröffentlich und sich darin mit jenen Bildungen in künstlichen Schlacken, die auch in natürlichen Gesteinen häufig wiederkehren, beschäftigt, welche bekanntlich dem Beobachter stets Zweifel hinterlassen, ob er es mit krystallinischen oder unkrystallinischen (amorphen) Bildungen zu thun habe. Diese Untersuchung ist ebenso subtil als wünschenswerth und verbreitet namentlich nach zwei Richtungen hin besonderes Interesse: sie verspricht auf der einen Seite mancherlei geologische Analogien und auf der anderen Seite vielleicht krystallogenetische Aufschlüsse. Zunächst liegt eine Reihe von Untersuchungen an Schlackenschliffen vor, denen Experimente an Schwefel, welcher in einem hemmenden Medium krystallisirt, vorausgehen. Aus beiden gelangt der Verfasser zu der Ueberzeugung, daſs man zwischen dem krystallinischen und amorphen Zustande der Körper noch einen oder mehrere Zwischenzustände annehmen kann, welche er als Globuliten, Margariten, Longuliten, Krystalliten bezeichnet, wovon der letztere der allgemeinere Begriff ist und die ersteren in sich schlieſst. Krystalliten sind ihm darnach »alle unorganischen Producte, in welchen man eine regelmäſsige Anordnung oder Gruppirung erkennt, welche übrigens jedoch weder im Groſsen und Ganzen, noch in ihren isolirten Theilen die allgemeinen Charaktere krystallisirter Körper zeigen, namentlich nicht regelmäſsigen polyëdrischen Umriſs«. Es sind ihm »unentwickelte, embryonale Krystalle«, deren scharfe Gränzbestimmung vorläufig unentschieden bleiben könne, vielleicht auch nicht in der Natur begründet sey. »*En transportant à la nature nos distinctions traditionelles, appropriées aux besoins jour-*

naliers, nous ne faisons qu'imposer des entraves inutiles au libre essor de l'esprit.«

Da mit Einräumung dieses Verlangens von Vogelsang wiederum eine Demarcationslinie in der Wissenschaft, nämlich die zwischen amorphem und krystallinischem Zustande der festen Körper fallen würde, so lohnt sich gewifs die nähere Betrachtung seiner Idee, welche eben mehr eine bisher scharf gezogene Gränze aufheben, als eigentlich einen neuen dritten Molecularzustand begründen soll. Ein Krystall soll auch nicht etwa erst aus dem Krystallitenstadium entstehen, sondern diefs sey eine Gruppirungsweise, welche mehr oder weniger nahe derjenigen der wahren Krystalle kommen könne.

Gewissermaafsen als Fundamentalversuch hat Vogelsang zur Eruirung seiner Ansicht über die Krystalliten in Schlacken künstlich Aehnliches zu erzeugen gesucht, indem er eine Mischung von zwei Lösungen bereitete, deren eine aus Schwefel in Schwefelkohlenstoff, die andere von Canadabalsam in derselben Flüssigkeit bestand. Läfst man einen Tropfen einer solchen Mischung auf einem Glastäfelchen unter dem Mikroskop verdunsten, so wird die Masse immer dickflüssiger und man kann während der dampfförmigen Entweichung des Schwefelkohlenstoffs bequem sämmtliche in dem Medium stattfindende Erscheinungen beobachten. Man sieht leicht, wie dieser Versuch sowohl in Bezug auf Erstarrungsvorgänge in einem die freie Bewegung hemmenden zähflüssigen Medium an sich, als auch wegen der Nachahmung von ganz ähnlichen Vorgängen in künstlichen und natürlichen Gläsern und Schlacken von Interesse seyn mufs, und dafs es ein glücklicher Gedanke war, eine solche Flüssigkeit zu Grundversuchen zu benutzen. Nach vielfacher Wiederholung derselben Versuche mit Schwefel kann ich die interessanten Erscheinungen, welche Vogelsang erhielt, sämmtlich bestätigen. Wenn ich diesen Bericht fast allein auf die Beobachtungen beim Schwefel beschränke, obgleich man die Versuchsreihe auf andere hemmende Medien und andere Körper ausdehnen könnte und sollte, so wird, wie

ich glaube, aus den alsdann beizufügenden Bemerkungen der Grund dieser Beschränkung hervorgehen.

Operirt man mit der richtigen Mischung jener zwei Lösungen, so bilden sich in kurzer Zeit in dem Tropfen diejenigen Körper, welche Vogelsang ihrer Gestalt nach Globuliten, Margariten und Longuliten nennt, aufserdem wirkliche Krystalle und Krystallgruppen. Die Reihefolge, in der man sie auftreten sieht, ist gewöhnlich die, dafs zuerst runde flüssige Kügelchen entstehen, welche eine übersättigte Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff sind, sich lebhaft anziehen und zu grofsen Tropfen vereinigen, bis endlich feste Körper erscheinen. Diese letzteren entstehen übrigens nur, wenn die Mischung nicht zu viel Canadabalsam enthielt, und um so früher, in je geringerer Menge dieses Hemmungsmittel zugegen war. Der gröfste Theil der festen Körper sind erkennbare Krystalle, Oktaëder, die sich meist nach Art vieler künstlicher Krystallisationen an einander reihen, worin die meisten Individuen parallel geordnet sind, oder sie bilden durch lineare, stets parallele Reihung Nadeln, welche deutlich aus kleinen Oktaëdern bestehen, daher am Rande gekerbt erscheinen, auch wohl nach Art der Scepterkrystalle des Quarzes mit einem gröfseren Oktaëder an der Spitze endigen. Aber aufser den deutlichen krystallinischen Gestalten bilden sich auch manche andere Formen, welche wegen ihrer mangelnden regelmäfsigen geradlinigen äufseren Begränzung Zweifel über ihre Natur hinterlassen, da ihre Gruppirung ganz nach Art von dendritischen Krystallgruppen in geraden, unter Winkeln zusammenstofsenden Linien geschieht. Diese sind ganz besonders der Gegenstand der Vogelsang'schen Aufmerksamkeit und Erörterung gewesen und sollen hier nochmals die der unserigen seyn. Einige sind von Stäbchenform mit rundlicher, oft knopfartiger Endigung: Longuliten; bei weitem die meisten aber sind rund, kuglig, klar durchsichtig, wie die vorher beschriebenen Tropfen übersättigter Schwefellösung, bleiben aber auch, nachdem die Verdunstung des Schwefelkohlenstoffs beendet ist, in gleicher Form und



Durchsichtigkeit zurück: Globuliten. Margariten sind Aneinanderreihungen von gewöhnlich gröfseren Globuliten in zierlichen Gruppen wie z. B. Fig. 5, Taf. VI. Zu fast all diesen Formen giebt es die schönsten Analogien in Schlacken und Gläsern, namentlich sind die Longuliten in letzteren vollkommener ausgebildet, und splendide Tafeln zum guten Verständnifs zieren die interessante Abhandlung.

Die Entstehung dieser Körper läfst sich gut beobachten und die Manigfaltigkeit der Erscheinungen macht den Versuch zu einem anziehenden Beobachtungs-Objecte. Man sieht übrigens die gelben Flüssigkeitströpfchen (Globuliten) in ganz übereinstimmender Weise erscheinen wie die Krystalle: sie sind plötzlich da und vergröfsern sich nachher nur, offenbar bei beiden aus demselben Grunde: wenn das Lösungsmittel — dort der Canadabalsam, hier der Schwefelkohlenstoff — nicht mehr ausreicht, so scheiden sie sich aus und zwar plötzlich. Jene aber, die Tröpfchen, wachsen — sey es ganz, sey es vorwiegend — durch Vereinigung und Hinzubewegen der fertigen Elemente, diese, die Krystalle, niemals auf gleiche Weise, sondern entweder wie gewöhnlich, ohne dafs das Hinzutreten der vergröfsernden Masse direct sichtbar würde, oder indem sie jene Tröpfchen anziehen, welche im Momente der Berührung sich in einen Krystall verwandeln, welcher parallel mit dem ersteren gestellt nur die Verlängerung desselben bildet. Diese Erscheinung: das augenblickliche krystallinische Erstarren der Flüssigkeitströpfchen bei der Berührung mit einem Krystall, ist in der That der interessanteste und lehrreichste Vorgang von allen, welche sich bei diesen Versuchen beobachten lassen. Man wird, wie ich glaube, schon durch dessen blofse Betrachtung dazu geführt, dafs das, was Vogelsang Globuliten nennt, wirklich nichts anderes als flüssige Tropfen sind, und in der That läfst sich die Richtigkeit hiervon auch direct ziemlich vollständig erweisen.

Vogelsang selbst nimmt auch nicht bestimmt den festen Aggregatzustand dieser Körperchen an, sondern wird nur dazu geführt, ihn wenigstens für viele als wahrschein-

lich zu betrachten, einmal weil er sogar über ein Jahr lang diese Globuliten mit völlig unverändertem Ansehen aufbewahrt hatte, sodann weil in den Schlacken ganz gleich geformte Körper in großer Zahl verbreitet sind, welche gewiß für fest gehalten werden müssen. Uebrigens glaubt er auch, daß die Bezeichnung »Globuliten« selbst auf flüssige kuglige Bildungen anwendbar sind. Gäben wir das letztere zu, so würde für uns »Tropfen« und »Globulit« in dem schwefelhaltigen Gemenge synonym, indem wir glauben, daß bei Anwendung anderer Stoffe auch ähnlich gestaltete Bildungen doch unter Umständen andere Erklärungen erfordern werden. So hier für Schwefel. Wir wollen also zunächst zeigen, daß in diesem Falle nur die Annahme der Tropfennatur für die gravirten Körper übrig bleibt.

Häufig bildet sich in einiger Entfernung vom Rande des verdunstenden Tropfens ein Kranz von größeren Globuliten aus der Vereinigung von immer mehr sehr kleinen solcher Theilchen an bestimmten Stellen. Da man diesen Vorgang direct beobachten kann, so kann kein Zweifel über den flüssigen Zustand der Globuli obwalten, welche Größe sie auch besitzen. Diese gelben, klaren, das Licht stark (aber einfach) brechenden Kugeln und Kügelchen bleiben öfters, besonders bei Gegenwart von viel Canadabalsam, selbst nach längerer Zeit, wenn längst keine Verdunstung mehr stattfindet, völlig unverändert. Kommen sie aber in Berührung mit einer noch wachsenden Krystallnadel, so erstarrt sogleich ihre ganze Masse, indem sie nur durchscheinend wird. Ist noch genügende Beweglichkeit in dem Balsam vorhanden, so zieht die jetzt trübe feste Kugel die kleinen durchsichtigen im Umkreise an und vergrößert sich noch eine Zeit lang der Art, daß bald Krystallnadeln aus ihr hervorwachsend erscheinen und unter Umständen ihre Form gänzlich verloren geht. Fig. 6 Taf. VI zeigt den gewöhnlichen Fall etwas schematisch, wo die später sich ansetzenden Krystalle rechts parallel den ersten vor der Umwandelung der Kugel erschienenen links sich bildeten und beweisen, daß auch die ganze Schwefelkugel in paralleler

Stellung krystallisirt ist. Manchmal, wie es Fig. 7 Taf. VI andeutet, erstarrt die Kugel ohne sichtbaren Anlafs, vielleicht durch Berührung eines Krystalls von oben oder unten, und bedeckt sich danach mit rings ausstrahlenden, also nicht parallelen Krystallen. In beiden Fällen zeigt der Hof um die Kugeln [1]), welcher fast frei von winzigen Kügelchen ist, noch die Art und Weise, wie nach der Erstarrung die gröfsere Kugel sich im zähflüssigen Balsam ernährt hat.

Dieses Erstarren der klaren Tropfen von übersättigter Schwefellösung kann aber auch auf andere, künstliche Weise hervorgerufen werden: nicht — nach meinen Versuchen — durch Erschüttern oder Klopfen, sehr leicht aber durch Berühren mit einem fremden festen Körper, z. B. einer Nähnadel. Man bringt es leicht dahin, diesen Versuch unter dem Mikroskope anzustellen und kann dann direct sehen, wie im Moment, wo die Spitze der Stahlnadel die noch flüssige Kugel trifft, diese erstarrt und trüb wird, genau wie bei Berührung mit einem Krystall. Ich habe diesen Versuch mit acht Tage altem Präparate noch wiederholt und dasselbe Resultat erhalten, natürlich kann man aber nur mit den gröfseren Kügelchen operiren. Es ist aber kein Grund vorhanden, weshalb die kleineren nicht in demselben Zustande sich befinden sollten, da doch ihre Entstehung dieselbe ist. Ebenso wenig ist es wunderbar, dafs selbst nach längerer Zeit sich der flüssige Zustand der Kügelchen erhält, weil sie von Canadabalsam so hermetisch umschlossen werden, dafs eine weitere Verdunstung des Schwefelkohlenstoffs in ihnen nicht möglich wird. Ist der Balsam später ganz erhärtet, so dafs die Nadel nicht mehr zum Versuch angewendet werden kann, so wird man durch Auflösen in Alkohol wahrscheinlich die Kügelchen von ihrer Hülle befreien und so zum endlichen Erstarren auch nach Jahren bringen können.

Wenn man einen Tropfen Kalklösung mit kohlensaurem Alkali unter dem Mikroskope zusammenbringt, so be-

1) Solche Höfe beobachtete schon Vogelsang in Schlacken und hat auch die Priorität ihrer richtigen Auffassung.

sitzt, namentlich anfangs, der erhaltene Niederschlag keine erkennbare Rhomboëderform, die jedes Theilchen erst später beim Weiterwachsen annimmt, sondern die äufsere Gestalt ist die der Globuliten, wenigstens noch bei 500facher Vergröfserung. Auch wirken die kleinen Körperchen nicht merkbar auf polarisirtes Licht. Doch sobald sie gröfser geworden, tritt diese Wirkung der Doppelbrechung ein, sogar ehe sie noch erkennbare krystallinische Form zeigen. Man kann hieraus natürlich nicht schliefsen, dafs die erste Globulitenform des Kalkniederschlages wegen Aehnlichkeit mit den Schwefelreactionen flüssigen Zustand anzeige, aber auch gewifs nicht aus *deren* offenbar festen Aggregatzustande den gleichen jener beim Schwefel erhaltenen Theilchen.

Durch Frankenheim (Pogg. Ann. Bd. 40) ist das ebenso eigenthümliche als merkwürdige Verhalten einer Salpeterlösung beim Verdunsten unter dem Mikroskope bekannt geworden, ebenfalls geeignet, um zu zeigen, wie solche Erscheinungen und deren Deutung unter Berücksichtigung der besondern Eigenthümlichkeiten der Stoffe, mit welchen man experimentirt, angesehen werden müssen. — Läfst man einfach einen Tropfen einer gesättigten Lösung von salpetersaurem Kali unter dem Mikroskope verdunsten, so sieht man, immer am Rande des Tropfens, zunächst klare scharfe Rhomboëder des Salzes entstehen, erst nach einiger Zeit gewöhnlich dann auch rhombische Prismen des dimorphen Salpeters. Von Interesse sind dann auch zwei Erscheinungen. Die Salpeternadeln der gewöhnlichen zweiten (2gliedrigen) Form wachsen weit schneller als die Rhomboëder und üben einen unverkennbaren Einflufs auf diese. Wächst eine Nadel in einer solchen Richtung, dafs sie in der Nähe eines Rhomboëders oder einer Rhomboëdergruppe vorbeikommt, so schmelzen die Rhomboëder gleichsam ab, indem sie sich auflösen und zuletzt ganz verschwinden, während die Nadel der zweiten Form gröfser und dicker wird. Wenn dagegen jene Nadel in der Richtung auf ein Rhomboëder zu wächst, so stöfst sie auch bald auf dasselbe, weil das Wachsthum in dieser Richtung

bedeutend schneller als das in der Breite ist. Aber im Augenblicke der Berührung findet eine Umwandlung des getroffenen Rhomboëders statt, ein Zerfallen desselben in ein körniges Aggregat, und man sieht diese Umwandlung mit nicht zu grofser Schnelligkeit über den Rhomboëderkrystall oder eine Gruppe sich berührender Individuen in Gestalt eines vorschreitenden Schattens hinziehen. Wachsen die Aggregate nachher noch weiter, so geschieht es in der Form des rhombischen Salpeters und, soweit ich beobachtete, in Krystallen von paralleler Stellung. Das ganze Phänomen endet gewöhnlich mit Krystallen von nur rhombischer (2gliedriger) Form, selten bleibt ein Rhomboëder intact zurück. Fast nur im Rückstande sehr kleiner flacher Tropfen findet man diese noch zahlreich.

Zur Erklärung dieser sonderbaren Vorgänge, welche man noch in keinem zweiten Falle beobachtet hat, scheint mir Folgendes geltend gemacht werden zu müssen. Der rhomboëdrische, leichter lösliche Salpeter bildet sich nur am Rande des Tropfens, wo die Verdunstung schnellere Concentration bewirkt; daher, falls ein solcher Krystall durch Strömung mehr nach innen gelangt, löst er sich schon ohne andern Grund, in der schwächer concentrirten Flüssigkeit wieder auf. Der rhombische, prismatische Salpeter ist etwas schwerer löslich, bildet sich aber trotzdem später, nämlich bei normaler Concentration oder mit andern Worten bei schwächerer Uebersättigung der Lösung [1]). Gelangt ein prismatischer Krystall in die Nähe eines Rhomboëders, ohne es zu berühren, so entsteht eine Strömung der Flüssigkeit nach der Salpeternadel hin, weil dort sich der weniger lösliche Salpeter in fester Form absetzt, in seiner Nähe dadurch eine solche Dichtigkeit der Lösung hervorruft, bei welcher sich der rhomboëdrische Salpeter (der selbst in

1) Diese Beobachtungen am Salpeter führen auf die Vermuthung, dafs wohl auch der Unterschied der Kalkspath- und Aragonitbildung in weniger oder mehr verdünnter Lösung auf deren Ausscheidung aus mehr oder weniger übersättigter Flüssigkeit als Ursache zurückgeführt werden könnte.

noch dichterer Lösung schwimmt) noch löst, also jetzt zu schmelzen beginnt, die nächst benachbarte Flüssigkeit dadurch wieder dichter macht und nach jenem Krystall hin abfliefsen läfst — und so Atom für Atom mit der Strömung vom Orte seiner Entstehung zu dem andern Salpeter hinwandert, ohne dafs im Geringsten eine auffallende Anziehungskraft von einem zum andern, eine »Wirkung in die Ferne« existirte, wie schon Frankenheim sehr richtig erkannte. — Dafs wirklich nur diese durch ungleiche Dichte der Flüssigkeit erzeugte Strömung an der Erscheinung Schuld sey, läfst sich durch Abänderung des Versuchs beweisen. Setzt man nämlich etwas Lösung von Gummi arabicum zur Salpeterlösung, so wird dadurch die Beweglichkeit der Wassertheilchen gehemmt und die Folge ist, dafs während der Verdunstung und Krystallisation eine Salpeternadel hier äufserst nahe an die Rhomboëder herankommen kann, ohne einen Einflufs auf deren Form auszuüben; die Rhomboëder lösen sich nicht auf.

Schwieriger ist die Erklärung des zweiten Falles, wo es zur Berührung zwischen einem prismatischen und rhomboëdrischen Salpeterkrystalle kommt und wobei letzterer in die Form des ersteren sich umwandelt. Man könnte vielleicht annehmen, dafs ein vorschreitendes Flüssigwerden des Rhomboëders und sofortiges Wiederkrystallisiren in 2gliedriger Form stattfände. Damit würde wenigstens harmoniren, dafs bei Zusatz von Gummilösung diese Umwandlung entschieden langsamer vor sich geht, als wenn der Salpeter in reinem Wasser gelöst ist; doch war Sicherheit hierüber nicht zu gewinnen. Frankenheim giebt an, dafs selbst nach vollständigem Trocknen der Rhomboëder, welche in sehr kleinen Tröpfchen durch schnelles Verdunsten des ganzen Wassers entstehen und unverwandelt zurückbleiben, dieselben noch in obiger Weise zerfallen, wenn sie mit einem rhombischen Salpeterkrystalle berührt werden. Es ist mir nicht gelungen, eine sichtbare Veränderung auf diese Weise zu bewirken; nur in einem Falle kann ich sie bestätigen, aber diefs war gleich nach dem scheinbar völligen

Eintrocknen, und es ist wohl möglich, dafs doch noch geringe Feuchtigkeit den Krystallen anhaftete; bei wirklich vollständiger Trockenheit habe ich die Umwandlung nicht eintreten sehen; übrigens schritt dieselbe in dem eben citirten Falle auch nur sehr langsam vor.

Jedenfalls erfordert auch diese Erscheinung eine Erklärung aus sich selbst, d. i. aus den besondern Eigenschaften des Salzes. Dafs aufserdem zu jener Umwandlung aus einer in die andere dimorphe Form die Berührung mit Salpeter der dominirenden Form nöthig ist, diejenige mit fremden Körpern nicht ausreicht, kann man durch Berühren der aus gummihaltiger Lösung krystallisirenden Rhomboëder mittelst einer Stahlnadel während der Beobachtung unter dem Mikroskope deutlich machen. Die Nadel selbst übt keinen directen Einflufs bei der Berührung auf die Rhomboëder aus; wohl aber bilden sich meist beim Eintauchen der Nadelspitze in die Flüssigkeit rhombische Salpeterkrystalle, welche dann ihrerseits durch Berührung mit den Rhomboëdern deren Umwandlung in der beschriebenen Weise besorgen.

Kehren wir indefs zu unseren Versuchen mit Schwefellösung zurück. Darf man es als sicher annehmen, dafs die Schwefelglobuliten wirkliche Flüssigskeitstropfen sind, so werden auch die *Margariten* desselben Stoffes, als blofse Gruppirungen von Globuliten, nicht als erstarrt zu betrachten seyn. In dem Beispiele von Fig. 5 Taf. VI (möglichst getreu bei 195facher Vergröfserung aus dem Mikroskope gezeichnet) sieht man recht deutlich noch deren Entstehung aus Tropfen. Denn nicht nur ist an einigen der gröfseren Globuliten, welche die Gruppe zusammensetzen, noch deutlich die wegen zu grofser Zähflüssigkeit des Balsams unvollkommene Verschmelzung der Globuli zu sehen (z. B. oben das herzförmige Körperchen), sondern der das Ganze umgebende Hof beweist wiederum deutlich, dafs die zunächst liegenden kleinsten Tröpfchen zur Speisung der gröfseren in den Margariten verbraucht worden sind. Selbst dafs

die äufseren Globuli gröfser, die inneren kleiner sind, stimmt damit.

Es bleiben nun noch die *Longuliten* als einfachere Krystalliten zu erwähnen. Ich mufs gestehen, dafs ich, was die Longuliten des Schwefels anbelangt, zweifelhaft über meine Bestimmung der Formen in meinen Präparaten geworden bin. Was nämlich nach Vogelsang's Beschreibung und Abbildung (die letztere scheint auch ihm unvergleichlich viel unvollkommenere Ausbildung dieser Gestalten bei Schwefel ergeben zu haben als diejenigen in seinen Schlacken) dafür gehalten werden müfste, scheint seiner Natur nach in zwei verschiedene Bildungen zu zerfallen, welche allerdings sich äufserst ähnlich werden. Entschieden Stäbchen- oder Nadel- oder spitze Kegelform mit Umrissen, worin man krystallographische Linien nicht erkennen kann, scheinen sich dennoch den wirklichen Krystallbildungen anzureihen und von ihnen nur durch Kleinheit und undeutlich liniirte Umrisse zu unterscheiden; andere, gewöhnlich weniger spitz endend, aber von fast gleicher linearer Form und Gruppirungsweise, zeigen deutlich erkennbar ihre Zusammensetzung aus rundlichen Körpern, Globuliten. Jene polarisiren das Licht, diese nicht. Darf man also etwa nur die zweite Art hieher rechnen, so sind sie als einfachere Margariten, zugleich mit gröfserer Verschmelzung der Perlen zu betrachten als bei den eigentlichen Margariten. Ist aber auch die erstere Art hier mitbegriffen, so dürften *diese* Longuliten doch wirklich schon krystallinische Structur besitzen und aus winzigen Oktaëdern bestehen. Wenn eine solche Trennung in zwei Arten, wie ich glaube, zulässig ist, so giebt in den meisten Fällen (wenn nicht die äufsere Form der Körper *dieser* Prüfung zu ungünstig ist) die Beobachtung bei polarisirtem Lichte ein Mittel der Unterscheidung an die Hand. Auch die vielfach auftretenden sechsseitigen dünn tafelartigen Formen zeigen hierbei die lebhaftesten Farben dünner Blättchen und können danach unbedenklich zu den echten Krystallen gestellt werden. Ja selbst viele, unter gewöhnlicher Beleuchtung als Margariten oder Globuliten



erscheinende, Bildungen werden im polarisirten Lichte als krystallinisch, jene als dendritische Gruppen von Kryställchen erkannt.

Die grofse, fast unendliche Mannigfaltigkeit der Erscheinungen bei diesen einfachen Versuchen mit Schwefellösung und Canadabalsam kann nicht entfernt erschöpft werden und es ist auch nichts weniger als diefs der Zweck dieser Zeilen, welche sich nur mit der Natur und dem Begriffe der Krystalliten beschäftigen sollten.

Hier ist nun der Ort, sich zu entscheiden, ob man überhaupt nach den bisherigen Erfahrungen, namentlich bei Schwefel, die Bezeichnung Krystalliten auch auf andere Vorkommen übertragen wolle. In dieser Beziehung glaube ich, dafs es vollkommen praktisch sey, sich des Wortes zu bedienen, doch ohne damit den Begriff eines Zwischenzustandes zwischen amorpher und krystallinischer Bildung zu verbinden, und unter möglichster Beschränkung des Wortes. Sollen Krystallite überhaupt Erstarrungsprodukte seyn, so wird man auch die Namen Globuliten, Longuliten etc. verwenden können, doch aber nur, wenn man eben feste Körper vor sich hat, wie in Schlacken. Die prächtigen, wie Farnwedel oder Blumenblätter erscheinenden Bildungen, welche Prof. Vogelsang so schön auf seiner Tafel VIII abbildete, hätte er z. B. mit vollem Rechte Filicilithen oder Antholithen [v. Hornberg's Antholith von Bodenmais ist ja wohl Anthophyllit] nennen können.

In theoretischer Beziehung jedoch scheint die Annahme eines wirklichen Ueberganges oder vermittelnden Zustandes von amorphen und krystallinischen Körpern bis jetzt noch nicht erwiesen zu seyn. Es lassen sich vielmehr fast alle jene merkwürdigen Bildungen auf die eine oder andere Seite bringen und einzig die Unvollkommenheit der Beobachtungsmittel trägt die Schuld, dafs irgendwo Zweifel entstehen und bleiben. Der Autor jener Untersuchungen, welche auch uns hier beschäftigt haben, betrachtet selbst die Unvollkommenheit der äufseren Begränzung nicht als genügend, um zu entscheiden, ob Krystall, ob Krystallit. Ich

glaube nur noch weiter zurückgreifen zu müssen, indem ich, die alte Demarcationslinie aufrecht haltend, die »Krystalliten« selbst in amorphe und krystallinische scheide, etwa in der oben besprochenen Weise. Globuliten, Margariten, Longuliten werden sehr häufig oder meist amorphe Bildungen seyn; Antholiten und manche Longuliten wohl wirklich krystallinische Bildungen. Als letztere erweisen sie sich bestimmt in solchen Fällen, wo sie das Licht doppelt brechen. Es scheint, dafs in der Natur zwischen amorpher und krystallinischer Structur kein allmähliger Uebergang existire, sondern dafs derselbe stets plötzlich, stofsweise geschehe, wefshalb auch keine eigentlichen Zwischenstadien vorkommen mögen. Man wird freilich oder soll vielleicht durch den Verfasser der »Krystalliten« leichthin an jene Theorie der allmähligen Umbildung der Arten in der organischen Formenwelt erinnert werden; allein wir befinden uns hier denn doch wohl auf anderem Gebiete, welches selbst nicht gestatten dürfte, die Hypothese der raschen Umprägung der organisirten Arten jener der langsamen hier gegenüber oder zur Seite zu stellen. Schliefslich will ich indessen gern zugeben, dafs auch diese Folgerungen auf noch viel zu wenig Beobachtung gegründet sind und zu ausgedehnteren Versuchen in dieser Richtung, namentlich mit in hemmenden Mitteln erstarrenden Substanzen, auffordern.

Zuletzt mufs ich doch noch anhangsweise auf die letzte (40ste) Tafel und deren Erläuterung in Ehrenberg's Mikrogeologie (1854) verweisen, um so mehr, da auch er einige Operationen mit Schwefel vornahm, welche seinen »Morpholithen« zur Analogie dienen sollten. Auch dort sind unter dem citirten Namen theils amorphe Körper, theils Aggregate krystallinischer kleiner Massen abgebildet worden.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.



1871. ANNALEN №. 3.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXLII.

I. *Thermochemische Untersuchungen; von Julius Thomsen.*

(Hinsichtlich der früheren Untersuchungen siehe Ann. Bd. 140, S. 497.)

IX. Ueber die specifische Wärme wäfsriger Lösungen.

Da die specifische Wärme wäfsriger Lösungen bei allen thermo-chemischen Untersuchungen auf nassem Wege eine bedeutende Rolle spielt, war es mir daran gelegen eine genaue Kenntnifs dieser Phänomene zu haben. Freilich existirten schon verschiedene Versuche dieser Art, besonders die Untersuchungen von Hrn. Schüller (Pogg. Ann. Bd. 126) und einige ältere Versuche von Andrews (Pogg. Ann. Bd. 66) und Person (*Ann. de chim. et de phys.* [3] *V.* 33). Diese Versuche sind aber leider nach einer Methode angestellt, die selbst bei sorgfältiger Ausführung der Versuche keine genauen Resultate zu geben vermag. Es wurde nämlich die zu untersuchende Flüssigkeit in einem dünnwandigen Gefäfse auf eine bestimmte ziemlich hohe Temperatur erhitzt und dann in Wasser getaucht, um die Wärme an dieses abzugeben, oder umgekehrt, Wasser im Gefäfse erhitzt und dann in die zu untersuchende Flüssigkeit getaucht. Die Ungenauigkeit dieser Methode liegt darin, dafs *erstens* die Temperatur des erhitzten Körpers im Moment des Eintauchens nicht durch das Thermometer genau angegeben werden kann, und *zweitens*, dafs die Correctionen für die Wärmeabgabe an die Luft während des Versuches sich nicht genau berechnen läfst. Die Temperatur des erhitzten Körpers beim Eintauchen ist nämlich nicht diejenige, zu welcher der Körper erhitzt worden ist,

und die durchs Thermometer angegeben wird; denn es findet im Moment der Bewegung des Körpers vom Erwärmungsapparat zum Calorimeter eine Abkühlung statt. Diese Abkühlung wird aber nicht durchs Thermometer angegeben, denn sie umfaſst in der kurzen Zeit nur die äuſseren Schichten des Körpers. Die beobachtete Temperatur ist demnach immer zu hoch, aber die Gröſse des dadurch entstehenden Fehlers läſst sich schwerlich berechnen, weil er von der Form des Gefäſses, von der Temperaturdifferenz, von der Leitungsfähigkeit und Beweglichkeit der Flüssigkeit und von der Empfindlichkeit des Thermometers abhängig ist. Selbst wenn man, wie andererseits vorgeschlagen, den erhitzten Körper als Thermometer benutzt, und die Temperatur durch den Stand der Flüssigkeit in der schmalen Röhre des thermometerähnlichen Gefäſses bestimmt, ist der Fehler nicht zu umgehen; denn die Abkühlung des Gefäſses, wodurch sein Inhalt vermindert wird, bringt einen höheren Stand der Flüssigkeit in der Röhre und demnach eine scheinbar höhere Temperatur hervor.

Die Correction für den Einfluſs der Lufttemperatur aufs Calorimeter läſst sich auch schwierig genau machen, weil man nicht mit Sicherheit den Punkt bestimmen kann, wo die Temperatur des eingetauchten Körpers sich mit derjenigen des Wassers ausgeglichen hat. Ein Blick auf das Detail der Versuche zeigt dieses deutlich. Da Hr. Schüller nicht die zur Berechnung der Correction nöthigen Einzelnheiten mittheilt, sondern nur anführt, daſs er dieselbe Methode wie Hr. Wüllner anwendet, muſs ich auf die Abhandlung des Hrn. W. in diesen Annalen Bd. 133 zurückgehen, wo die Berechnung dieser Correction für einen einzelnen Versuch mit dem nöthigen Detail angeführt worden ist (S. 297). Der erhitzte Körper bringt schon im ersten Zeitintervall (20 Secunden) nach dem Eintauchen die Temperatur des Calorimeters über diejenige der Luft hinauf; dann steigt die Temperatur langsam, wird constant vom fünften bis zum achten Zeitintervall und fällt dann ziemlich gleichmäſsig bis zum Schluſs oder dreizehnten Zeit-



intervall durchschnittlich um 0°,004. An welchem Zeitpunkte hat nun die Temperatur der beiden Flüssigkeiten sich ausgeglichen? So lange die Temperatur steigt, ist der Punkt nicht eingetroffen, ebenfalls nicht während der constanten Maximumtemperatur; denn die Constanz tritt nur dadurch hervor, dafs die vom eingetauchten Körper zum Calorimeter sich mittheilende Wärme die Abkühlung der Luft compensirt; später sinkt die Temperatur, weil die erste Gröfse kleiner wird als die letzte. Wann ist aber die erste Gröfse gleich Null oder so gering, dafs sie vernachlässigt werden kann? darüber spricht der Versuch nicht. Hr. W. nimmt an, dafs dieses mit dem elften Intervall nach dem Eintauchen stattfinde, was natürlich immer eine Hypothese bleibt. Gesetzt nun, dafs dem so sey, dann kommt die Berechnung der Abkühlung durch die Luft. Hr. W. berechnet eine Correction von 0°,002, um welche die Maximumstemperatur erhöht werden müsse.

Diese Correction ist aber unbedingt nach falschen Principien berechnet. Vom achten bis zum dreizehnten Intervall fällt nämlich die Temperatur ziemlich gleichförmig um 0°,004 für jedes Intervall bei einer Temperaturdifferenz von 0°,6. Nun ist aber schon vom zweiten Intervall an die Temperatur des Calorimeters um 0°,6 höher als diejenige der Luft, steigt für die folgenden Intervalle auf über 0°,7. Es ist demnach völlig einleuchtend, dafs vom zweiten Intervall an eine Abkühlung stattfindet, die an Gröfse 0°,004 pro Intervall beträgt. In dreizehn Intervallen hat das Calorimeter 0°,052 verloren, und die Maximumstemperatur wird demnach 24°,252; dasselbe Resultat erhält man auch bei der Benutzung der beobachteten Maximumstemperatur, 24°,220, wenn man dazu die Abkühlung der acht Intervalle addirt. Hr. W. berechnet aber das wirkliche Maximum zu 24°,222 oder um 0°,03 zu klein. Man kann sich nicht damit beruhigen, dafs die Temperatur im ersten Intervall zum Theil unter derjenigen der Luft gewesen ist; denn die ganze Temperatursteigerung in einem Intervall vor dem Eintauchen beträgt 0°,02, und es ist klar, dafs höchstens die



Hälfte dieser Gröfse in Rechnung zu bringen ist, weil die Temperatur des Calorimeters schon beim Ausgang des ersten Intervalls diejenige der Luft übersteigt. Die Correction ist demnach wenigstens 0°,02 oder 10 Mal gröfser als die von Hrn. Wüllner berechnete. Ob Hr. Schüller dieselbe Berechnungsart für die Correctionen benutzt hat, ist nicht aus seiner Abhandlung zu ersehen; es ist aber möglich, dafs er eine richtigere Methode benutzt hat, denn seine Correctionen sind bedeutend gröfser als die Correctionen in der genannten Abhandlung des Hrn. Wüllner. Die Correctionen des Hrn. Schüller betragen in einer Mehrzahl von Versuchen etwa 5 Procent, in einem Versuche gar 12 Proc.; es ist aber immer eine bedenkliche Sache, wenn die Correctionen eine bedeutende Gröfse erreichen, insbesondere wenn die Grundlage für deren Berechnung nicht völlig sicher ist.

Obgleich ich nicht daran zweifle, dafs die Versuche des Hrn. Schüller sehr sorgfältig ausgeführt sind, ist doch keine grofse Genauigkeit der Resultate, wegen der Ungenauigkeit der Methode, zu erwarten. Ich werde unten darauf zurückkommen.

4. Beschreibung meiner calorimetrischen Methode.

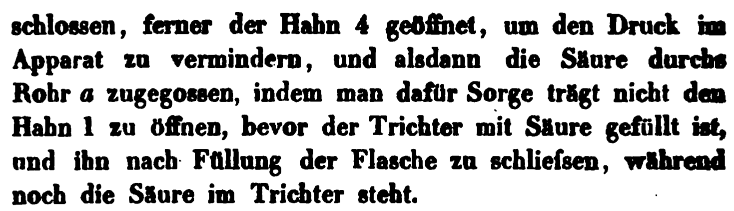
Als ich mich vor etwa zwei Jahren zu der vorliegenden Reihe von Untersuchungen entschlofs, unterwarf ich die üblichen Methoden einer genauen Prüfung; da sie alle eine ziemlich grofse Unsicherheit zeigten, entschlofs ich mich zu der etwas beschwerlichen, aber genauen Methode, die specifische Wärme der Lösungen durch Erwärmen mittelst einer bekannten Wärmequelle zu bestimmen. Ich wählte hierzu die Verbrennung von Wasserstoff.

Meine Methode besteht demnach darin, dafs die zu untersuchende Flüssigkeit in einem etwa 1000 *Cubikcentimeter fassenden Calorimeter durch die beim Verbrennen eines bestimmten Volumens Wasserstoff entwickelte Wärme erhitzt wird.* Die Dispositionen waren so getroffen, dafs die Temperatur der Flüssigkeit um etwa 3 Grad stieg, so dafs die

Differenz zwischen den Temperaturen der Luft und der Flüssigkeit nur anderthalb Grad betragen konnte; ferner geschah die Verbrennung unter vollkommen constantem Druck, so dafs die Temperatursteigung der Zeit völlig proportional war. Die Vortheile dieser Methode sind: dafs man nur mit Temperaturen zu thun hat, die derjenigen der Luft sehr nahe liegen, wodurch der Einflufs der Luft schon von vornherein gering ist; dafs ferner eben dieser Einflufs sich von selbst compensirt wegen der der Zeit völlig proportionalen Erwärmung, und dafs das Resultat die specifische Wärme zwischen sehr engen Temperaturgränzen (3 Grad) ausdrückt, während die Temperaturgränzen der üblichen Methoden 40 bis 50 Grad von einander abstehen.

Der zu dieser Untersuchung benutzte ziemlich complicirte Apparat ist auf Fig. 5 Taf. VII dargestellt. Es ist *AC* der Wasserstoffentwickelungsapparat; *D* der Reinigungsart für den Wasserstoff; *E* der Druckregulator; *HJ* das Gasometer, *K* das Calorimeter, *MN* ein Apparat, der den Sauerstoff zum Verbrennen liefert, und *O* die elektromagnetische Maschine, welche die Bewegung der calorimetrischen Flüssigkeiten bewirkt. Ich werde jetzt die einzelnen Theile näher beschreiben.

Die etwa 5 Pfund Zink enthaltende dreihalsige Flasche *C* ist durch zwei Röhren mit der Flasche *A*, welche ziemlich starke Chlorwasserstoffsäure enthält, verbunden. Durch das untere mit dem Hahn 2 versehene Rohr fliefst die Säure zum Zink, während das obere Rohr den gleichen Luftdruck in beiden Gefäfsen bezweckt. Die entwickelte Luft geht durchs Rohr *d* zum Reinigungsapparat *D*. Das Entleeren der in der Flasche *C* gebildeten Chlorzinklösung und das Eingiefsen frischer Säure in die Flasche *A* geschieht, ohne dafs die äufsere Luft in den Apparat hineindringen kann. Wenn die Chlorzinklösung entleert werden soll, wird der Hahn 5 geschlossen und der Hahn 3 geöffnet; die Lösung wird dann durch den im Apparate höheren Druck durch das gebogene Rohr ins Gefäfs *B* getrieben. Beim Eingiefsen frischer Säure ins Gefäfs *A* wird ebenfalls der Hahn 5 ge-



schlossen, ferner der Hahn 4 geöffnet, um den Druck im Apparat zu vermindern, und alsdann die Säure durchs Rohr *a* zugegossen, indem man dafür Sorge trägt nicht den Hahn 1 zu öffnen, bevor der Trichter mit Säure gefüllt ist, und ihn nach Füllung der Flasche zu schliefsen, während noch die Säure im Trichter steht.

Der Druck, mit welchem der Wasserstoff nach dem Reinigungsapparat geführt wird, beträgt etwa 7 Centimeter Quecksilberdruck und wird durchs Manometer *c* angegeben. Der Reinigungsapparat besteht aus vier Glasröhren, jede an zwei Stellen verengt, und einem Kugelapparat mit drei Kugeln entsprechend; diese Form des Absorptionsapparats ist sehr bequem und concentrirt; ich habe derartige Apparate auch mit Vortheil bei quantitativen analytischen Bestimmungen benutzt.

Der Druckregulator *E* ist ein an der Gasleitung *e* angebrachtes unten offenes und etwas umgebogenes Rohr, das in dem mit Wasser gefüllten hohen Cylinder *E* hineintaucht. Dieser Apparat bewirkt, dafs alle folgenden Theile des Apparats keinen höheren Druck empfangen können, als dem Wasserdruck entspricht, selbst wenn die Gasentwicklung rascher vor sich geht, als es der Gasconsum erfordert.

Die Apparate *H* und *J* bilden das Gasometer und haben den doppelten Zweck, den zum Verbrennen bestimmten Wasserstoff genau abzumessen und ihn darnach zum Calorimeter fortzubewegen. Die Glasgefäfse *H* und *J* communiciren mit einander sowohl oben als unten; oben durchs Rohr *feg*, welche Verbindung durch den Hahn 11 unterbrochen werden kann, unten durchs Rohr *h*, das sich in zwei Röhren theilt und in das Gefäfs *J* als *i* und *k* hineintritt, welche jede für sich durch die Hähne 9 und 10 abgesperrt werden können. Die Gefäfse *H* und *J* enthalten soviel Wasser als etwa der Hälfte ihres Inhaltes entspricht. Wenn das Gas abgemessen werden soll, ist das Gefäfs *J* voll Wasser bis zu einer Marke an der Röhre *g*, während das Wasser im Gefäfs *H* oben die Röhre *f* schliefst. Es

ist oben der Hahn 11 geöffnet und 12 geschlossen, unten der Hahn 9 geöffnet und 10 geschlossen. Das Gas tritt alsdann aus der Röhre *e* durch den Hahn 11 und die Röhre *g* in den Behälter *J*; das Wasser wird aus *J* durch die Röhre *k*, den Hahn 9 und die Röhre *h* in das Gefäfs *H* getrieben; die in diesem Gefäfs sich befindende Luft entweicht durch den zweckmäfsig geöffneten Hahn 7. Wenn das Wasser aus dem Gefäfs *J* so weit ausgetrieben ist, als es die Röhre *k* erlaubt, werden die Hähne 7, 9 und 11 wieder geschlossen. Das sich fortwährend entwickelnde Gas dringt dann durch den Druckregulator *E* in die Atmosphäre hinaus. Soll demnach das Gas zum Calorimeter geführt werden, werden die Hähne 12 und 13 geöffnet, wodurch der Druck des Gases derjenige der Atmosphäre wird, indem der Ueberschufs an Gas entweicht. Alsdann wird der Hahn 10 geöffnet; das sich entwickelnde Gas tritt nun aus den Röhren *e* und *f* in das Gefäfs *H* hinein, steigt durchs Wasser zum oberen Theil hinauf und drückt das Wasser durch die Röhre *h*, den Hahn 10 und die Röhre *i* in das Gefäfs *J* hinein, und dafs in diesem Behälter sich befindende Gas entweicht dann durch die Röhre *g* zum Calorimeter. Sobald das Wasser im Gefäfs *J* die Marke an der Röhre *g* erreicht hat, schliefst man die Hähne 12 und 10, und das sich entwickelnde Gas entweicht wieder durch den Druckregulator. Der Apparat ist nun ganz in derselben Stellung wie vorher; man füllt wieder das Gefäfs *J* wie vorher durch Oeffnen der Hähne 11, 9 und 7 in der angegebenen Ordnung usw.

Die Behälter *H* und *J* befinden sich in den grofsen Glascylindern *F* und *G*, die ganz mit Wasser angefüllt sind und bezwecken eine constante Temperatur in den inneren Behältern *H* und *J* zu erhalten. Die Temperatur des Wassers aller vier Behälter wird auf diejenige der Luft gebracht; da ich durch zweckmäfsige Einrichtung meines Arbeitslocales die Lufttemperatur stundenlang auf eine bestimmte, kaum um ein Zehntel Grad wechselnde Temperatur erhalten kann, ändert sich die Temperatur des Wasser-

stoffs im Behälter *J* nicht den Arbeitstag hindurch. Um das Wasser der Behälter *H* und *J* beim Beginn der Versuche auf die bestimmte Temperatur zu bringen, gewöhnlich 18° C., ist der Hahn 8 angebracht. Beim Oeffnen dieses Hahnes kann man durch den Druck des sich entwikkelnden Gases das Wasser der inneren Gefäfse in ein geeignetes Gefäfs hinaustreten lassen, wo es auf die gewünschte Temperatur gebracht wird, und von welchem es durch den hydrostatischen Druck wieder in die Gefäfse *H* und *J* hinein läuft. Die Temperatur des Wassers der äufseren Behälter wird durch die Thermometer *m* und *n*, und diejenige der inneren Behälter und des Wasserstoffs durch das im Behälter *J* angebrachte Thermometer *o* beobachtet. Durch die Rührvorrichtung *l* wird das Wasser des grofsen Cylinders *G* stets in Bewegung gehalten.

Wie man es leicht aus der Zeichnung beobachtet, strömt der Wasserstoff unter völlig constantem Druck zum Calorimeter; durch den Druckregulator *E* wird nämlich der Druck in der Röhre *e* stets constant gehalten, indem die Gasentwickelung so beschleunigt wird, dafs stets einige Luftblasen aus dem Regulator entweichen. Ist aber der Druck in der Röhre *e* constant, wird auch die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Behälter *H* in den Behälter *J* hineinströmt, constant. Es mufs nämlich der das Wasser des Behälters *H* verdrängende Wasserstoff aus dem unteren Ende der Röhre *f* entweichen, während das Wasser durch das obere Ende des Rohres *i* in den Behälter *J* hineinströmt; da der verticale Abstand dieser beiden Röhrenmündungen constant bleibt, wird die Geschwindigkeit des in *J* einströmenden Wassers constant; es ist das Mariotte'sche Gefäfs in etwas abgeänderter Form. Die Geschwindigkeit der Wasserströmung läfst sich von Anfang an durch die Druckhöhe des Wassers im Regulator *E* reguliren: bei demselben Wasserstand in *E* bleibt demnach die Geschwindigkeit des aus dem Behälter *J* ausströmenden Wasserstoffs völlig unverändert, nicht allein während des einzelnen Versuches, sondern für alle Versuche, die mit

dem Apparat bei gegebenem Wasserstand in E ausgeführt werden. Daraus resultirt, *erstens* dafs die Temperatursteigung im Calorimeter der Zeit völlig proportional wird und *zweitens* dafs alle Versuche genau dieselbe Zeit dauern. *Alle Correctionen wegen Ausstrahlung oder Wärmebewegung zwischen dem Colorimeter und der Luft fallen demnach von selbst hinweg, wenn die Anfangstemperatur um die Hälfte der Temperatursteigung unterhalb der Lufttemperatur gewählt wird.*

Die Verbrennung des Wasserstoffs im Calorimeter geschieht mittelst Sauerstoff; dieser wird dem Calorimeter mit völlig geregelter Geschwindigkeit durch den Apparat MN hinzugeführt, der ebenfalls ein Mariotte'sches Gefäfs in abgeänderter Form darstellt. Die beiden grofsen Glasbehälter sind unter sich durch zwei Röhren qr und st mit einander verbunden. Soll der Sauerstoff aus dem Behälter M zum Calorimeter geführt werden, so sind die Hähne 15 und 16 geschlossen, die Hähne 14, 17 und 18 aber offen. Das Wasser des Behälters N bewegt sich durch die heberförmige Röhre st nach M, wo es durch die Luft des Behälters hinunter fällt. Die atmosphärische Luft dringt durch den Hahn 17 und die Röhre r in den Behälter N, wo sie durch das Wasser empor steigt; das Zufliefsen des Wassers zum Behälter M geschieht demnach mit constanter Geschwindigkeit, die durch die Höhe der Flasche N bestimmt wird; durch die Schraube u wird sie von Anfang an so hoch gestellt, dafs die Ausströmung des Sauerstoffs die für den Wasserstoff nöthige Menge beträgt.

Der Wasserstoffapparat liefert demnach stets in derselben Zeit dieselbe Menge Wasserstoff und der Sauerstoffapparat ebenfalls stets eine constante Menge Sauerstoff in derselben Zeit, und es ist demnach an diesen Theilen des Apparats durchaus Nichts zu ändern, wenn sie ein für alle Mal genau regulirt sind.

Wenn der Behälter M, der die für einen Arbeitstag nöthige Menge Sauerstoff enthält, nach Entleerung wieder mit Sauerstoff gefüllt werden soll, schliefst man die Hähne

14, 17 und 18, öffnet den Hahn 15, der zum Sauerstoffgasometer führt, und dann den Hahn 16, der mit dem Wasseraspirator verbunden ist. Es wird demnach die Luft des Behälters *N* durch den Aspirator ausgesaugt, das Wasser des Behälters *M* steigt durch *qr* in *N* über, und der Sauerstoff des Gasometers geht durch Hahn 15 in den Behälter *M* hinein. Wenn dieser wieder mit Sauerstoff gefüllt worden ist, schliefst man die Hähne 15 und 16, öffnet Hahn 17 und 18, und der Apparat ist dann genau in derselben Lage wie vorher; sobald der Hahn 14 geöffnet wird, entweicht der Sauerstoff wieder mit derselben Geschwindigkeit zum Calorimeter.

Das Calorimeter *K* ist von derselben Construction, wie ich es stets benutzte. Zwei concentrische Cylinder von dünnem Messingblech, von welchen der äufsere etwa 4 Centimeter gröfser im Durchmesser ist als der andere, bilden die äufsere Hülle des Calorimeters, das durch einen auf den kleineren Cylinder hinunterfallenden Deckel geschlossen wird. In der Mitte dieser Hülle steht das calorimetrische Gefäfs, welches etwa 1 Liter grofs ist; die Entfernung zwischen der Wand dieses Gefäfses und der des Cylinders beträgt etwa 4 Centimeter. Das calorimetrische Gefäfs ist von stark vergoldetem, dünnem Kupferblech gefertigt, und die in demselben befindliche Verbrennungskammer ist aus vergoldetem Silber; diese ist unten luftdicht mit dem calorimetrischen Gefäfs zusammengeschliffen und hat eine etwas conische Oeffnung von 12 bis 14 Millimeter Durchmesser; oben communicirt der Verbrennungsraum mittelst einer engen Röhre mit der Luft. Im calorimetrischen Gefäfs befindet sich die übliche Mischungsvorrichtung *v* und das Thermometer, welches in der Zeichnung nicht angegeben ist; das Gefäfs ist mit einer ganz dünnen, vergoldeten Platte, welche die nöthigen Oeffnungen für das Thermometer, die Drähte der Mischungsvorrichtung und das Rohr des Verbrennungsraumes enthält, geschlossen.

Die Gase treten ins Calorimeter von unten. Der Apparat ist eine 15 Centimeter lange Glasröhre, die oben und

unten durch Kautschuckpfropfen geschlossen ist: diese haben jede zwei Löcher, durch welche zwei ganz dünne Glasröhren von etwa 2 Millimeter Oeffnung hindurchgehen. Die eine dieser Röhren ist mit dem Wasserstoffapparat, die andere mit dem Sauerstoffapparat verbunden: erstere hat am oberen Ende eine dünne eingeschmolzene Platinröhre von etwa 1 Centimeter Länge und 1 Millimeter Oeffnung, die, etwa 5 Millimeter weiter als die Sauerstoffröhre, in den Verbrennungsraum hineintritt; das Gewicht dieser Platinröhre beträgt nur 2 Decigramm. Der obere Kautschuckpfropfen, aus welchem die beiden Röhren hervortreten, ist sphärisch abgeschliffen, so dafs er durch einen leisen Druck die untere Oeffnung des Verbrennungsraumes schliefst.

Der Wasserstoff tritt mit Wasserdampf gesättigt, der Sauerstoff, der durchs Kalirohr L strömt, aber trocken ins Calorimeter hinein.

Der Versuch wird folgendermafsen angestellt: Es wird der Behälter J mit Wasserstoff auf die angegebene Weise gefüllt, und dann die für die Füllung geöffneten Hähne 7, 9 und 11 geschlossen. Im calorimetrischen Gefäfse wird die zu untersuchende Flüssigkeit abgewogen und zwar ein solches Gewicht, das etwa 900 Cubikcentimeter ausmacht. Das Gefäfs wird auf seinen Platz im Calorimeter gestellt, die Mischungsvorrichtung eingesetzt, die Deckel aufgelegt und das Thermometer eingesteckt. Alsdann wird die elektromagnetische Maschine O in Bewegung gesetzt und das Rohr x mit den Gasleitungen in die Oeffnung des Calorimeters eingesteckt. Man öffnet den Hahn 14 und läfst den Sauerstoff in den Verbrennungsraum eintreten, um die Luft zu verdrängen. Es wird dann die Temperatur der Flüssigkeit mittelst des Fernrohrs des 2 Meter entfernten Kathetometers abgelesen. Es wird der Hahn 12 geöffnet, am Wassermanometer p zeigt sich dann ein Druck von etwa 40 Centimetern. Man nimmt alsdann das Rohr x aus dem Calorimeter heraus, öffnet den Hahn 13 schwach, zündet den ausströmenden Wasserstoff an, und beobachtet das Manometer q. Sobald der Druck auf ein Centimeter her-

abgesunken ist, führt man das Rohr x mit der nun äufserst schwach brennenden Wasserstoffflamme ins Calorimeter hinein, indem man gleichzeitig den Hahn 10 öffnet. Endlich wird der Hahn 13 ganz geöffnet, und die Verbrennung des Wasserstoffs geht nun mit der geregelten Geschwindigkeit vor sich. Man arrangirt sich so, dafs das Hineinbringen der Flamme ins Calorimeter eine halbe Minute nach dem Ablesen des Thermometers geschieht. Etwa 4½ Minuten später, immer genau dasselbe Zeitintervall, steht das Wasser des Behälters J bei der Marke am Rohr g: man schliefst dann die Hähne 12 und 14, und eine halbe Minute später wird das Thermometer abgelesen; der Versuch ist dann beendet. Man füllt nun auf angegebene Weise wieder den Behälter J mit Wasserstoff, nimmt das Rohr x aus dem Calorimeter heraus, öffnet dieses, giefst die Flüssigkeit aus dem Behälter und wägt alsdann eine neue Portion der Flüssigkeit ab, um einen neuen Versuch auf die eben angegebene Weise zu machen.

Der Apparat arbeitet demnach fortwährend, indem das Gefäfs J sich mit Wasserstoff füllt, während die Theile des Calorimeters getrennt und wieder gesammelt werden. Obgleich der ganze Apparat ziemlich complicirt ist, sind doch die einzelnen Theile so zweckmäfsig geordnet, dafs die ganze Manipulation von mir allein, ohne fremde Hülfe geschehen konnte.

Die Genauigkeit der Methode ist von folgenden Umständen abhängig. Das Volumen des verwendeten Wasserstoffs mufs genau abgemessen werden; durch die Disposition des Apparates ist die Genauigkeit des Abmessens gröfser als ½ per Mille; wäre nun die Temperatur und der Luftdruck stets gleich, würde die Verbrennung stets dieselbe Wärmemenge entwickeln; dieses ist aber nicht der Fall, und es wird defshalb durch eine gröfsere Reihe von Versuchen die Wärmeentwickelung bei verschiedenem Luftdruck und den Temperaturen in der Nähe von 18° C. bestimmt; die also erhaltenen Werthe für denselben Luftdruck und dieselbe Temperatur berechnet zeigen keine Differenzen vom

Mittel, die 2 per Mille übersteigen; dieses ist demnach die Fehlergränze der Methode. Der Einflufs der Lufttemperatur wird, wie schon oben entwickelt, sich selbst völlig compensiren, wenn die Temperatur der Flüssigkeit beim Anfang des Versuches um die Hälfte der Temperatursteigung unterhalb derjenigen der Luft liegt, was leicht zu erreichen ist. Ferner ist die Genauigkeit der Resultate von der Beschaffenheit der Röhre abhängig, an dessen Mündung der Wasserstoff verbrennt. In meinem Apparat ist die Röhre aus sehr dünnem Glas mit einer eingeschmolzenen sehr dünnen Platinröhre, deren Gewicht nur 0,2 Gramm beträgt. Dadurch wird die Wärmeableitung durch das Brennrohr vollständig beseitigt und die Abkühlung des Brenners nach beendetem Versuch fast momentan, so dafs die Temperatur des Calorimeters nach einigen Secunden sich nicht mehr ändert. Die Anwendung einer metallenen Brennröhre, wie sie Favre und Silbermann in ihren Versuchen über die Verbrennung des Wasserstoffs benutzt haben, ist unzuläfslich, weil sich stark erwärmt und nur langsam die Wärme wieder abgiebt.

Die Bestimmung der normalen Wärmeentwickelung und die *Berechnung des Versuches* geschieht folgendermafsen. Das Calorimeter wird mit 900 Grm. Wasser gefüllt und der Versuch, wie oben angegeben, ausgeführt. Ist das calorische Aequivalent des Calorimeters gleich a, die beiden beobachteten Temperaturen t_1 und t_2, so ist die entwickelte Wärme

$$C = (900 + a)(t_2 - t_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Ist nun der Luftdruck während des Versuches B, die Temperatur des Wasserstoffs T, die Spannung der Wasserdämpfe bei dieser Temperatur b, bei 18° aber β, dann läfst sich die Wärmeentwickelung berechnen, welche stattfinden würde bei normalem Luftdruck, 760^{mm}, und bei der für die Versuche normale Temperatur 18° C. Nennen wir die normale Wärmeentwickelung C', so hat man

$$C' = \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha . 18} \cdot \frac{760 - \beta}{B - b} C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Durch eine gröfsere Anzahl übereinstimmender Versuche ist C' mit der nöthigen Genauigkeit bestimmt worden.

Wenn nun C' einmal bestimmt worden ist, wird die Berechnung der specifischen Wärme der untersuchten Flüssigkeiten folgendermafsen aus den Versuchen berechnet. Es bezeichnen T, B, b, β, C und C' dieselben Gröfsen wie oben, und es ist demnach die im Versuch entwickelte Wärmemenge durch die Formel (2) gegeben, nämlich:

$$C = \frac{1 + \alpha . 18}{1 + \alpha T} \cdot \frac{B - b}{760 - \beta} C' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Um die Berechnung zu umgehen, kann man sich ein für alle mal eine Tabelle construiren, die die Werthe von C für wechselndes B und T angiebt.

Ist ferner A das Gewicht der zu untersuchenden Flüssigkeit, a das calorische Aequivalent des Calorimeters und q die gesuchte specifische Wärme, so hat man ferner

$$C = (A q + a)(t_2 - t_1)$$

oder

$$q = \frac{1}{A}\left(\frac{C}{t_2 - t_1} - a\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

worin t_2 und t_1 die beiden beobachteten Temperaturen des Calorimeters bezeichnen.

B. Das Detail der Versuche.

In allen folgenden Tafeln ist die Bedeutung der Buchstaben folgende:

B ist der Luftdruck in Millimetern auf 0° reducirt;
T die Temperatur des Wasserstoffs;
C die beim Luftdruck B und der Temperatur T des Wasserstoffs beim Verbrennen erzeugte Wärmemenge;
A das Gewicht der zu untersuchenden Flüssigkeit in Grammen;
t die Temperatur der Luft;
t_1 die Temperatur des Calorimeters beim Beginne des Versuches;
t_2 die Temperatur des Calorimeters beim Schlufs des Versuches;
q die resultirende specifische Wärme der Flüssigkeit;
a das calorische Aequivalent des Calorimeters oder 24 Grm.

I. Bestimmung der durch die Verbrennung hervorgerufenen Wärme.

Bei diesen Versuchen wurde das Calorimeter mit destillirtem Wasser gefüllt, dessen Gewicht $A = 900$ Grm., der calorimetrische Werth des gefüllten Calorimeters ist demnach $A + a = 924$ Grm. Es bezeichnet ferner C' die Wärmemenge, welche entwickelt werden würde, wenn die Temperatur des Wasserstoffs 18° und sein Luftdruck 760mm gewesen wäre.

No.	B	T	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	C'
245	762,9 mm	17,8°	18,4°	17,054° 16,850	19,940° 19,725	2,886° 2,875	2649c
246	765,3	19,2	19,0	17,418 18,108	20,294 20,970	2,876 2,862	2647
247	758,8	19,7	18,8	17,370 17,297	20,200 20,137	2,830 2,840	2645
248	761,0	18,8	18,7	17,248 17,269	20,107 20,138	2,859 2,869	2653
249	754,6	18,0	18,2	16,900 16,965	19,748 19,818	2,848 2,853	2653
250	755,8	18,0	18,0	16,356 16,510 16,613	19,210 19,354 19,458	2,854 2,844 2,845	2646
251	755,9	18,1	18,1	16,739 16,755	19,591 19,601	2,852 2,846	2649

Die Berechnung der Versuche geschieht nach den oben sub 1 und 2 angegebenen Formeln

$$C' = \frac{1 + \alpha T}{1 + \alpha . 18} \cdot \frac{760 - 15{,}4}{B - b} (t_2 - t_1) . 924$$

worin b die Spannung der Wasserdämpfe bei der Temperatur T bezeichnet. Das Mittel aus sämmtlichen Versuchen ist

$$C' = 5640^c$$

und die Abweichungen vom Mittel betragen $+ 4$ bis $- 4^c$ im Maximum oder 1,5 pro Mille.

Da ich das Gewicht des bei der Verbrennung sich bildenden Wassers mit einer Genauigkeit von 1 pro Mille bestimmt habe, läfst sich *die Verbrennungswärme eines Molecüls Wasserstoff* mit grofser Genauigkeit berechnen; ich werde in einem anderen Abschnitt meiner Arbeit die hierher gehörigen Werthe mittheilen.

Die folgenden Versuche sind nun ganz in derselben Weise wie die Versuche No. 245 bis 251 angestellt worden, nur dafs das Calorimeter nicht destillirtes Wasser, sondern wäfsrige Lösungen verschiedener chemischen Verbindungen in sehr verschiedenem Concentrationsgrade enthielt. Die Zusammensetzung der Flüssigkeiten ist in Molecularformeln, deren ich mich ferner bedienen werde, angegeben. Die Berechnung der specifischen Wärme der Flüssigkeit q geschieht in allen Fällen nach den oben sub 3 und 4 angegebenen Formeln. Das Detail der Versuche, deren Resultate ich unten näher betrachten werde, ist nun folgendes:

2. Schwefelsäure. $SO^3 + nH^2O$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
252	5	1350gr	18°,3	16°,499 16,716	19°,978 20,185	3°,479 3,469	757mm,8	18°,0	2641c	0,545
253	10	1160	17,6	16,489 16,610	19,645 19,777	3,156 3,167	758,3	18,0	2642	0,700
254	10	1160	16,8	15,292 15,392	18,472 18,567	3,180 3,175	762,8	17,8	2662	0,701
255	20	1100	18,0	16,568 16,967	19,452 19,551	2,844 2,854	758,3	18,0	2642	0,821
256	20	1100	16,6	15,334 15,356	18,204 18,225	2,870 2,869	763,3	17,9	2661	0,821
257	50	970	17,9	16,550 16,642	19,444 19,524	2,894 2,882	758,3	18,0	2642	0,918
258	50	970	16,6	15,252 15,320	18,160 18,230	2,908 9,910	763,6	18,0	2661	0,919
259	100	930	16,6	15,253 15,276	18,163 18,199	2,910 2,923	762,8	17,7	2662	0,956
260	200	930	16,6	15,246 15,360	18,106 18,208	2,860 2,848	762,3	17,7	2661	0,977

3. Salpetersäure. $N\Theta^3H + nH^2\Theta$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
261	10	1050gr	18,2°	16,589° 16,650	19,768° 19,830	3,179° 3,180	758,3 mm	18,3°	2639e	0,768
262	20	990	18,1	16,506 16,570	19,542 19,603	3,036 3,033	752,7	18,0	2623	0,849
263	50	960	18,1	16,577 16,640	19,443 19,499	2,866 2,859	752,7	18,0	2623	0,930
264	100	930	18,1	16,611 16,671	19,462 19,525	2,851 2,854	752,7	18,0	2623	0,963
265	200	915	18,1	16,840 16,550	19,680 19,398	2,840 2,848	752,7	18,0	2623	0,982

4. Chlorwasserstoffsäure. $HCl + nH^2\Theta$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
266	10	1000	18,3	16,590 16,621	20,003 20,039	3,413 3,418	758,3	18,3	2639	0,749
267	20	950	18,1	16,471 16 548	19,608 19,689	3,137 3,141	752,7	18,0	2623	0,855
268	50	935	18.3	16,827 16,888	19,776 19,842	2,949 2,954	756,8	17,8	2642	0,932

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
269	100	915gr	18°,4	17°,207 16,964	20°,117 19,882	2°,910 2,918	756mm,8	17°,9	2641c	0,946
270	200	905	18,5	17,080 17,127	19,983 20,030	2,903 2,903	756,8	18,0	2640	0,979
				5. Weinsäure. $C^4H^6O^6 + nH^2O$.						
271	10	1150	18,3	16,882 16,702	19,905 19,718	3,023 3,016	762,9	17,8	2661	0,745
272	25	1040	19,0	18,010 17,446	20,907 20,352	2,897 2,906	765,3	19,2	2653	0,856
273	50	1000	18,8	17,213 17,142	20,022 19,950	2,809 2,808	758,9	19,7	2626	0,911
274	100	935	18,8	17,368 17,262	20,244 20,132	2,876 2,870	758,9	19,7	2626	0,952
275	200	935	19,1	17,862 17,558	20,692 20,398	2,830 2,840	765,3	19,2	2653	0,975

6. Natriumhydrat. $NaOH + nH^2O$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
276	7½	1145gr	17,2°	15,787° 15,910	18,438° 18,552	2,651° 2,642	753,3mm	17,9°	2629°	0,847
277	15	1060	16,9	15,371 15,360	18,124 18,100	2,753 2,740	751,3	17,5	2623	0,878
278	30	970	16,9	15,450 15,654	18,320 18,515	2,870 2,861	751,3	17,5	2623	0,919
279	50	940	16,9	15,584 15,655	18,648 18,540	2,884 2,885	751,3	17,5	2623	0,942
280	100	920	18,2	16,528 16,616	19,440 19,524	2,912 2,908	762,9	17,8	2661	0,968
281	200	910	18,2	16,570 16,614	19,464 19,515	2,894 2,901	762,9	17,8	2661	0,983

7. Kaliumhydrat. $KOH + nH^2O$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
282	30	985	18,1	16,703 16,560	19,675 19,540	2,972 2,980	757,4	17,9	2640	0,876
283	50	955	18,1	16,651 16,700	19,588 19,638	2,937 2,938	758,3	18,3	2639	0,916

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_1 - t_2$	B	T	C	g
284	100	925gr	18°,1	16°,536 16,650	19°,442 19,564	2°,906 2,914	758,3mm	18°,3	2639c	0,954
285	200	910	18,3	16,822 16,717	19,741 19,642	2,919 2,915	765,3	18,3	2663	0,975
				8. Ammoniumhydrat. $NH^4 . \Theta H + n H^2 \Theta$.						
286	30	900	18,1	16,861 16,656	19,540 19,510	2,859 2,854	755,9	18,1	2633	0,997
287	50	900	18,1	16,556 16,462	19,415 19,318	2,859 2,856	757,4	17,9	2639	0,999
288	100	900	18,1	16,454 16,483	19,310 19,343	2,856 2,860	757,4	17,9	2639	0,999
				9. Chlornatrium. $Na Ce + n H^2 \Theta$.						
289	10	1100	18,2	16,918 17,045	19,908 20,028	2,990 2,983	765,9	18,0	2669	0,791
290	20	1020	18,2	16,660 17,035	19,577 19,961	2,917 2,926	757,8	18,0	2641	0,863
291	30	1000	18,2	16,675 16,776	19,574 19,686	2,899 2,910	766,0	18,0	2669	0,895

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
292	50	950gr	18,0°	16,691° 16,815	19,654° 19,784	2,963° 2,969	778,0mm	18,0°	2695c	0,931
293	100	929,2	19,1	17,836 17,454	20,714 20,339	2,878 2,885	761,7	18,8	2645	0,962
294	200	925	18,2	16,860 16,952	19,732 19,829	2,872 2,877	765,8	18,0	2669	0,978

10. Chlorkalium. K Ce + n H²Θ.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
295	15	1050	18,5	16,868 16,922	20,114 20,164	3,246 3,242	765,8	18,0	2669	0,761
296	30	1000	18,0	16,706 16,805	19,795 19,901	3,089 3,096	775,3	18,0	2703	0,850
297	50	970	18,0	16,747 16,748	19,751 19,741	3,004 2,993	775,3	18,0	2703	0,904
298	100	950	18,0	16,643 16,863	19,565 19,788	2,922 2,925	775,3	18,0	2703	0,948
299	200	940	19,0	17,741 17,849	20,573 20,678	2,832 2,829	763,3	18,8	1650	0,970

11. Chlorammonium. $NH^4Cl + nH^2O$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
300	7½	990gr	18°,3	17°,169 16,171	20°,617 19,615	3°,448 3,444	767,9 mm	17°,9	2678c	0,760
301	10	960	18,3	16,764 16,805	20,184 20,234	3,420 3,429	757,8	18,1	2640	0,778
302	25	963	18,3	16,990 16,940	20,013 19,970	3 023 3,030	757,8	18,1	2640	0,881
303	50	920	18,3	16,602 16,480	19,588 19,458	2,986 2,978	757,9	18,0	2641	0,937
304	100	927	19,0	17,560 17,644	19,441 19,515	2,881 2,871	761,7	18,8	2645	0,966
305	200	923	18,2	16,848 17,010	19,672 19,842	2,824 2,832	754,6	18,0	2630	0,982

12. Salpetersaures Natron. $NaNO^3 + nH^2O$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
306	10	1160	18,1	16,596 16,714	19,474 19,600	2,878 2,886	757,4	17,9	2641	0,769
307	25	1030	18,5	17,048 17,052	19,904 19,912	2,856 2,860	751,3	18,9	2609	0,863

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
308	50	985gr	19°,3	17°,860 17,885	20°,728 20,758	2°,868 2,873	763mm,3	18°,8	2650c	0,918
309	100	940	17,2	15,761 15,839	18,621 18,695	2,860 2,856	754,3	17,9	2626	0,950
310	200	920	18,2	16,791 16,711	19,653 19,570	2,862 2,859	756,8	18,3	2634	0,975
13. Salpetersaures Kali. $KN\Theta^3 - nH^2\Theta$.										
311	25	1050	16,8	15,222 15,340	18,173 18,288	2,951 2,948	758,8	17,6	2650	0,832
312	50	1000	18,2	16,649 16,785	19,504 19,646	2,855 2,861	759,3	18,2	2643	0,901
313	100	950	18,2	16,715 16,692	19,593 19,568	2,878 2,876	759,3	18,2	2643	0,942
314	200	920	18,2	16,880 16,907	19,772 19,804	2,892 2,897	759,3	18,2	2643	0,966

14. Salpetersaures Ammoniak. $NH^4, N\Theta^3 + nH^2\Theta$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
315	5	1050	18°,3 18,2	16°,810 16,680	20°,215 20,123	3°,405 3,443	739,2 mm 746,7	17°,4 18,2	2583c 2598	0,699 0,696
316	20	1000	18,5	17,003 16,872	20,050 19,926	3,047 3,054	772,9	18,1	2694	0,859
217	50	980	18,0	16,735 16,650	19,652 19,562	2,917 2,912	765,8	18,0	2669	0,929
318	100	940	18,0	16,852 16,568	19,686 19,400	2,834 2,832	754,8	18,0	2631	0,962

15. Kohlensaures Natron. $Na^2\Theta, C\Theta^2 + nH^2\Theta$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
319	50	1000	18,0	16,653 16,850	19,465 19,654	2,812 2,804	739,2	17,4	2583	0,896
320	100	953	18,1	16,622 16,660	19,470 19,513	2,848 2,853	746,7	18,0	2602	0,933
321	200	926,5	18,1	16,706 16,743	19,560 19,598	2,854 2,855	746,7	18,1	2600	0,958

16. Schwefelsaures Natron. $Na^2\Theta, S\Theta^3 + nH^2\Theta$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
322	65	1000	18°,4	16°,969 17,105	19°,904 20,050	2°,935 2,945	772,9 mm	18°,0	2694c	0,892
323	100	971	18,0	16,592 16,348	19,500 19,258	2,908 2,910	765,8	18,0	2669	0,920
324	200	925	18,5	17,018 16,991	19,929 19,906	2,911 2,915	761,0	18,8	2642	0,955

17. Schwefelsaures Ammoniak. $Am^2\Theta, S\Theta^3 + nH^2\Theta$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
325	30	1000gr	18,3	16,920 17,052	20,120 20,242	3,200 3,190	772,9	18,0	2694	0,820
326	50	1000	18,2	16,844 16,904	19,824 19,885	2,980 2,981	765,8	18,0	2669	0,871
327	100	960	18,2	16,574 16,588	19,502 19,516	2,928 2,928	765,8	18,0	2669	0,924
328	200	933	18,7	17,211 17,277	20,089 20,152	2,878 2,875	761,0	18,8	2642	0,959

18. Schwefelsaures Magnesia. $MgO, SO^3 + nH^2O$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
329	20	1150gr	18°,1	16°,643	19°,643	3°,000	757,4mm	17°,9	2641c	0,745
330	20	1200	19,0	17,494 17,543	20,386 20,432	2,892 2,889	763,3	18,8	2650	0,744
331	50	1020	18,6	17,004 17,036	19,914 19,948	2,910 2,912	751,3	18,9	2609	0,855
332	50	1015	18,2	16,640 16,670	19,585 19,616	2,945 2,946	758,3	18,3	2639	0,859
333	100	960	18,5	16,943 16,958	19,827 19,841	2,884 2,883	751,3	18,9	2609	0,917
334	200	930	18,6	16,897 16,860	19,760 19,734	2,863 2,874	751,3	18,9	2609	0,952

19. Essigsaures Natron. $NaC^2H^3O^2 + nH^2O$.

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
335	20	1000	17,0	15,684 15,650	18,577 18,544	2,893 2,894	754,3	17,9	2629	0,884
336	50	980	17,4	15,896 15,975	18,716 18,798	2,820 2,823	763,0	17,8	2662	0,938

No.	n	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
337	100	940gr	17,5°	15,948° 15,982	18,805° 18,843	2,857° 2,861	763,0mm	17,8°	2662c	0,965
339	200	920	17,5	16,031 16,031	18,892 18,896	2,861 2,865	763,0	17,8	2662	0,983

20. $R + 200 H^2 \Theta$.

No.	R	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
339	K Br	920	18,1	16,860 16,764	19,778 19,686	2,918 2,922	761,3	18,0	2653	0,962
340	Am Br	920	19,2	17,684 17,792	20,577 20,680	2,893 2,888	761,7	18,8	2645	0,968
341	Na J	920	18,1	16,775 16,955	19,715 19,900	2,940 2,945	761,3	18,0	2653	0,954
342	K J	930	18,1	16,864 17,031	19,793 19,952	2,929 2,921	761,3	18,0	2653	0,950
343	Am J	920	18,1	16,860 16,968	19,779 19,882	2,919 2,914	761,3	18,0	2653	0,963
344	$K^2\Theta + \Theta S^3$	943	18,7	16,957 17,022	19,858 19,929	2,901 2,907	761,0	18,8	2642	0,940

No.	R	A	t	t_1	t_2	$t_2 - t_1$	B	T	C	q
345	$ZnO+SO^3$	940gr	18°,7	17°,131 17,174	20°,026 20,062	2°,895 2,888	761,0 mm	18°,8	2642	0,947
346	$FeO+SO^3$	935	18,7	17,200 17,130	20,096 20,030	2,896 2,900	761,0	18,8	2642	0,951
357	$CuO+SO^3$	937	18,7	17,067 17,044	19,951 19,938	2,884 2,894	761,0	18,8	2642	0,953
348	$BaO+N^2O^5$	960	18,0	16,506 16,540	19,371 19,404	2,865 2,864	755,8	18,0	2634	0,933
349	$PbO+N^2O^3$	980	18,2	16,763 16,868	19,601 19,711	2,838 2,843	754,6	18,0	2629	0,920
350	$PbO+N^2O^5$	980	18,1	16,654 16,782	19,505 19,627	2,851 2,845	755,9	18,1	2633	0,919
351	$BaCl^2$	950	18,2	16,928 16,757	19,826 19,643	2,898 2,886	754,6	18,0	2629	0,932
352	$CaCl^2$	927	18,0	16,664 16,309	19,552 19,204	2,888 2,895	755,8	18,0	2634	0,957.

C. Zusammenstellung und Discussion der Resultate.

Aus den oben bestimmten Zahlen für die specifische Wärme der wäfsrigen Lösungen läfst sich direct nichts weiter folgern, als dafs die specifische Wärme mit steigendem Verdünnungsgrade der Lösung sich allmählich der Einheit nähert. Anders stellt sich aber die Sache, wenn man das Product der specifischen Wärme mit den Moleculzahlen berechnet, denn man wird dann beim ersten Anblick sich einen Begriff machen können bezüglich der Wärmemenge, welche die Lösung erfordert, verglichen mit derjenigen, welche die Bestandtheile der Lösung erfordern würde.

Die folgenden Tafeln enthalten deshalb in der *ersten* Spalte die Anzahl der Wassermolecüle, die als Lösungsmittel für 1 Molecül der Substanz dient; in der *zweiten* Spalte die specifische Wärme; in der *dritten* das Molecül der Lösung oder mehr correct, das der chemischen Formel der Lösung entsprechende Gewicht; dieses ist als eine Summe der Molecülzahlen der gelösten Substanz und der Lösungsmittel angegeben, weil dadurch die Vergleichung mit den in der *vierten* Spalte enthaltenen Producten aus diesen Zahlen mit der specifischen Wärme erleichtert wird. Die *fünfte* Spalte enthält die Anzahl Wärmeeinheiten, um welche das oben gefundene Product gröfser ist als die Wärmemenge, welche die als Lösungsmittel dienende Wassermenge zur Erwärmung erfordern würde.

Für sämmtliche Lösungen habe ich auch das specifische Gewicht bestimmt, es ist in der *sechsten* Spalte enthalten; die *siebente* Spalte enthält dann den Quotient dieser Gröfse in das Molecülgewicht der Lösung, oder mit andern Worten das Molecularvolumen der Lösung; die *achte* Spalte enthält endlich, um wie viel das Volumen gröfser ist als dasjenige des Wassers der Lösung.

Durch diese Zusammenstellung läfst sich zugleich der Einflufs des Verdünnungsgrades auf die Molecularwärme betrachten, und die gegenseitige Relation erkennen.

Die in den Tafeln enthaltenen specifischen Wärmen und specifischen Gewichte gelten für die Temperatur von 18° C.

n	Specifische Wärme	Molecül	Molecular-wärme	Differenz	Specifisches Gewicht	Molecular-Volumen	Differenz
			Schwefelsäure. $S\Theta^3 + n H^2 \Theta$.				
5	0,545	80 + 90	92,7	+ 2,7	1,4722	115,5	+ 25,5
10	0,700	80 + 180	182,0	+ 2,0	1,2870	202,0	+ 22,0
20	0,821	80 + 360	361,2	+ 1,2	1,1593	379,6	+ 19,6
50	0,918	80 + 900	900	0	1,0692	916,6	+ 16,6
100	0,956	80 + 1800	1797	− 3	1,0355	1815,5	+ 15,5
200	0,977	80 + 3600	3595	− 5	1,0180	3615,4	+ 15,4
			Salpetersäure. $N\Theta^3 H + n H^2 \Theta$.				
10	0,768	63 + 180	186,6	+ 6,6	1,1542	210,5	+ 30,5
20	0,849	63 + 360	359,1	− 0,9	1,0851	389,8	+ 29,8
50	0,930	63 + 900	896	− 4	1,0360	929,5	+ 29,5
100	0,963	63 + 1800	1794	− 6	1,0185	1829,2	+ 29,2
200	0,982	63 + 3600	3597	− 3	1,0094	3629,0	+ 29.0
			Chlorwasserstoffsäure. $H Cl + n H^2 \Theta$.				
10	0,749	36,5 + 180	162,2	−17,8	1,0832	199,9	+ 19,9
20	0,855	36,5 + 360	338,9	−21,9	1,0456	379,2	+ 19,2
50	0,932	36,5 + 900	873	−27	1,0193	918,8	+ 18,8
100	0,964	36,5 + 1800	1770	−30	1,0100	1818,5	+ 18,5
200	0,979	36,5 + 3600	3561	−39	1,0052	3617,7	+ 17,7

n	Specifische Wärme	Molecül	Molecular-wärme	Differenz	Specifisches Gewicht	Molecular-Volumen	Differenz
			Chlorammonium. $NH^4 . Cl + n H^2 Θ$.				
7½	0,760	53,5 + 135	143,3	+ 8,3	1,0718	175,9	+ 40,9
10	0,778	53,5 + 180	181,6	+ 1,6	1,0664	219,0	+ 39,0
25	0,881	53,5 + 450	443,6	− 6,4	1,0314	488,2	+ 38,2
50	0,937	53,5 + 900	893	− 7	1,0167	937,8	+ 37,8
100	0,966	53,5 + 1800	1791	− 9	1,0086	1837,7	+ 37,7
200	0,982	53,5 + 3600	3588	−12	1,0044	3637,6	+ 37,6
			Salpetersaures Natron. $Na N Θ^3 + n H^2 Θ$.				
10	0,769	85 + 180	203,8	+23,8	1,2474	212,5	+ 32,5
25	0,863	85 + 450	461,7	+11,7	1,1137	480,4	+ 30,4
50	0,918	85 + 900	904	+ 4	1,0600	929,2	+ 29,2
100	0,950	85 + 1800	1791	− 9	1,0311	1828,2	+ 28,2
200	0,975	85 + 3600	3593	− 7	1,0160	3627,0	+ 27,0
			Salpetersaures Kali. $K N Θ^3 + n H^2 Θ$.				
25	0,832	101 + 450	458,4	+ 8,4	1,1228	490,7	+ 40,7
50	0,901	101 + 900	902	+ 2	1,0651	939,8	+ 39,8
100	0,942	101 + 1880	1791	− 9	1,0336	1839,2	+ 39,2
200	0,966	101 + 3600	3575	−25	1,0173	3638,3	+ 38,3

n	Specifische Wärme	Molecül	Molecular-wärme	Differenz	Specifisches Gewicht	Molecular-Volumen	Differenz
		Salpetersaures Ammoniak. $NH^4 . N\Theta^3 + n H^2 \Theta$.					
5	0,697	80 + 90	118,7	+ 28,7	1,2046	141,1	+ 51.1
20	0,859	80 + 360	378,0	+ 18	1,0743	409,6	+ 49,6
50	0,929	80 + 900	910	+ 10	1,0331	948,6	+ 48,6
100	0,962	80 + 1800	1808	+ 8	1,0180	1846,8	+ 46,8
		Kohlensaures Natron. $Na^2 \Theta . C\Theta^2 + n H^2 \Theta$.					
50	0,896	106 + 900	901	+ 1	1,1131	903,8	+ 3,8
100	0,933	106 + 1800	1778	− 22	1,0593	1799,3	− 0,7
200	0,958	106 + 3600	3550	− 50	1,0306	3596,0	− 4,0
		Schwefelsaures Natron. $Na^2 \Theta , S\Theta^3 + n H^2 \Theta$.					
65	0,892	142 + 1170	1170	0	1,1010	1191,6	+ 21,6
100	0,920	142 + 1800	1787	− 13	1,0675	1819,5	+ 19,2
200	0,955	142 + 3600	3574	− 26	1,0350	3615,4	+ 15,4
		Schwefelsaures Ammoniak. $Am^2 \Theta . S\Theta^3 + n H^2 \Theta$.					
30	0,820	132 + 540	551	+ 11	1,1148	602,8	+ 62,8
50	0,871	132 + 900	899	− 1	1,0774	957,6	+ 57,6
100	0,924	132 + 1800	1785	− 15	1,0420	1854,1	+ 54,1
200	0,959	132 + 3600	3579	− 21	1,0214	3653,8	+ 53,8

n	Specifische Wärme	Molecül	Molecular-wärme	Differenz	Specifisches Gewicht	Molecular-Volumen	Differenz
			Schwefelsaures Magnesia. $Mg\Theta . S\Theta^3 + n H^2\Theta$.				
20	0,744	120 + 360	357	− 3	1,2864	373,1	+ 13,1
50	0,857	120 + 900	874	− 26	1,1253	906,4	+ 6,4
100	0,917	120 + 1800	1761	− 39	1,0649	1803,0	+ 3,0
200	0,952	129 + 3600	3541	− 59	1,0334	3599,8	− 0,2
			Essigsaures Natron. $Na\Theta\, C^2H^3\Theta\; nH^2\Theta$.				
20	0,884	82 + 360	391	+ 31	1,0993	402,1	+ 42,1
50	0,938	82 + 900	921	+ 21	1,0442	940,4	+ 40,4
100	0,965	82 + 1800	1817	+ 17	1,0230	1839,7	+ 39,7
200	0,983	82 + 3600	3620	+ 20	1,0120	3638,3	+ 38,3
			$n + 200\, H^2\Theta$.				
K Br	0,962	119 + 3600	3578	− 22	1,0236	3633	+ 33
Am Br	0,968	98 + 3600	3580	− 20	1,0154	3642	+ 42
Na J	0,954	150 + 3600	3578	− 22	1,0318	3634	+ 34
K J	0,950	166 + 3600	3578	− 22	1,0355	3644	+ 44
Am J	0,963	145 + 3600	3606	+ 6	1,0248	3654	+ 54
$Ba\, Cl^2$	0,932	208 + 3600	3549	− 51	1,0502	3626	+ 26
$Ca\, Cl^2$	0,957	111 + 3600	3551	− 49	1,0253	3619	+ 19
$K^2\Theta,\ S\Theta^3$	0,940	174 + 3600	3548	− 52	1,0380	3636	+ 36
$Zn\Theta,\ S\Theta^3$	0,947	161 + 3600	3562	− 38	1,0455	3598	− 2
$Fe\Theta,\ S\Theta^3$	0,951	152 + 3600	3568	− 32	1,0413	3603	+ 3
$Cu\Theta,\ S\Theta^3$	0,953	159 + 3600	3583	− 17	1,0444	3599	− 1
$Ba\Theta,\ N^2\Theta^5$	0,933	261 + 3600	3602	+ 2	1,0584	3648	+ 48
$Pb\Theta,\ N^2\Theta^5$	0,919	331 + 3600	3613	+ 13	1,0771	3649	+ 49

Das Product der specifischen Wärme in die Molecul-zahl ist in der vierten Spalte enthalten und als Molecular-wärme der Flüssigkeit bezeichnet, d. h. diejenige Wärmemenge, welche nöthig ist, um das Molecül um einen Grad zu erwärmen. Die Zahlen drücken auch das calorische Aequivalent der Flüssigkeit aus, oder diejenige Wassermenge, welche zur Erwärmung dieselbe Wärmemenge erfordert, als das Molecül der Lösung. Von diesem Standpunkte betrachtet, bieten diese Zahlen mehre interessante Phänomene dar.

Man findet beim ersten Blick auf die vorliegenden Tafeln, dafs das calorische Aequivalent der Flüssigkeit in der Mehrzahl von Fällen nur wenig von der in der Flüssigkeit enthaltenen Wassermenge abweicht. So zeigt z. B. die Schwefelsäure mit 5 Mol. Wasser ein calorisches Aequivalent von 92,7, während das in der Lösung enthaltene Wasser 90 beträgt und das Molecül selbst 170 wiegt; mit anderen Worten, eine Lösung von 80 Gramm wasserfreier Schwefelsäure in 90 Gramm Wasser erfordert zur Erwärmung nur so viel Wärme als 92,7 Gramm Wasser. Bei einer Säure mit 50 Mol. Wasser ist das calorische Aequivalent eben gleich der Wassermenge $50 \times 18 = 900$. Wird aber die Säure noch stärker verdünnt, so tritt *das merkwürdige Phänomen ein, dafs die Lösung ein geringeres calorisches Aequivalent besitzt, als der in ihr enthaltenen Wassermenge entspricht.*

Die Zahlen der fünften Spalte, welche diese Differenzen zwischen dem calorischen Aequivalent der Lösung und der in ihr enthaltenen Wassermenge ausdrücken, sind defshalb gewöhnlich anfangs positiv, bei stärkerer Verdünnung aber negativ. In einzelnen Fällen, wie bei der Chlorwasserstoffsäure und dem Kaliumhydrat, sind die Zahlen schon von Anfang an negativ; es bedarf z. B. die 10 Mol. Wasser enthaltende Chlorwasserstoffsäure 10 Proc. weniger Wärmemenge zur Erwärmung als das in ihr enthaltene Wasser. In anderen Fällen sind die Differenzen durchgehend positiv, aber doch in abnehmender Gröfse bei stärkerem Verdün-

nungsgrade. Dieses Verhalten tritt hervor bei Lösungen von Körpern, die eine gröfsere Anzahl Wasserstoffatome im Molecül enthalten; es zeigt sich deutlich aus den Zahlen für Weinsäure, Ammoniumhydrat, salpetersaures Ammoniak und essigsaures Natron. Die 50 Mol. Wasser enthaltenden Lösungen dieser vier Verbindungen bedürfen bezugsweise 57, 34, 10 und 21 Wärmeeinheiten mehr als die in der Lösung enthaltene Wassermenge (900 Gramm) zur Erwärmung.

Dafs *die specifische Wärme der wäfsrigen Lösungen in genauem Zusammenhang mit der Zusammensetzung derselben steht*, unterliegt keinem Zweifel, und es lassen sich leicht empirische Formeln entwickeln, die mit hinlänglicher Genauigkeit die specifische Wärme einer Lösung als Function der darin enthaltenen Wassermenge und der specifischen Wärme des gelösten Körpers ausdrücken. Solche Formeln haben aber nur wenig Interesse: denn es zeigt sich bei genauer Untersuchung aller hieher gehörenden Phänomene, dafs die specifisehe Wärme, das specifische Gewicht und die Wärmetönung bei der Bildung der Lösung in genauem Zusammenhange stehen und als gemeinschaftliche Resultate der Formeln hervorgehen müfsten, wenn die Formeln die Wahrheit einigermafsen ausdrückten. Es gilt deshalb, die Formeln aus einer die Molecularveränderungen umfassende Hypothese abzuleiten, nur dann kann man erwarten allgemeingültige Resultate zu erhalten. Wenn ich meine Untersuchungen über die Reaction des Wassers auf die gelösten Körper abgeschlossen habe, werde ich auf diese Relation zurückkommen; hier werde ich nur durch einige Beispiele zeigen, wie genau die Molecularwärme und das Molecularvolumen verknüpft sind.

Aus den von mir gemachten Bestimmungen der specifischen Gewichte geht übereinstimmend mit den älteren Erfahrungen hervor, dafs, *wenn eine wäfsrige Lösung mit Wasser gemischt wird, eine Contraction entsteht*, oder mit anderen Worten, das Volumen der gebildeten Flüssigkeit geringer ist als die Summe der Volume der gemischten

Flüssigkeiten, z. B. 270,7 Volume Natronlösung von der Zusammensetzung $NaOH + 15H^2O$ mit 15 Molecülen oder 270 Volumen Wasser gemischt, geben nicht 540,7 sondern 537,9 Volume. Aus meinen Untersuchungen der specifischen Wärme geht hervor, dafs, *wenn eine wäfsrige Lösung mit Wasser gemischt wird*, eine Lösung entsteht, deren Molecularwärme geringer ist als die Summe der Molecularwärme der gemischten Flüssigkeiten, oder mit anderen Worten: *es bedarf die Mischung zur Erwärmung eine geringere Wärmemenge als ihre Bestandtheile.* Die genannte Natronlösung bedarf z. B. zur Erwärmung 272,7 Wärmeeinheiten; gemischt mit 270 Gramm Wasser bedarf sie zur Erwärmung nicht 542,7, sondern nur 533 Wärmeeinheiten. Das Molecularvolum und die Molecularwärme solcher Mischungen sind demnach stets geringer als die Summen der entsprechenden Werthe ihrer Bestandtheile; nur beim Ammoniumhydrat sind die Differenzen so klein, dafs sie nicht entscheidend sind.

Beim Mischen von Lösungen verschiedener Körper, wie Säuren und Alkalien, tritt sowohl eine Aenderung des Volums als der Molecularwärme ein; auch hier zeigt sich ein genauer Zusammenhang der Phänomene. Aus den oben gefundenen Molecularwärmen und Molecularvolumen der Schwefel-, Salpeter- und Chlorwasserstoffsäure, des Natrium-, Kalium- und Ammoniumhydrates und den aus diesen Körpern gebildeten neun Salzen zeigt sich deutlich die Art der Veränderung. Betrachten wir erst die *Molecularwärme*:

R	Na	K	Am
$ROH + 100H^2O$	1781c	1770c	1833c
$HCl + 100H^2O$	1770	1770	1770
Summe	3551	3540	3603
$RCl + 201H^2O$	3596	3583	3606
Differenz	+45	+43	+3

R	Na	K	Am
$R\Theta H + 100 H^2\Theta$	1781^c	1770^c	1838^e
$N\Theta^3 H + 100 H^2\Theta$	1794	1794	1794
Summe	3575	3564	3627
$RN\Theta^3 + 201 H^2\Theta$	3611	3593	3624
Differenz	+ 36	+ 29	— 3
$2(R\Theta H + 50 H^2\Theta)$	1770	1752	1868
$S\Theta^3 + 100 H^2\Theta$	1797	1797	1797
Summe	3567	3549	3665
$R^2 S\Theta^4 + 201 H^2\Theta$	3592	3665	3597
Differenz	+ 25	+ 17	— 68

In diesen Tafeln ist die Molecularwärme der Säurelösung zu derjenigen der Alkalilösung addirt und mit der Molecularwärme der resultirenden Flüssigkeit verglichen. Es zeigt sich dann, dafs *die bei der Neutralisation entstandene Lösung eine gröfsere Wärmemenge zu ihrer Erwärmung erfordert als die getrennten Lösungen, wenn die Lösungen ein Natrium- oder Kaliumsalz bildet, dagegen eine geringere Wärmemenge, wenn die Basis Ammoniumhydrat ist.* Bei den schwefelsauren Salzen ist die Vergröfserung des calorischen Aequivalents bei den Kalium- und Natronsalzen, so wie die Verminderung beim Ammoniumsalz sehr bestimmt; bei dem Chlorammonium und dem salpetersauren Ammoniak sind die Zahlen so klein, etwa nur ½ per Mille der Summe der subtrahirten Gröfsen, dafs der negative Charakter dieser Gröfsen nicht absolut dargelegt ist; da aber auch bei anderen Verdünnungsgraden diese Differenzen sich negativ zeigen, so ist es wohl gerechtfertigt anzunehmen, dafs sie wie bei dem entsprechenden schwefelsauren Salz negativ seyn würden.

Vergleichen wir jetzt die *Molecularvolume* derselben Lösungen:

R	Na	K	Am
$R\Theta H + 100 H^2\Theta$	1796	1805	1841
$HCl + 100 H^2\Theta$	1818	1818	1818
Summe	3614	3623	3659
$RCl + 201 H^2\Theta$	3634	3643	3656
Differenz	+ 20	+ 20	— 3
$R\Theta H + 100 H^2\Theta$	1796	1805	1841
$N\Theta^3 H + 100 H^2\Theta$	1829	1829	1829
Summe	3625	3634	3670
$RN\Theta^3 + 201 H^2\Theta$	3645	3656	3646
Differenz	+ 20	+ 22	— 6
$2(R\Theta H + 50 H^2\Theta)$	1793	1813	1884
$S\Theta^3 + 100 H^2\Theta$	1815	1815	1815
Summe	3608	3628	3699
$R^2 S\Theta^4 + 201 H^2\Theta$	3633	3654	3672
Differenz	+ 25	+ 26	— 27

Es geht aus diesen Zahlen hervor, dafs *bei der Neutralisation des Kali und Natron eine Ausdehnung stattfindet, bei der Neutralisation des Ammoniaks dagegen eine Contraction*; es kann hier kein Zweifel über die Contraction, selbst bei der Neutralisation mit Chlorwasserstoffsäure und Salpetersäure, seyn, denn die Genauigkeit der Molecularvolume ist bedeutend gröfser als die der Molecularwärme.

Die Uebereinstimmung der beiden Tafeln ist so überraschend und so deutlich, dafs bezüglich *des innigen Zusammenhanges der specifischen Wärme und des specifischen Gewichtes der wäfsrigen Lösungen* durchaus kein Zweifel obwalten kann.

Die von Hrn. Schüller gefundenen Werthe für die specifische Wärme wäfsriger Lösungen lassen sich eigentlich

nicht unmittelbar mit den meinigen vergleichen, weil die ersteren Zahlen die *mittlere* specifische Wärme innerhalb ziemlich weit abstehender Temperaturgränzen ausdrücken, die meinigen Zahlen aber die specifische Wärme zwischen sehr engen, nur um 3 Grad von einander abweichenden, Temperaturgränzen angeben. Es sind jedoch die Differenzen der Art, dafs sie nicht allein aus dieser Ursache entspringen können, sondern theilweise in der Methode selbst ihre Ursache haben. Vergleichen wir z. B. die specifische Wärme der Lösungen der Chlormetalle des Natrium, Kalium und Ammonium.

Formel	n	Schüller	Thomsen	Differenz
$NaCl + nH^2O$	10	0,779	0,791	— 0,012
	20	0,853	0,863	— 0,010
	30	0,885	0,895	— 0,010
	50	0,918	0,931	— 0,015
$KCl + nH^2O$	15	0,770	0,761	+ 0,009
	30	0,870	0,850	+ 0,020
	50	0,911	0,904	+ 0,007
	100	0,955	0,948	+ 0,007
$NH^4Cl + nH^2O$	7½	0,754	0,760	— 0,006
	10	0,769	0,778	+ 0,018
	25	0,895	0,881	+ 0,014
	50	0,944	0,937	— 0,007

Wie man sieht, differiren diese Zahlen bald positiv, bald negativ; die Abweichungen betragen durchschnittlich über ein Procent, mitunter selbst zwei Proc. Es scheint dieses nur eine geringe Abweichung zu seyn; bedenken wir aber, dafs die gröfsten Differenzen zwischen den besprochenen specifischen Wärmen und der Einheit (der specifischen Wärme des Wassers) nur 0,240 beträgt, so wird man erkennen, dafs eine Differenz von einer Einheit in der zweiten Decimale eine ziemlich bedeutende Gröfse ist. Dafs die von Hrn. Schüller angewandte Methode nicht sehr geeignet ist, absolute Werthe zu geben, geht schon daraus hervor, dafs die Differenz zwischen Maximum und Minimum der Werthe in jeder Versuchsreihe ziemlich bedeutend ist; für

Chlornatrium 0,018 — 0,012 — 0,012 — 0,024 — 0,013 — 0,019 — 0,010; für Chlorkalium 0,010 — 0,013 — 0,008 — 0,003 — 0,004; für Chlorammonium 0,008 — 0,017 — 0,005 — 0,004. Nun hat freilich Hr. S. für jede Lösung eine gröfsere Anzahl von Versuchen angestellt, wodurch das Mittel der Wahrheit näher rückt; aber ich glaube doch, dafs der Fleifs und die Genauigkeit des Experimentators nicht den Einflufs der oben besprochenen Fehlerquellen der Methode zu beseitigen vermögen.

Hr. Schüller vergleicht die gefundene specifische Wärme mit der berechneten mittleren specifischen Wärme; für die Chlornatriumlösung nimmt er dieses Verhältnifs als constant an, obgleich die aus den Versuchen abgeleiteten Werthe um 0,0131 von einander abweichen, und giebt dann zur Berechnung der specifischen Wärme der Chlornatrium-Lösung folgende Formel

$$C_p = 0{,}9624 \frac{100 + p \,.\, 0{,}214}{100 + p},$$

wo p die in 100 Theilen Wasser gelöste Salzmenge und C_p die specifische Wärme der Lösung bedeutet.

Dafs das Verhältnifs der wahren und mittleren specifischen Wärme nicht constant als 0,9624 gesetzt werden kann, geht schon daraus hervor, dafs alsdann keine Chlornatriumlösung eine gröfsere specifische Wärme als 0,9624 haben könnte; da aber die stark verdünnten Lösungen sich der specifischen Wärme des Wassers ganz nähern und für $p = 0$ gleich 1 seyn müssen, so ist die Formel kein Ausdruck für die specifische Wärme schwacher Salzlösungen. Die specifische Wärme 0,962 hat nach meinen Untersuchungen die Lösung $NaCl + 100H^2O$, während $NaCl + 200H^2\Theta$ eine specifische Wärme von 0,978 besitzt, eine solche Zahl läfst sich aber nicht aus der Formel berechnen.

Kopenhagen, November 1870.

II. *Optische Experimental-Untersuchungen;* *von G. Quincke.*

(Schlufs von S. 232).

XIV. Ueber Newton'sche Farbenringe zwischen Glas und Metallflächen.

§. 139.

Statt Strahlen interferiren zu lassen, die beide in Glas oder beide in Luft reflectirt worden sind (wie in §. 127 bis 135), kann man schliefslich auch Strahlen interferiren lassen, von denen der eine in Glas an der Gränze mit einem durchsichtigen Medium (Luft), der andere in diesem durchsichtigen Medium an der Gränze mit Metall reflectirt worden ist.

Der Versuch besteht einfach darin, Newton'sche Farbenringe zwischen einer Glaslinse und einem ebenen Metallspiegel zu erzeugen, und ist von W. Herschel [1]), Arago [2]) und Airy [3]) beschrieben worden. Letzterer hat gleichzeitig eine Theorie der Erscheinung gegeben, indem er annimmt, dafs das Licht ‡ und ⊥ zur Reflexionsebene polarisirt in verschiedener Weise bei Reflexion von Metall seine Phase ändert.

Airy hat die Versuche nur qualitativ beschrieben. In neuester Zeit hat Glan [4]) für ‡ der Reflexionsebene polarisirtes Licht den Durchmesser der Newton'schen Ringe zwischen einer Glasfläche bekannter Krümmung und einer ebenen Fläche gemessen für das Licht einer Natronflamme. Aus den Beobachtungen bei zwei verschiedenen Einfalls-

1) *Phil. trans.* 5. 2. 1807. *abstr. I, p.* 265.

2) *Mém. d'Arcueil III, p.* 323. 1817. Arago's Werke, deutsch von Hankel, X. S. 12, 20 bis 25, auch Pogg. Ann. XXVI, S. 133.

3) *Cambr. trans. IV.* Pogg. Ann. XXVI, S. 123. 1832.

4) Glan, Ueber die absoluten Phasenänderungen durch Reflexion. Diss. Berlin 1870.

winkeln J und J^0 bestimmte er dann die Aenderung des Phasenunterschiedes der am Metall in Luft und der an Luft in Glas reflectirten Strahlen, oder die Gröfse

$$p_1 - P - (p_1^0 - P^0),$$

wenn man die Bezeichnung des §. 132 beibehält und den Gröfsen p_1 und P, die dem Einfallswinkel J^0 entsprechen, gleichfalls den oberen Index 0 giebt.

Nennt man ε die Dicke einer dünnen Lamelle, J den Einfallswinkel und λ die Wellenlänge des Lichtes im Innern der Lamelle, so ist der Phasenunterschied der an der oberen und unteren Gränze der Lamelle reflectirten Strahlen durch die Gll. 6 bis 8 §. 132 gegeben. Ist die Lamelle zwischen einer Planfläche und einer Kugelfläche vom Radius R enthalten, so ist die Dicke ε derselben in der Entfernung ϱ von der Berührungsstelle der beiden Flächen

$$\varepsilon = \frac{\varrho^2}{2R}.$$

Setzt man diesen Werth in die Gl. 8 §. 132 ein, und berücksichtigt, dafs der an der unteren Gränze der Lamelle am Metallspiegel reflectirte Strahl verzögert, und also Δ' nach der bisherigen Bezeichnung in den Zahlentabellen negativ zu nehmen ist, so wird:

$$\Delta = \Delta' - \Delta'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6a)$$

$$\Delta' = p_{,} - \mathrm{P} \text{ oder } s_{,} - S \quad . \quad . \quad . \quad (7a)$$

$$\Delta'' = \frac{2\varepsilon \cos J}{\lambda}\, 2\pi = \frac{\varrho^2 \cos J}{R\lambda}\, 2\pi \quad . \quad . \quad . \quad (8a).$$

Mifst man für verschiedene Winkel J die grofse Axe 2ϱ eines bestimmten elliptisch gestalteten Newton'schen Ringes, für welchen Δ einen bekannten Werth hat, so ist mit diesen Gll. Δ' bestimmt, sobald der Radius R der Kugelfläche und λ die Wellenlänge des Lichtes im Innern der Lamelle bekannt sind.

§. 140.

Eine Glaslinse wurde mit zwei Messingstreifen und vier Schrauben gegen einen ebenen Metallspiegel auf einer recht-

eckförmigen Platte aus Buchsbaumholz gedrückt, so daſs die Kugel und Planfläche sich eben berührten (vergl. §. 49 und Fig. 4, Taf. III. Pogg. Ann. Bd. 129. 1866). Daſs dieſs der Fall ist, läſst sich annähernd aus der schnellen Gestaltsänderung der Newton'schen Ringe beurtheilen, die eintritt, sobald man durch Anziehen der Schrauben den Druck vermehrt. Zur gröſseren Sicherheit war der Metallspiegel mit ein paar Kitttropfen an der Buchsbaumplatte, und der Linsenrand in ähnlicher Weise an den beiden Messingschienen befestigt.

Als Metallspiegel habe ich benutzt: Silber, Gold, Platin, Kupfer, Stahl, Nickel und Cobalt.

Je mehr Licht der Metallspiegel reflectirt (je gröſser das Hauptazimuth und die Politur des betreffenden Metalls ist), um so schwächer erscheinen die Newton'schen Ringe. Die centrale Stelle ist dunkel für alle Einfallswinkel bei ⫲ der Reflexionsebene polarisirtem Licht, dagegen bei ⊥ zur Reflexionsebene polarisirtem Licht dunkel oder hell, je nachdem $J <$ oder $>$ als der Polarisationswinkel des Glases ist. In letzterem Fall ist der Durchmesser der Ringe gröſser, wie für ⫲ der Reflexionsebene polarisirtes Licht. Diese Erscheinungen hat schon Airy beschrieben und erklärt, indem für ⊥ zur Reflexionsebene polarisirtes Licht der Gangunterschied der beiden interferirenden Strahlen bei Einfallswinkeln gröſser oder kleiner als der Polarisationswinkel nahezu um $\frac{\lambda}{2}$ verschieden ist, wie dieſs der Anblick der Fig. 8 und 9 Taf. V oder die letzte Spalte der Tabelle C §. 141 unmittelbar zeigen. Da alle durchsichtigen Substanzen dieselben Eigenschaften wie die Metalle zeigen (Abschnitt III und IV), sobald der Einfallswinkel nahezu gleich dem Polarisationswinkel (Haupteinfallswinkel) ist, so kann man ähnliche Erscheinungen an den Newton'schen Ringen beobachten, sobald man die Metallspiegel durch eine ebene Platte einer beliebigen durchsichtigen Substanz ersetzt, z. B. durch Diamant (Airy) oder durch Flintglas, Crownglas (Jamin) etc. (vergl. §. 26).

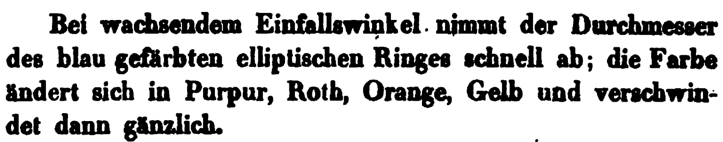
Bei Beleuchtung mit weifsem Lichte ist die Färbung der Ringe zwischen Glaslinse und ebenem Metallspiegel am lebhaftesten für grofse Einfallswinkel und Licht ⊥ zur Reflexionsebene polarisirt. Für Beobachtungen bei grofsem Einfallswinkel empfiehlt es sich auf der Linse mit etwas Canadabalsam die Hypotenusenfläche eines rechtwinkligen Glasprismas anzubringen, oder statt der Linse ein Glasprisma mit kugelförmiger Hypotenusenfläche (§. 2) zu benutzen.

Für kleine Einfallswinkel ist der centrale dunkle Fleck im reflectirten Licht bei Silber und Gold sehr matt und kaum wahrzunehmen. Th. Young[1]) giebt sogar an, bei Gold sey die Mitte hell, bei Stahl dunkel. Ich finde jedoch, dafs bei reiner Oberfläche des Metalls und des Glases die Mitte der Ringe stets dunkel ist für kleine Einfallswinkel bei allen untersuchten Metallen. Nur ist begreiflicherweise bei stark reflectirenden Metallen wie Silber und Gold die dunkle Stelle schwerer wahrzunehmen, als bei schwächer reflectirenden, wie Stahl oder Nickel, wegen des gröfseren Helligkeitsunterschiedes des von der oberen und unteren Lamellengränze reflectirten Lichtes.

Für Einfallswinkel gröfser als Gränzwinkel der totalen Reflexion γ nimmt man eine Reihe Erscheinungen wahr, die sich erklären durch das Eindringen des Lichtes in das dünnere Medium bis zu einer Tiefe, die um so gröfser ist, je gröfser die Wellenlänge des betreffenden Lichtes (vergl. Abschn. I). Die Erscheinungen sind besonders deutlich bei ⊥ zur Reflexionsebene polarisirtem Licht und stark reflectirenden Metallflächen, wie Silber und Gold.

Bei weifsem Licht und Silber erscheinen für Reflexion unter einem Winkel wenig gröfser als γ (der Gränzwinkel der totalen Reflexion) und Licht ⊥ zur Reflexionsebene polarisirt um die Berührungsstelle von Glaslinse und Metallfläche lebhaft gefärbte elliptische Ringe. Die Farben ordnen sich von Innen nach Aufsen in folgender Reihenfolge: Weifs, Gelb, Orange, Roth, Purpur, Blau, Weifs.

1) *Th. Young works I, p.* 386.



Bei wachsendem Einfallswinkel nimmt der Durchmesser des blau gefärbten elliptischen Ringes schnell ab; die Farbe ändert sich in Purpur, Roth, Orange, Gelb und verschwindet dann gänzlich.

Da für Licht ‡ der Reflexionsebene polarisirt nur eine schwache graue Stelle oder gar nichts zu sehen ist, so sind diese Erscheinungen schon bei gewöhnlichem Licht, ohne Nicol'sches Prisma, sichtbar.

Bei Gold sind die Erscheinungen ähnlich wie bei Silber, doch ist für ⊥ zur Reflexionsebene polarisirtes Licht die Mitte gelb gefärbt, statt weifs.

Bei Nickel und Stahl sind die Farben weniger lebhaft; man sieht für ⊥ zur Reflexionsebene polarisirtes Licht von der Mitte aus bei ersterem Weifs, Braun, Violet, Blaugrün, Weifs; bei letzterem Weifs, Braun, Violet, Blau, Weifs.

§. 141.

Ich habe eine Reihe Messungen des Durchmessers des 1sten dunklen Newton'schen Ringes zwischen einer Glaslinse und einem ebenen Metallspiegel für homogenes Licht einer Natronflamme und Linsen von verschiedenem Radius bei verschiedenem Einfallswinkel durchgeführt. Die Bestimmung des Radius R ist, besonders wenn er grofs ist, mit Schwierigkeiten verknüpft, und da Gestaltsänderungen der Glasoberfläche durch Druck von um so gröfserem Einflufs sind, je gröfser R ist, so mögen hier nur Messungen mit einer biconvexen Linse von 929^{mm} Hauptbrennweite folgen.

Der Krümmungsradius R der benutzten Fläche ist gleich der Hauptbrennweite, sobald der Brechungsexponent des Glases $\frac{3}{2}$ beträgt, was in der That nahe der Fall war. Uebrigens führte eine directe Messung mit dem Sphärometer auf denselben Werth.

Die in der §. 137 beschriebenen Weise auf dem Metallspiegel mit Kitt und Schrauben befestigte Linse wurde vertikal auf einem Horizontalkreis in 1^{m} Entfernung von einer Bunsen'schen Gasflamme aufgestellt, die durch eine Sodaperle gelb gefärbt war. Linse und Metallspiegel warfen

das Licht der Natronflamme nach dieser zurück, wenn die Kreistheilung auf 0° stand. Der in halbe Grade getheilte Kreis bestimmte mit einem Nonius den Einfallswinkel J im Innern der Luftlamelle zwischen Glas und Metallfläche bis auf 1′ genau. Zwischen Natronflamme und Metallspiegel war ein Nicol'sches Prisma, zuweilen auch noch dicht vor dem letzteren in etwa 200^{mm} Entfernung von dem Metallspiegel eine achromatische Linse von 260^{mm} Brennweite und 27^{mm} Oeffnung aufgestellt. Je nach der Stellung des Nicol'schen Prismas gelangte nur Licht $\nparallel$ oder $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt zum Metallspiegel. Die grofse Axe 2ϱ des ersten dunklen Newton'schen Ringes wurde mit einem horizontalen Mikroskop mit Ocular Mikrometer von 10facher Linear-Vergröfserung gemessen, das auf die kleinen Risse der Metalloberfläche eingestellt war. Ein Scalentheil des Ocular-Mikrometers, von dem noch Zehntel bequem geschätzt werden konnten, entsprach 0^{mm},05.

Die Messungen sind in der folgenden Tabelle C zusammengestellt, für den Fall, dafs die Glaslinse auf einer an der Rückseite geschwärzten Crownglas-Platte, einem Stahlspiegel oder einem stark reflectirenden Silberspiegel lag. Die Newton'schen Ringe waren am deutlichsten, die Messungen also am zuverlässigsten, bei Glas; am wenigsten bei Silber, wo sie nur mit Mühe wahrzunehmen waren. Für $\nparallel$ der Reflexionsebene polarisirtes Licht ist die Erscheinung weit deutlicher als für $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirtes Licht, bei welchem die Ringe verschwinden, wenn J nahezu = dem Polarisationswinkel des Glases ist.

Für den ersten dunklen Ring, der die dunkle Berührungstelle einer ebenen und convexen Fläche umgiebt, beträgt bei den gewöhnlichen reflectirten Newton'schen Ringen der Gangunterschied der beiden interferirenden Strahlen, dem ganzen Phasenunterschied Δ der Gl. 6. *a.* §. 136 entsprechend, ein ungerades Vielfache einer halben Wellenlänge, oder

$$\pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

wobei Vorzeichen und Gröfse der ganzen Zahl m unbestimmt bleiben. Ich habe im Folgenden bei der Rechnung den der Gröfse Δ entsprechenden Gangunterschied $= -\frac{\lambda}{2}$ angenommen, so dafs aus den Messungen der grofsen Axe 2ϱ der elliptisch erscheinenden Ringe nach Gl. 6. *a.* und 8. *a.* folgt für den Unterschied der Phasenänderung bei Reflexion an der Gränze von Glas und Luft in Glas, und an der Gränze von Luft und Metall in Luft:

$$\Delta' = \Delta + \Delta'' = \frac{\varrho^2 \cos J}{R\lambda} 2\pi - \pi \quad . \quad . \quad (9).$$

Die nach dieser Gleichung berechneten Werthe von Δ sind in den mit Δ' beob. überschriebenen Spalten aufgeführt, die mit Δ' ber. überschriebenen Spalten geben den Werth derselben Gröfse Δ' aus Haupteinfallswinkel H und Hauptazimuth B der reflectirenden Metallfläche nach den Gll. 1 bis 4 §. 130 berechnet, also

$$\Delta' = p_1 - P \text{ oder } s_1 - S \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

je nachdem das Licht ⫩ oder ⊥ zur Reflexionsebene polarisirt war.

C.

Ister Newton'scher Ring in Luft.
Natronlicht $\lambda = 0^{mm},0005888$.
Glaslinse von 929^{mm} Radius auf Crownglas.

J	2ϱ ⫩	2ϱ ⊥	Δ' beob. ⫩	Δ' beob. ⊥	Δ' ber. ⫩	Δ' ber. ⊥
	mm	mm	λ	λ	λ	λ
12°	1,50	1,50	0,506	0,506	0,5	0,5
20	1,52	1,51	0,492	0,479	0,5	0,5
30	1,57	1,55	0,475	0,450	0,5	0,5
40	1,68	1,70	0,494	0,511	0,5	0,5
50	1,87	(1,87)	0,527	(0,527)	0,5	0,5
60	2,05	—	0,458	—	0,5	—
70	2,57	2,60	0,535	0,556	0,5	0,5
75	2,97	3,05	0,548	0,600	0,5	0,5



auf Stahl No. 5.

J	2ϱ ǂ	2ϱ ⊥	Δ' beob. ǂ	Δ' beob. ⊥	Δ' ber. ǂ	Δ' ber. ⊥
	mm	mm	λ	λ	λ	λ
12°	1,665	1,665	0,739	0,739	0,437	0,436
20	1,650	1,655	0,669	0,676	0,441	0,434
30	1,735	1,725	0,691	0,677	0,446	0,427
40	1,830	1,815	0,672	0,653	0,452	0,418
50	2,030	1,90	0,710	0,560	0,460	0,402
60	2,290	2,675	0,698	1,128	0,468	0,873
70	2,92	3,25	0,832	1,150	0,479	0,817
75	3,08	3,48	0,624	0,932	0,484	0,766

$H = 76° 56'$ $B = 27° 56'$

auf Silber No. 216.

J	2ϱ ǂ	2ϱ ⊥	Δ' beob. ǂ	Δ' beob. ⊥	Δ' ber. ǂ	Δ' ber. ⊥
	mm	mm	λ	λ	λ	λ
12°	1,677	1,662	0,757	0,734	0,430	0,427
20	1,677	1,667	0,703	0,593	0,432	0,424
30	1,716	1,650	0,665	0,577	0,438	0,418
40	1,862	1,787	0,613	0,618	0,445	0,408
50	1,970	—	0,540	—	0,454	0,481
60	2,205	—	0,510	—	0,464	0,863
70	2,625	3,00	0,576	0,906	0,475	0,812
75	3,05	3,40	0,600	0,866	0,481	0,769

$H = 77° 23'$ $B = 42° 38'$

Beobachtete und berechnete Werthe von Δ' stimmen bei der Crownglasplatte so nahe überein, wie es der Theorie nach zu erwarten war, während bei den Metallspiegeln sich erhebliche Abweichungen zeigen, etwa von der Ordnung, wie sie auch die anderen Untersuchungsmethoden (vergl. Tab. XCIV §. 128) ergeben haben. Die beobachteten Werthe sind stets gröfser als die berechneten, und beträgt der Unterschied bis $0^{\lambda},3$.

Wollte man annehmen, dafs condensirte Dampf- oder Gasschichten auf den Metallflächen die vollständige Berüh-

rung der Glaslinse verhindert hätten, trotzdem diese mit ziemlicher Kraft, soweit diefs ohne Verzerrung der Kugelfläche möglich war, gegen das Metall gedrückt wurde, so hätten ϱ und Δ'' also auch Δ' nicht gröfser, sondern kleiner gefunden werden müssen, als es die Theorie erwarten liefs. Trotzdem würde diese Erklärung nicht vollkommen von der Hand zu weisen seyn, da man statt der von mir gemachten Annahme $\Delta = -\pi$ auch $\Delta = -3\pi$ oder ein anderes ungerades Vielfache von π wählen könnte.

Ich bemerke ausdrücklich, dafs die Metallflächen frisch polirt und mit Alkohol und einem reinen leinenen Tuche möglichst gereinigt waren. Ohne diese Vorsicht findet man noch weit gröfsere Unterschiede zwischen beobachteten und berechneten Werthen von Δ'.

Bei der Schwierigkeit, um nicht zu sagen Unmöglichkeit, spiegelnde Oberflächen auch nur für Secunden rein zu erhalten, auf die ich bei einer anderen Untersuchung mit weit einfacheren und bequemeren Methoden zurückkommen werde, habe ich zunächst darauf verzichtet meine Messungen in dieser Richtung weiter auszudehnen.

§. 142.

Uebrigens treten auch bei Untersuchung der Reflexion des Lichtes in Flüssigkeiten dieselben Schwierigkeiten, wie bei Reflexion in Luft auf, wie man mit derselben Methode nachweisen kann, wenn zwischen Glaslinse und Metallspiegel eine Flüssigkeit gebracht wird.

Wegen der geringen Intensität des an der Gränze von Glas und Flüssigkeit reflectirten Lichtes empfiehlt es sich ein schwach spiegelndes Metall, und nicht Silber zu benutzen.

Ich brachte etwas destillirtes Wasser zwischen die Linsenfläche und den Stahlspiegel No. 5 und bestimmte den Durchmesser der Ringe in der §. 138 beschriebenen Weise. Die Gröfse λ der Gl. 9 bedeutet dann die Wellenlänge des Lichtes in Wasser, wird also durch Division der Wellen-

länge in Luft mit $\mu = 1{,}336$ erhalten. Die erste Spalte der folgenden Tabelle enthält den Einfallswinkel, unter welchem die Strahlen im Wasser auf den Stahlspiegel auffielen. Derselbe wurde aus dem am Horizontalkreis abgelesenen Einfallswinkel in Luft mit Hülfe des Brechungsexponenten μ berechnet. Uebrigens war bei diesen Versuchen der Einfallswinkel in Wasser und also auch im Glase kleiner als der Polarisationswinkel der Gränze Wasser — Glas (48° 18′).

CI.

I^ster Newton'scher Ring in Wasser.
Natronlicht $\lambda = 0^{mm},0004408$.
Glaslinse von 929^{mm} Radius
auf Stahl No. 5.

J	2ϱ		$\varDelta'$ beob.		$\varDelta'$ ber.	
	∓	⊥	∓	⊥	∓	⊥
	mm	mm	λ	λ	λ	λ
8° 58′	1,475	1,465	0,812	0,794	0,432	0,431
14 50	1,467	1,510	0,770	0,845	0,434	0,429
21 59	1,532	1,530	0,828	0,825	0,436	0,426
28 45	1,550	1,517	0,786	0,732	0,440	0,425
34 58	1,565	1,565	0,725	0,725	0,444	0,416
40 25	1,637	1,570	0,746	0,646	0,448	0,410
44 42	1,702	—	0,756	—	0,451	0,404
46 18	1,707	—	0,728	—	0,453	0,401

$H = 76° 17'$ $B = 29° 34'$

Die zur Berechnung der letzten beiden Spalten benutzten Werthe des Haupteinfallswinkels H und Hauptazimuths B wurden in der §. 43 beschriebenen Weise bestimmt. Berechnete und beobachtete Werthe von $\varDelta'$ differiren noch mehr als bei Reflexion in Luft.

§. 143.

Die vorstehenden Betrachtungen würden im wesentlichen ungeändert bleiben, wollte man die vielfachen Reflexionen im Innern der Lamelle berücksichtigen, was bisher der Einfachheit wegen unterblieben ist.

Läſst man ein $\ddagger$ oder $\perp$ zur Einfallsebene polarisirtes Bündel paralleler Lichtstrahlen von einer dünnen Lamelle reflectiren, die oben durch Glas und unten durch Metall begränzt ist, so kann man immer das reflectirte Strahlenbündel als ein solches auffassen, dessen Amplitude und Phase von der der einfallenden Strahlen verschieden ist. Der ganze Unterschied der Phase des einfallenden und reflectirten Strahles hängt, abgesehen von der durch die Reflexion selbst bedingten Phasenänderung (die für denselben Einfallswinkel bei verschiedener Dicke der Lamelle dieselbe ist), von der Dicke der Lamelle und dem Verhältniſs der Amplituden der reflectirten und einfallenden Strahlen ab. Da das letztere Verhältniſs ein anderes ist, je nachdem die einfallenden Strahlen $\ddagger$ oder $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt sind, so wird auch die Phase des von der ganzen Lamelle reflectirten Strahles $\ddagger$ zur Einfallsebene polarisirt von der Phase des reflectirten Strahles $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt verschieden seyn. Läſst man also auf eine dünne Luftlamelle zwischen einer Glas und Metallfläche im Azimuth α polarisirtes Licht auffallen, so ist der von der Lamelle reflectirte Strahl im Allgemeinen elliptisch polarisirt, und die Gröſse und Lage der Ellipsenaxen hängt von der Dicke der Lamelle und dem Azimuth α der auffallenden linear polarisirten Strahlen ab.

Eine Luftlamelle zwischen einer kugelförmigen Glasfläche und einem ebenen Spiegel aus Metall oder einer anderen Substanz zeigt (im Allgemeinen) die gewöhnlichen Newton'schen Farbenringe im reflectirten Licht. Läſst man unter einem Winkel kleiner als der Gränzwinkel der totalen Reflexion im Azimuth α linear polarisirtes Licht einfallen, so wird an den verschieden dicken Stellen derselben der Phasenunterschied der Strahlen $\ddagger$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt verschieden seyn, während das Verhältniſs der reflectirten Amplituden $\ddagger$ oder $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt für verschiedene Lamellendicken dasselbe bleibt, da der Einfallswinkel für alle Lamellendicken derselbe ist.

Eine Verzögerung oder Beschleunigung der Phase bei der Reflexion kann, sobald Amplitude oder Intensität der Strahlen ungeändert bleiben, nur denselben Einfluſs haben, wie eine entsprechende Vermehrung oder Verminderung der Lamellendicke.

Lamellendicken, die sich um Vielfache von $\frac{\lambda}{2 \cos J}$ unterscheiden, reflectiren elliptisch polarisirtes Licht von derselben Beschaffenheit, Gröſse und Lage der Bahnellipsen der Aethertheilchen.

Betrachtet man die Luftlamelle durch ein analysirendes Nicol'sches Prisma im Azimuth β zur Reflexionsebene, so wird dieſs das einfallende Licht um so mehr schwächen, je mehr die groſse Axe der Bahnellipse der Aethertheilchen parallel dem Hauptschnitt des analysirenden Nicol'schen Prismas liegt und je gröſser die Excentricität der Bahnellipse ist.

Es erscheinen also verschiedene Stellen der Luftlamelle dunkel, deren Dicke dieselbe oder um Vielfache von $\frac{\lambda}{2 \cos J}$ verschieden ist, d. h. man erblickt durch das analysirende Nicol'sche Prisma Ringe von derselben Gestalt und Anordnung wie die gewöhnlichen Newton'schen Ringe, die sich auszudehnen oder zusammenzuziehen scheinen, wenn α und β sich ändern. Sie haben eine dunkle oder helle Mitte, je nachdem die Hauptschnitte der beiden Nicol'schen Prismen (nahezu) parallel oder senkrecht zu einander stehen.

Der ebene Metallspiegel unter der kugelförmigen Glasfläche kann auch durch einen ebenen Spiegel einer anderen durchsichtigen oder undurchsichtigen Substanz oder die Luft zwischen beiden durch eine andere durchsichtige Flüssigkeit ersetzt werden.

Berechnung der Gröſse und Lage der Bahnellipsen hat keine Schwierigkeit, sobald die Aenderung der Phase und Amplitude durch die Reflexion bekannt sind, doch werden die Ausdrücke im allgemeinen ziemlich complicirt seyn [1]).

1) *Jamin*, *Ann. d. chim.* (3) *t.* 36. 1852. *p.* 178.

Dafs das von den verschieden dicken Stellen der Luftlamelle reflectirte Licht verschieden elliptisch polarisirt ist, läfst sich in folgender Weise, die auch für andere ähnliche Untersuchungen brauchbar ist, nachweisen.

Untersucht man das ursprünglich im Azimuth $\alpha = 45^{\circ}$ polarisirte Licht nach der Reflexion von der Lamelle mit einem Babinet'schen Compensator (§. 14), dessen Quarzkeile möglichst nahe der Lamelle mit ihren Schneiden parallel der Reflexionsebene aufgestellt sind, und einem analysirenden Nicol'schen Prisma, so wird für verschiedene Lamellendicken auch an verschiedenen Stellen des Babinet'schen Compensators linear polarisirtes Licht auftreten, nämlich an den Stellen, wo der durch die Reflexion an der gesammten dünnen Lamelle hervorgebrachte Phasenunterschied der Strahlen ╪ und ⊥ zur Einfallsebene polarisirt durch den Gangunterschied der Strahlen im Compensator gerade aufgehoben ist. Das Verhältnifs der Amplituden ╪ und ⊥ zur Einfallsebene polarisirt ist aber an verschieden dicken Stellen der Lamelle dasselbe, da der Einfallswinkel derselbe geblieben ist; das linear polarisirte Licht wird also durch dieselbe Stellung des analysirenden Nicol'schen Prismas an allen betreffenden Stellen des Compensators gleichzeitig ausgelöscht.

Um nicht durch das an der oberen Gränze des Glases reflectirte Licht gestört zu werden, empfiehlt es sich auf der Glaslinse ein rechtwinkliges Prisma zu befestigen oder ein solches Prisma mit kugelförmiger Hypotenusenfläche auf einen Metallspiegel zu legen.

Die für gewöhnlich geraden dunklen Streifen des Babinet'schen Compensators erscheinen dann gezackt, etwa in der Fig. 10 Taf. V dargestellten Form. Die Zacken scheinen Ringe zu bilden von der Form, wie man sie mit analysirendem und polarisirendem Nicol'schen Prisma wahrnimmt.

Die Höhe aller Zacken ist dieselbe und hängt von der Beschaffenheit der oberen und unteren Gränze der La-

melle, sowie dem Einfallswinkel ab. Eine Ausnahme macht nur die dünnste Stelle der Lamelle, wo die beiden gleichsam hier zusammenstofsenden Zacken niedriger sind.

Die Versuche wurden mit einem Silber oder Stahlspiegel angestellt, mochte die Lamelle aus Luft-, Wasser- oder Terpenthinöl bestehen.

Bestand der Babinet'sche Compensator aus Quarzprismen mit stark geneigten Flächen, so dafs die dunklen Streifen desselben etwa $1^{mm},2$ von einander abstanden, so bildeten die Zacken unter Umständen (bei grofsem Gesichtsfeld) zwei Systeme verzerrter elliptischer Ringe zu beiden Seiten des schwarzen Compensatorstreifens.

Ersetzt man den Metallspiegel durch eine ebene Glasplatte, so sieht man dunkle elliptische Ringe durch schwarze dunkle Linien verbunden, etwa in der Art Fig. 11 Taf. V. Der dunkle Streifen in der Nähe der dünnsten Stelle der Lamelle hat wieder anormale Gestalt, da nach Analogie der übrigen Streifen die Form Fig. 12 Taf. V zu erwarten wäre. Uebrigens folgt aus dem Verlauf der Streifen des Babinet'schen Compensators, dafs die Strahlencomponente $\mp$ der Reflexionsebene polarisirt gegen die Strahlencomponente $\perp$ zur Reflexionsebene polarisirt um so mehr verzögert ist, je mehr man sich von der dünnsten Stelle der Luftlamelle entfernt. Das von der Lamelle reflectirte Licht ist linear polarisirt an den Stellen, wo die gewöhnlichen hellen und dunklen Newton'schen Ringe erscheinen würden.

Die Thatsache, dafs die dunklen Compensatorstreifen an allen Stellen der Lamelle, deren Dicken um $\frac{\lambda}{2\cos J}$ verschieden sind, bei derselben Stellung des analysirenden und polarisirenden Nicol'schen Prismas gleich deutlich erscheinen, zeigt, dafs sowohl das Verhältnifs der reflectirten Amplituden $\mp$ und $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt als auch der Phasenunterschied für diese Stellen der Lamelle dieselben sind. Eine Ausnahme, mag an der unteren Fläche der Lamelle metallische oder gewöhnliche Reflexion statt-

finden, bildet nur die dünnste Stelle der Lamelle in der Nähe des Berührungspunktes der beiden Begränzungsflächen, wo auch die dunklen Streifen des Babinet'schen Compensators einen anormalen Verlauf zeigen. Es folgt daraus dafs *bei sehr dünnen Lamellen*, deren Dicke ich kleiner als $0^\lambda,2$ schätzen möchte, *die Reflexion nach anderen Gesetzen als bei sehr dicken Lamellen vor sich geht.* Es gilt also auch für gewöhnliche Reflexion dasselbe, was die Versuche des Abschnitts I und II bei totaler, oder des Abschnitts VII bei metallischer Reflexion gezeigt haben.

Hierher gehört auch die Thatsache, dafs ganz dünne Jodsilberlamellen auf Glas nicht Dunkelheit, sondern Helligkeit reflectiren, obwohl der Brechungsexponent des Jodsilbers zwischen dem von Glas und Luft liegt.

Auch Jamin [1]) beobachtete, dafs für Licht $\perp$ zur Einfallsebene polarisirt die dunklen Stellen der Newton'schen Ringe zwischen Glasflächen in helle übergingen und umgekehrt, sobald der Einfallswinkel gröfser als der Polarisationswinkel wurde, in Uebereinstimmung mit der Theorie, dafs aber der centrale dunkle Fleck hiervon eine Ausnahme machte, indem er dunkler als die übrigen hell gewordenen Stellen der Newton'schen Ringe blieb.

§. 144.

Analoge Erscheinungen treten an der dünnsten Stelle einer Luftlamelle auf, wenn man Licht unter einem Winkel gröfser als der Gränzwinkel der totalen Reflexion auf die obere Gränze der Lamelle auffallen läfst.

Es wurde ein rechtwinkliges Flintglas oder Crownglas Prisma mit einer kugelförmigen Hypotenusenfläche von $7^m,6$ Radius auf einen ebenen Silberspiegel gelegt. Das im Azimuth $\alpha = 45^0$ polarisirte Licht gelangte nach der Reflexion von der Luftlamelle durch ein im Azimuth β stehendes analysirendes Nicol'sches Prisma ins Auge. Für

1) *Ann. d. chim.* (3.) *t.* 36, 1852, *p.* 173.

$\beta = -45^0$ erschien ein schwarzer Fleck umgeben von schön gefärbten elliptischen Ringen. Es folgten von der Mitte aus Schwarz, Violett, Blau, Weiſs. Bei Vergröſserung des Einfallswinkels wurden die Ringe kleiner, und die Farben gingen in Braun, Purpur, Weiſs über. Beim Drehen des analysirenden Nicol'schen Prismas um 90^0 vergröſserten sich die Ringe und die Farben gingen in Weiſs, Braun, Grau, oder bei gröſserem Einfallswinkel in Weiſs, Blau, Blaugrün, Grau über.

Der dunkle Fleck hatte für Wolkenlicht $2^{mm},5$ Durchmesser, die gröſste Dicke der Lamelle betrug also $0^{mm},0001$ oder $0^{\lambda},17$.

Ersetzt man den Silberspiegel durch einen Stahlspiegel, so sind die Farben der Luftlamelle unter sonst ähnlichen Umständen weniger lebhaft. Bei gekreuzten Nicol'schen Prismen sieht man von der Mitte aus Schwarz, Grau, Weiſs; bei parallelen Nicol'schen Prismen Weiſs, Braungelb, Grau, oder bei gröſserem Einfallswinkel Weiſs, Braun, Violett, Schwarz, Hellblau, Grau.

Die Ringe und der dunkle Fleck sind für rothes Licht gröſser wie für blaues. Ihr Durchmesser nimmt ab, wenn der Einfallswinkel wächst.

Bringt man Wasser oder Alkohol zwischen Glas und Metallfläche, so ist nur ein dunkler Fleck resp. ein weiſser Fleck mit braunem Rande wahrzunehmen, sobald der Einfallswinkel gröſser als der betreffende Gränzwinkel der totalen Reflexion ist. Die Ringe haben jedoch weit gröſseren Durchmesser als bei einer Luftlamelle.

Der Durchmesser des schwarzen Flecks bei gekreuzten Nicol'schen Prismen und Stahl betrug für Wolkenlicht und Luft 3^{mm}, für Wasser 4^{mm}, war also ein wenig gröſser wie bei Silber. Der Durchmesser des weiſsen Flecks bei parallelen Nicol'schen Prismen war aber 5^{mm}. Bei Sonnenlicht oder starkem Lampenlicht war der weiſse Fleck mit braunem Rande weit gröſser und etwa von den Dimensionen des hellen elliptischen Flecks der Versuche des §. 5, mit dem er auch im Ansehen groſse Aehnlichkeit hatte.

Untersucht man das im Azimuth 45° polarisirte und von der Luftlamelle zwischen Glas und Metallfläche reflectirte Licht mit einem Babinet'schen Compensator und analysirendem Nicol'schen Prisma in der im vorigen §. beschriebenen Weise, so ist an den dünnsten Stellen der Lamelle die Lage der dunklen Streifen im Babinet'schen Compensator so, wie es der Metall-Reflexion, an den dicksten Stellen so, wie es der totalen Reflexion für den betreffenden Einfallswinkel J_1 im Innern des Glases entspricht. Beide System Interferenzstreifen gehen in einander über oder sind durch krumme dunkle Linien verbunden. Diese krummen Verbindungslinien nehmen verschiedene Gestalt an, wenn man den Einfallswinkel wachsen und sich immer mehr vom Gränzwinkel der totalen Reflexion entfernen läfst, wie es die Fig. 13*abc* Taf. V zeigen.

Die verschiedenen Stellen der Compensatorstreifen erscheinen nicht bei derselben Stellung des analysirenden Nicol'schen Prismas gleich deutlich, so dafs man sieht, wie Phasenunterschied und Amplitudenverhältnifs der Strahlen ‡ und ⊥ zur Reflexionsebene polarisirt von der Dicke der Luftlamelle abhängen, die unter der Hypotenusenfläche des Glasprismas sich befindet. Die Ausbiegungen der Zacken der geraden Compensatorstreifen sind dabei für rothes Licht viel deutlicher wie für blaues.

Die Erscheinungen sind ähnlich, wenn man Wasser zwischen Glas und Metallfläche bringt.

Trotzdem der Gränzwinkel der totalen Reflexion überschritten ist, dringt also das Licht aus dem Glase in das dünnere Medium ein, wird an der Metallfläche zurückgeworfen, durchdringt die dünne Lamelle von neuem und geht dann in das dichtere Medium, das Glas, zurück. Licht von verschiedener Farbe oder mit verschiedener Polarisationsebene wird dabei in sehr verschiedener Intensität reflectirt.

Diese Erscheinungen sind alle mit denen des Abschnitts I und II in Uebereinstimmung.

§. 145.

Ich habe früher [1]) die Lage der Schwingungen der Aethertheilchen in einem polarisirten Lichtstrahl gegen die Polarisationsebene aus der Phasenänderung bei der Reflexion des Lichtes zu bestimmen gesucht, indem ich erwartete, dafs für Schwingungen in der Einfallsebene sich die Phasenänderung mit wachsendem Einfallswinkel schneller ändern müfste, als für Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene.

Die Versuche der Abschnitte XIII und XIV zeigen nun im Widerspruch mit den früheren, dafs diese Aenderung der Phase für Licht ⊥ zur Einfallsebene polarisirt am gröfsten ist; es würden also jener Beweisführung zufolge die Schwingungen ⊥ gegen die Polarisationsebene erfolgen, die von Fresnel aufgestellte Hypothese die richtige seyn.

Es ist jedoch zu bedenken, dafs jene Beweisführung wesentlich voraussetzt, dafs die Reflexion in der geometrischen Gränze zweier Medien geschieht. Die Beweisführung wird unhaltbar, wenn der Act der Reflexion und Brechung innerhalb einer Uebergangsschicht zweier Medien stattfindet. Dafs diese Uebergangsschicht vorhanden, nicht unmerklich dünn, sondern der Messung durch den Versuch sehr wohl zugänglich ist, glaube ich in diesen Untersuchungen mit den verschiedensten Methoden nachgewiesen zu haben. Die Frage über die Lage der Schwingungen der Aethertheilchen gegen die Polarisationsebene ist also nach wie vor eine offene.

Wenn ferner bei dem Vergleich der Theorie mit dem Versuch im Vorstehenden die von Cauchy gegebenen Formeln bei der Rechnung benutzt worden sind, so ist damit durchaus nicht gesagt, dafs diese allein genügen, um die Erscheinungen wiederzugeben. Im Gegentheil führen, wie Jochmann [2]) gezeigt hat, die von Neumann aus ganz anderen Principien abgeleiteten Formeln zu fast genau

1) Berl. Monatsber. 18. 12. 1862, S. 714 auch Pogg. Ann. Bd. 118, S. 445, 1863.

2) Pogg. Ann. Bd. 136 S. 585, 1869.

denselben Zahlenwerthen des Phasenunterschiedes, so dafs mit unseren jetzigen experimentellen Hilfsmitteln nicht zu entscheiden ist, welcher Theorie der Vorzug zu geben sey. Ja, ich möchte glauben, dafs man überhaupt von einer richtigen Auffassung des Vorganges bei der Reflexion und Brechung des Lichtes noch weit entfernt ist, und dafs vielleicht selbst die Frage nach der Lage der Schwingungen gegen die Polarisationsebene ungerechtfertigt ist.

Jedenfalls hätte eine Theorie, um mit den bis jetzt bekannten Thatsachen in Uebereinstimmung zu bleiben, die Annahme zu machen, dafs der Vorgang der Reflexion und Brechung in einer Uebergangsschicht von endlicher, durch den Versuch mefsbarer, Dicke stattfindet. Die Reflexion des Lichtes hat vielleicht mehr Aehnlichkeit mit dem Echo des Schalles am Rande eines Waldes, als man heut zu Tage anzunehmen pflegt.

Berlin im November 1870.

III. *Apparate zur Demonstration des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte und der Gesetze des Gleichgewichts auf der schiefen Ebene; von G. Krebs.*

a. Apparate für das Parallelogramm der Kräfte.

Die Zahl der Apparate, welche zur Demonstration des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte dienen, ist zwar sehr grofs, doch aber hoffe ich, dafs die nunmehr zu beschreibenden den älteren gegenüber nicht als überflüssig und werthlos erscheinen werden.

Ich unterlasse es eine Kritik der älteren Apparate zu geben und beschränke mich darauf die neuen Apparate zu beschreiben.

Der Apparat Fig. 1 Taf. VII dient dazu, um aus zwei Seitenkräften die Resultirende zu finden und zu zeigen, dafs die Resultirende gleich der Diagonale des Parallelogramms ist, welches man aus den Seitenkräften construiren kann.

Auf einem Grundbrett *AB* erhebt sich eine vierkantige eiserne, etwa 70^{cm} hohe Stange *T*, welche etwa $\frac{3}{4}$ bis $1^{\square cm}$ Querschnitt hat und oben spiralförmig umgebogen ist. An dem umgebogenen Ende hängt ein Ring, an dem eine Scheere *u* befestigt ist. Auf den Zapfenlagern dieser Scheere kann sich eine Axe, welche durch den Schwerpunkt einer Federwaage *f* geht, drehen. Das Ende des eingetheilten Stäbchens *s* der Federwaage ist mit einem kleinen Ring versehen, in dem drei seidene Schnüre befestigt sind, welche man nach irgend einer Einheit (z. B. 6^{cm}) eingetheilt hat. Am Besten nimmt man die Schnüre von weifser Farbe und macht die Theilungspunkte schwarz.

Auf dem Grundbrett stehen ferner zwei geschlitzte eiserne Ständer *x* und *y*, welche verschiebbar sind und in deren Schlitzen zwei dünne Eisenstäbchen *m* und *n* auf- und abgeschoben und durch eine Schraube festgestellt werden können. Diese Eisenstäbchen spitzen sich in eine dünne Axe, auf der ein sehr kleines Röllchen sitzt, zu. Die Röllchen liegen mit der Axe der Federwaage in derselben Verticalebene. An jeder der zwei Axen, auf denen die Röllchen sitzen, ist je eine seidene Schnur, welche wie die obengenannten eingetheilt ist, befestigt.

Will man nun zwei Kräfte zusammensetzen, so legt man die Schnüre *p* und *q* über die Röllchen der Eisenstäbchen *m* und *n* und hängt an dieselben Gewichte, z. B. an *p* 300 Grm. und an *q* 400 Grm. Zugleich kann man durch Verschieben der Ständer *x* und *y* und der Eisenstäbchen *m* und *n* es leicht dahin bringen, dafs $p = 3$ und $q = 4$ Einheiten lang ist und dafs aufserdem *p* und *q* einen bestimmten Winkel, z. B. 90^0 mit einander bilden. Dann wird man bemerken, dafs die Federwaage eine bestimmte Richtung an-

nimmt und sich bis zu einem gewissen Grade (in unserem Beispiel auf 500 Grm.) auszieht.

Die Richtung der Federwaagenaxe giebt alsdann die Richtung, und die Stärke des Auszugs der Federwaage (hier 500 Grm.) die Gröfse der Resultirenden an. — Dafs die Resultirende nach Richtung und Gröfse der Diagonale des Parallelogramms gleich ist, wird man leicht constatiren können, wenn man die Schnur r mit sanftem Zug in die Richtung der Federwaagenaxe bringt und beim fünften Theilungspunkte festhält. Zieht man jetzt die Schnüre v und w nach diesem Punkte hin, so erhält man ein Parallelogramm, respective Rechteck etc.

Da gerade dieses Beispiel sich leicht durch Rechnung verificiren läfst und sich also zu einem Vorlesungsversuch besonders eignet, so kann man sich ein für allemal die Stellung der geschlitzten Ständer x und y und der Eisenstäbchen m und n merken, damit man bei späteren Versuchen keine Zeit mit Hin- und Herschieben verliert.

Noch ein anderer Versuch, wo beide Kräfte = 300 Grm. sind und die Ständer gleich weit von der Federwaage entfernt stehen, so dafs sich die Federwaage vertical hängt, eignet sich gut zur Demonstration: die Resultirende beträgt hier 519 Grm.

Der beschriebene Apparat dürfte für die gewöhnlichen Zwecke, wenn man sich auf die Demonstration der Zusammensetzung zweier Kräfte beschränkt, ausreichen; will man aber auch die Zerlegung einer Kraft in zwei Seitenkräfte zeigen, so kann man sich dazu des Apparats Fig. 2 Taf. VII bedienen. Er ist gerade so eingerichtet, wie die Apparat Fig. 1 Taf. VII, nur dafs er zwei Federwaagen hat; dabei ist der Ständer, an welchem die eine Federwaage hängt, verschiebbar.

Verbindet man die Enden der eingetheilten Stangen der Federwaagenaxen durch eine seidene Schnur, über die sich ein kleines Ringelchen r, an welchem drei eingetheilte seidene Schnüre hängen, hin- und herschieben läfst, so kann man an die mittlere Schnur s ein Gewicht z. B. von 500 Grm.



hängen und durch Verschiebung des Ringelchens und des einen Ständers es leicht dahin bringen, dafs die eine Federwaage auf 400 Grm. und die andere auf 300 Grm. ausgezogen ist; dann nehmen die Axen der Federwaagen gegen einander und gegen die Richtung der Resultirenden eine bestimmte Lage an (es stehen hier die Axen der Federwaagen auf einander senkrecht) — aus der Gröfse und Richtung der Resultirenden und der Gröfse der Seitenkräfte ist also die Richtung der Seitenkräfte gefunden worden.

Ist die Axe jeder Federwaage durch eine Schraube feststellbar, so kann man auch die Aufgabe lösen, aus den gegebenen Richtungen der Seitenkräfte (und der Gröfse und Richtung der Resultirenden) die Gröfsen der Seitenkräfte zu finden. Man stellt beide Federwaagen durch die Schrauben in den gegebenen Richtungen fest, hängt das Gewicht, welches die Gröfse der Resultirenden angeben soll, an die die Federwaagen verbindende Schnur und schiebt die beweglichen Ständer so lange bis die beiden Schnurstücke in die Richtungen der Federwaagenaxen fallen.

Wie man nun mit Hülfe der Schnüre das Parallelogramm herstellt, ist selbstverständlich.

Der Apparat Fig. 3 Taf. VII demonstrirt auf dynamischem Wege den Satz vom Parallelogramm der Kräfte. Eine quadratische Marmorplatte von etwa 45^{cm} Gröfse ist von einem hölzernen Rahmen, an dem sich drei Stellschrauben befinden, eingefafst. In zwei in einer Ecke *a* zusammenstofsenden Seiten der Holzeinfassung sind nahe an dieser Ecke zwei Elektromagnete *b* und *c* eingelassen; das eine Paar Enden der Drahtumwindungen ist bei *r* verbunden, die beiden anderen Enden stehen mit zwei Klemmschrauben *p* und *q* in Verbindung.

Die beiden Elektromagnete sind die Hälften eines der Länge nach durchschnittenen Flintenlaufstücks von 9 bis 12^{cm} Länge und von möglichst bedeutender Wandstärke (Fig. 3*a* Taf. VII). Die Umwindungen der Elektromagnete mit übersponnenem Kupferdraht sind der Länge nach d. h.

der Cylinderaxe parallel gelegt. Die Elektromagnete sind so in die Holzwand eingelassen, dafs ihre ebenen Seiten kaum über die Innenseite der Holzeinfassung hervorsehen. Jedem der Elektromagnete steht ein Anker *t* (Fig. 3*a* Taf. VII) gegenüber, der an einer starken Feder *s* befestigt ist; diese Feder ist an ein messingenes Winkelstück und dieses selbst an die Holzwand bei *r* angeschraubt. Der Anker *t* steht um einige Millimeter von dem Elektromagnet ab.

Läfst man nun einen Strom von 2 bis 3 Elementen durch die Umwindungen der Elektromagnete gehen und drückt den Anker an dieselben, so bleiben sie haften; schiebt man nun eine Elfenbeinkugel von geeigneter Gröfse in den Winkel dicht wider die Anker und unterbricht den Strom, so reifsen die Anker ab und schleudern die Kugel nach der gegenüberliegenden Ecke der Marmorplatte.

Dafs die Marmorplatte vermittelst der Stellschraube und durch eine Wasserwaage genau horizontal gestellt werden mufs, bedarf kaum der Erwähnung.

Der Versuch gelingt mit grofser Sicherheit.

Wenn man den einen Messingwinkel, an dem die eine Feder und der eine Anker befestigt sind, bei *r* so aufschraubt, dafs er von der Holzwand etwas entfernt werden kann, so kann man die eine Kraft stärker machen, als die andere; der Anker, welcher am weitesten von seinem Elektromagnet entfernt ist, giebt der Kugel den stärksten Stofs: man kann auf diese Art auch mit ungleichen Kräften operiren.

Man könnte übrigens die Elektromagnete ganz weglassen und doch, wenn auch mit minderer Sicherheit den Versuch anstellen; man brauchte blofs die Kugel fest gegen die Anker zu drücken und dann loszulassen. Am besten drückt man die Kugel blofs mit einem Finger und genau in der Mitte zwischen den Ankern an; jedoch ist der Versuch auf diese Art nicht sehr zuverlässig.

[Den Apparat kann man auch noch dazu gebrauchen, um die Elasticität einer Elfenbeinkugel, die man auf die Platte fallen läfst, zu zeigen.]



b. Apparat für die schiefe Ebene.

Wenn ein schwerer Körper auf einer schiefen Ebene liegt, so hat er das Bestreben der schiefen Ebene hinabzurollen, während er zugleich einen Druck auf dieselbe ausübt.

Bei den bisher gebräuchlichen Apparaten zur Demonstration der Gesetze des Gleichgewichts auf der schiefen Ebene begnügte man sich damit blofs die relative Schwere zu messen; den Druck aber, den der Körper auf die schiefe Ebene ausübt, liefs man unberücksichtigt.

Der Apparat Fig. 4 Taf. VII ist dazu bestimmt diesem Mangel abzuhelfen.

Auf einem Grundbrett erhebt sich ein Ständer *A*, auf dem eine Federwaage *BC* (von etwa 15^{cm} Breite und 8^{cm} Höhe) aus starkem Bandstahl drehbar und in jeder Lage durch eine Schraubenzwinge *D* feststellbar angebracht ist. Auf dem obersten Punkt der Federwaage ist eine längliche geschlitzte Messingplatte *mn*, die schiefe Ebene, befestigt. An der Federwaage ist oben ein auf ihr sich drehender Gradbogen *uv* und an dem Ständer *A* ein verticaler Zeiger *a* befestigt, welcher an dem Gradbogen *uv* den Neigungswinkel der schiefen Ebene angiebt.

Aufserdem erwähnen wir noch als ohne Weiteres verständliche Theile der Federwaage: den eingetheilten Bogen *xy*, den Winkelhebel *pqr*, dessen längerer Schenkel *pq* an dem Bogen *xy* die Gröfse des Drucks auf die Federwaage anzeigt, sowie die obengeschlitzte Stange *wz*, in deren Schlitz sich der kurze Hebelarm *pr* legt. Auch ist noch zu beachten, dafs das Ende der Stange *t*, an den der Zeiger *pq* sitzt, unten in ein rundes Stäbchen ausläuft, das in dem Loch der Platte *f* auf- und abgehen kann; es ist diese Führung für die Genauigkeit der Wägung nicht unwesentlich.

Auf dem Grundbrett erhebt sich ferner eine vertical gestellte Federwaage *MN*, sowie ein geschlitzter eiserner Streifen *PQ*, in dem sich eine Rolle *R* auf- und abschieben und an jedem Orte feststellen läfst. Eine seidene

Schnur wird an der Federwaage MN befestigt, über die Rolle R geführt und an einem cylindrischen Gewicht von 500 Grm. befestigt. Das cylindrische Gewicht hat einen Haken und die Schnur gh verschiedene Ringe; indem man den Haken in diesen oder jenen Ring hängt, kann man die Schnur verkürzen oder verlängern und bewirken, dafs das Gewicht S genau auf der Mitte der Federwaage aufliegt.

Stellt man z. B. die Federwaage BC so, dafs der Neigungswinkel der schiefen Ebene 30° beträgt, rückt man ferner die Rolle R so, dafs der Faden gh der Länge der schiefen Ebene parallel ist, so zeigt die Federwaage MN die relative Schwere und die Federwaage BC den Druck auf die schiefe Ebene an. Die relative Schwere beträgt in unserm Beispiele 250 Grm., der Druck etwa 432 Grm.

Beträgt der Neigungswinkel 45°, so ist die relative Schwere gleich dem Druck und zwar etwa 353 Grm.

Der Schlitz in der schiefen Ebene dient dazu, um den Faden gh auch der Basis der schiefen Ebene parallel legen zu können.

Aufserdem ist es bequem sich die Ringe von gh zu merken (vielleicht dadurch, dafs man sie durch verschiedene Farben auszeichnet), in welche der Haken von S in den einzelnen Fällen gehängt werden mufs, damit S genau auf die Mitte der Federwaage zu liegen komme.

Es ist unwesentlich, sowohl für die Theorie, wie für die Praxis, schon beim ersten Unterricht in der Mechanik auch experimentell zn zeigen, wie sich die absolute Schwere in die relative und in den Druck auf die schiefe Ebene zerlegt.

IV. *Bemerkungen über die Theorie der Capillarerscheinungen; von Alb. Mousson.*

(Aus d. Schrift d. Züricher Naturf. Gesell. vom Herrn Verf. übersandt.)

Unter den Erscheinungen, welche von dem Spiele der Molecularkräfte abhängen, bilden wohl die *Capillarerscheinungen* eins der wichtigsten, mannigfachsten und best abgegränzten Gebiete. Es stellen sich diese Erscheinungen als Abweichungen von den gewöhnlichen hydrostatischen Gesetzen dar, Abweichungen, welche sich in der Nähe der festen Wände oder auch ohne dieselben entwickeln und wesentlich in Veränderungen der Gestalt und der Druckverhältnisse bestehen. Wenn die *Schwere* und die *äufseren Kräfte* in erster Linie die Gestalt einer gröfseren Flüssigkeitsmasse bestimmen und daher eine *erste* Annäherung an die Wahrheit begründen, so erscheinen die *Capillarerscheinungen* als eine *zweite* Annäherung, in welcher die zwischen den flüssigen Theilchen unter sich und mit dem festen Körper der Wände thätigen *Molecularkräfte* zum Ausdrucke gelangen.

Um diese Erscheinungen *vollständig* zu erklären, sollte man die Natur der Molecularkräfte, aus deren Wirkung sie hervorgehen, genau kennen. Leider aber entziehen sie sich einer directen Ermittlung, erstens weil sie in jeder mefsbaren Entfernung nahe erlöschen, zweitens weil man nie eine einfache Wirkung, sondern stets die Resultirende zahlloser einzelner Wirkungen vor Augen hat. Wie in allen ähnlichen Fällen befolgt auch hier die Physik den sicheren Gang, dafs sie vorerst die einfachen Grundgesetze aufsucht, auf welche die mannigfachen Erscheinungen sich zurückführen lassen, und nachher diese Gesetze als nothwendiges Ziel einer jeden auf Wahrscheinlichkeit Anspruch machenden Theorie hinstellt. Eine solche Theorie darf aber nicht blos eine für diese besondere Classe von Erscheinungen ersonnene mathematische Conception seyn, sondern sie

soll eine reale physikalische Bedeutung erhalten, was nur dann der Fall ist, wenn sie an die Molecularkräfte mit allen den Eigenschaften anknüpft, die man aus anderen Molecularerscheinungen kennt.

Das Ergebnifs all unserer Beobachtungen über die Molecularkräfte, welche zwischen den Theilchen der Körper wirksam sind, läfst sich in folgende Hauptsätze zusammenfassen:

1) Aller Wahrscheinlichkeit nach wirken zwischen den Theilchen der Körper zwei Kräfte: eine den Theilchen innewohnende und ihnen *bleibend zugehörende Anziehung*, und eine von ihrem Wärme- oder ihrem Bewegungszustande abhängige, also den Theilchen *nicht zugehörende*, veränderliche *Abstofsung*.

2) Beide Kräfte nehmen *rasch mit der Entfernung der Theilchen ab*, können in unmerklicher Entfernung sehr stark seyn, verschwinden aber in jeder mefsbaren nahe ganz.

3) Die *Abstofsung nimmt rascher ab, als die Anziehung*, daher bei Compression eines Körpers jene vorwaltet, bei Ausdehnung desselben diese; daraus erklären sich die Elasticitätserscheinungen.

4) Durch Erwärmung eines Körpers *verstärkt man die Abstofsung*; das Gleichgewicht findet bei immer kleineren Werthen der Kräfte statt, endlich besteht ein solches nicht mehr, weil die Abstofsung ganz vorwaltet, oder der Verband der Theilchen ganz aufhört. Man giebt sich so von den Aggregatformen des Festen, Flüssigen und Luftförmigen Rechenschaft.

5) Bei geringer Wirkung der Abstofsung offenbart sich *nach verschiedenen Richtungen eine verschiedene Molecularkraft*, mag diese Verschiedenheit nun von der besonderen Gestalt, oder der Gruppirung oder der Bewegungsweise der Theilchen herrühren. Darin findet sich die Erklärung der Krystallbildung, durch Anordnung der Theilchen in die stabilsten Lagen.

Es wäre nun von hohem Interesse zu wissen, bis auf welche Entfernung die resultirenden Molecularkräfte merk-

bare Wirkungen ausüben. Daraus z. B. dafs die hebende Wirkung einer engen Glasröhre auf Wasser die gleiche bleibt, so weit man auch die Glasdicke verdünnen kann, hatte man schliefsen wollen das jene Entfernung eine wirklich unmefsbare sey. Diese Annahme ist nicht ganz richtig. Plateau[1]) (1861) beweist mit guten Gründen, dafs eine dünne Blase, welche *unverändert* fortdauert (aus einem Gemisch von Seifenwasser und Glycerin stellte er solche her, die sich viele Stunden hielten) eine Hüllendicke besitzt, die dem doppelten Bereich der Molecularkräfte der Flüssigkeitstheilchen gleich ist, Diese Dicke, optisch aus den Newton'schen Farben und dem Brechungsverhältnifs der Flüssigkeit bestimmt, ergab für jene Flüssigkeit die Wirkungsgränze λ:

Glycerin-Seifenlösung $\lambda = 0{,}00005645$ Mm.

Quincke[2]) (1869), davon ausgehend, dafs das Steigen oder Sinken einer netzenden oder nichtnetzenden Flüssigkeit an einer Wand, d. h. der Randwinkel sich verändert, wenn die von der Wand ausgehende Molecularkraft sich ändert, hat auf die Wand einen dünnen *keilförmigen* Ueberzug angebracht und untersucht, von welcher Dicke an die Wirkung nur von dem Ueberzuge abhänge. Unterhalb dieser Dicke übt auch die Wand noch einen Einflufs und jene Dicke bezeichnet daher die Gränze der Wandwirkung.

So fand Quincke

Glas,	durch	Silber auf Wasser	$\lambda = 0{,}0000542$ Mm.
»	»	Schwefelsilb. auf Qu.	$\lambda = 0{,}0000482$ »
»	»	Jodsilber auf Qu.	$\lambda = 0{,}0000590$ »
»	»	Collodium auf Qu.	$\lambda < 0{,}0000797$ »

Diese Bestimmungen, die einzigen genaueren, die man besitzt, stimmen merkwürrig überein, die Wirkungsgränze der Molecularkräfte auf

0,00005 Mm.

zu setzen, eine Gröfse, die immer noch zehnmal kleiner ist als die Wellenlänge des Lichtes.

1) Plateau, *Mém. d. Brux.* 1861. *XXXIII.* Pogg. Ann. CXIV, 608.
2) Quincke, Pogg. Ann. 1869. CXXXVII. 402.

Eine *nothwendige* Folge der Wirkungssphäre der Theilchen ist es, dafs die Gränzschicht einer Flüssigkeit, sowohl gegen den freien Raum hin, als gegen eine Wand, in einem anderen Gleichgewichtszustande sich befinden und mit einer anderen weit geringeren Beweglichkeit begabt seyn müsse, als mehr im Innern. Im Innern nämlich wird ein Theilchen ringsumher von anderen gleichartigen umschlossen, die Verschiebbarkeit ist, was die Molecularkräfte betrifft, nach allen Seiten gleich und so auch die Dichte der Masse constant. An der Begränzung hingegen bestehen in der Dicke λ der Wirkungssphäre offenbar veränderliche Verhältnisse. Während die Theilchen parallel der Gränzfläche immer noch ringsherum gleichartigen Wirkungen ausgesetzt sind, kann diefs normal zu ihr nicht mehr der Fall seyn; die Einwirkungen von der einen Seite weichen von denen der anderen ab, daher werden Dichte und Beweglichkeit von der inneren Flüssigkeit bis zu ihrer mathematischen Begränzung variiren müssen. Dafs die Kräftewirkungen an der äufsersten Gränzfläche wirklich andere sind als im Innern, beweist z. B. die freie Verdunstung der meisten Flüssigkeiten und selbst mancher fester Körper; sie beweist nämlich, dafs daselbst die Wärmeabstofsung oder richtiger ausgesprochen, die Wärmeschwingungen der kleinsten Theilchen, nicht mehr von Anziehungen aufgehoben werden. Diese an Dichte und Beweglichkeit abweichende Gränzschicht pflegt man gewöhnlich als *oberflächliche Haut oder oberflächliche Spannung* zu bezeichnen, Ausdrücke, welche aber zu vielen falschen Deutungen und naturwidrigen Vorstellungen geführt haben.

Freilich ist der *directe* Nachweis für das Daseyn jener abweichenden Gränzschicht durch die Beobachtung noch nicht gegeben worden. Doch darf man ihn später sicher von dem Umstande erwarten, dafs das Volumen eines bestimmten Flüssigkeitsgewichtes bei *sehr grofser* Gränzfläche wegen Ueberführung einer gröfseren Menge Flüssigkeit in den Gränzzustand, ein etwas anderes seyn mufs als bei kleineren. Besteht der Gränzzustand in einer Verdünnung,

wie man es an der freien Begränzung anzunehmen berechtigt ist, so mufs eine Vergröfserung des Volumens, besteht er in einer Verdichtung, wie an der Gränzfläche gegen eine benetzte Wand, so mufs eine Verkleinerung des Volumens eintreten. Bis jetzt indefs erreichten die Volumenbestimmungen die zur Prüfung dieser Frage erforderliche Genauigkeit nicht. Dagegen hat Wilhelmy [1]) (1864) eine Reihe auf Wägung beruhender Versuche ausgeführt, deren Resultate sich nicht anders als durch Annahme einer an Dichte veränderten Gränzschicht erklären lassen.

Er wog nämlich einen genau cylindrischen Körper von bekanntem Durchmesser, indem er denselben auf verschiedenen gemessenen Tiefen eintauchen liefs. Das Gewicht in der Flüssigkeit erschien immer gröfser als es nach Abzug der verdrängten (homogen gedachten) Flüssigkeit, unter Berücksichtigung der constanten Capillarität, seyn sollte, und diefs Mehrgewicht erwies sich proportional der eingetauchten Oberfläche und abhängig von der Natur des Körpers und der Flüssigkeit, so wie in gewissem Grade von der Krümmung der Oberfläche. Wilhelmy giebt für *Aethyl* und *Amylalcohol* (Spec.-Gew. 0,793 bei 17°,5 und 0,815 bei 15°) folgende *Verdichtungscoëfficienten*, das heifst Mehrgewichte in Milligr. auf 1 Qu. Mm. Fläche:

	Aethylalcohol	Amylalcohol
Silber	0,01512	0,01160 Mgr.
Glas	0,01259	0,01242 »
Aluminium	0,00716	0,00657 »
Zink	0,00709	0,00786 »
Platin	0,00641	0,00449 »
Kupfer	0,00467	0,00405 »

Merkwürdiger Weise ergab *Glycerin*, dessen Spec. Gewicht weit gröfser 1,26355 ist, entgegengesetzte Resultate, das Gewicht des eintauchenden Körpers erschien vermindert statt vergröfsert, woraus folgen würde, dafs die Gränzschicht weniger dicht und nicht dichter sey, mit anderen Worten, dafs die Wirkung der festen Wand auf die Flüssigkeit

1) Wilhelmy, Pogg. Ann. 1863. CXIX. 177, und 1864. CXXII. 1.

kleiner sey als die Wirkung der letzteren auf sich selbst, was übrigens von einer stärkeren Anziehung der leichteren Wassertheilchen herrühren könnte.

Diese wenig beobachteten Versuche haben eine grofse Wichtigkeit, weil sie eine bisher unbekannte Quelle der Unsicherheit bei allen Bestimmungen des Spec. Gewichtes durch hydrostatische Wägung aufdecken. Sie sind auch darum merkwürdig, weil sie ungeheure Kräfte voraussetzen, wenn man an die geringe Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit, beim Alkohol nach Grassi [1]) nur 0,0000904 für 1 Atm. Druck, so wie an die Kleinheit des Bereiches der Molecularkräfte denkt. Darum verdienen diese Versuche im höchsten Grade wiederholt und vervielfältigt zu werden.

Wie dem auch sey, es kann, auch nach anderen mehr indirecten Gründen, als erwiesen betrachtet werden, dafs jede Flüssigkeit an ihrer Begränzung von einer dünnen Schicht an Dichtigkeit abweichender und in der Dicke variabler Schicht überzogen ist, auf welche eine jede naturgemäfse Theorie der Capillarerscheinungen Rücksicht zu nehmen hat. Daraus, dafs man die einfachen Grundgesetze der Capillarität unter Annahme einer bis zur Gränze *homogenen* Flüssigkeit mathematisch abzuleiten vermag, hat man in neuester Zeit noch ein Argument gegen die von Poisson [2]) auf das Daseyn einer veränderten Gränzschicht aufgebaute Capillartheorie zu finden geglaubt. Das Daseyn dieser abweichenden Schicht ist aber keine Hypothese, sondern eine feste Thatsache; daher beweist die Möglichkeit jener doppelten Erklärung, mit oder ohne Annahme der gedachten Schicht, mehr nicht, als dafs beide Theorien für ihre Glieder *erster* Annäherung, welche bisher allein der Beobachtung anheim fallen, auf die nämliche Form führen, wobei nichts destoweniger die *Constanten* eine andere theoretische Bedeutung haben können.

Die drei Hauptgesetze, auf welche die Physiker die Er-

1) Grassi, *Ann. d. Chim. et Phys. Sér.* 3, *XXXI.* 437.
2) Poisson, *Nouv. Théorie de l'action capill. Paris* 1831. Stahl, Pogg. Ann. CXXXIX. 239.

klärung der einzelnen Erscheinungen und selbst die numerische Berechnung derselben gründen, sind die folgenden:

1. Das Gesetz des Cohäsionsdruckes.

Bezeichnen ϱ_1 und ϱ_2 den gröfsten und kleinsten Krümmungsradius, y die Erhebung der Oberflächestelle über das äufsere horizontale Niveau, s das spec. Gewicht der Flüssigkeit, so hat man

$$y \cdot s = -\gamma\left(\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2}\right)$$

γ ist die *Cohäsionsconstante*, einzig abhängig von der Natur der Flüssigkeit. Wenn man die Radien nach Aufsen $+$, nach Innen $-$ nimmt, so mufs, da für eine hohle Oberfläche, der Beobachtung nach, die Flüssigkeit steigt oder $y +$ ist, γ eine *negative* Gröfse seyn.

2. Das Gesetz des Randwinkels.

Wo die Flüssigkeitsoberfläche die Wandfläche erreicht, bildet sie einen Randwinkel φ, der sowohl von der Natur der Flüssigkeit als der des festen Körpers abhängt. Bezeichnet α eine von beiden Körpern abhängige *Adhäsionsconstante*, so hat man

$$\alpha = -\gamma \cos \varphi.$$

Der Randwinkel φ ist für einen bestimmten Körper mit bestimmter Flüssigkeit *constant*. Da γ negativ, mufs bei netzender Flüssigkeit, wo der Erfahrung nach φ spitz, $\alpha +$; bei nicht netzender wo φ stumpf, $\alpha -$ seyn. α und γ sind aber Gröfsen gleicher Art und es mufs immer $\gamma > \alpha$, soll die Erscheinung überhaupt möglich seyn.

3. Das Gesetz der gehobenen Flüssigkeitsmenge.

Sey u der Umfang der Flüssigkeitsoberfläche an einer vertikalen Wand; das über das Niveau gehobene Flüssigkeitsgewicht p wird seyn

$$p = \alpha \cdot u = -\gamma u \cos \varphi.$$

Die Theorie stellt sich nun die Aufgabe, diese Grundgesetze aus der Natur der sämmtlichen Kräfte, die auf die

Theilchen der Flüssigkeit wirken, mathematisch abzuleiten, wodurch natürlich auch die Constanten γ und α ihre bestimmte Definition erhalten werden. Hierbei sind im Allgemeinen zwei Wege eingeschlagen worden. Der zuerst von Laplace[1]) (1806) und dann von Poisson[2]) (1831) befolgte bildet, der Form nach, die Ausdrücke der auf jeden Punkt der Oberfläche wirkenden Kräfte und stellt die Bedingung für das hydrostatische Gleichgewicht dieser Kräfte auf. Der andere Weg, zuerst von Gaufs[3]) (1830), und neuerdings von Beer[4]) (1869) eingeschlagen, leitet die Bedingung des Oberflächengleichgewichtes aus dem bekannten Satz der virtuellen Bewegungen ab. Beide Wege haben bisher nicht anders als mit einem bedeutenden Aufwande mathematischer Entwickelungen zum Ziele geführt. Es scheint mir aber möglich, unbeschadet der wissenschaftlichen Richtigkeit, auf sehr einfache Weise dahin zu gelangen, indem man von vornherein den beiden Constanten die angemessene *mechanisch-physikalische* Bedeutung giebt.

Wenn eine gegebene Flüssigkeitsmenge durch blofse Aenderung der Gestalt ihre Oberfläche vergröfsert, so wandelt sich ein Quantum *homogener* Flüssigkeit um zu *oberflächlicher* Schicht mit veränderter und in der Dicke variabler Dichte. Da hierbei innere Theile, die ringsherum den Kräften anderer ausgesetzt waren, diesen Verband theilweise lösen und nur einseitig noch mit der Flüssigkeit in Verbindung stehen, da ferner die Dichte sich in der ganzen Oberflächenschicht und zwar im Sinne einer Auflockerung vermindert hat — so hat diese Umwandelung eine grofse mechanische Arbeit der Molecularkräfte zur Folge gehabt und zwar, da die Theilchen auseinandergegangen sind, eine grofse *negative* Arbeit. Diese für jede Flüssigkeit eigen-

1) Laplace, *Suppl. au Livr. X. de la Mec. céleste. Paris* 1806.
2) Poisson, *Nouv. Théorie d. l'act. capill. Paris* 1831.
3) Gaufs, *Princip. gen. theor. fig. fluid. in statu aequ.* Göttingen 1830.
4) O. Beer, Einleitung zur mathemat. Theorie der Elast. und Capill. Leipzig 1869.

thümliche *auf Bildung der Flächeneinheit Oberflächenschicht fallende Moleculararbeit* wird durch die *Cohäsionsconstante* γ dargestellt. Wenn die *freie* Oberfläche, wie anzunehmen ist, stets einer *Auflockerung* entspricht, *mufs* α *immer* eine — Gröfse seyn, wie die obigen Gesetze es verlangen.

Ganz analog bezeichnet die *Adhäsionsconstante* α *die Moleculararbeit, welche zur Bildung der Einheit Wandschicht aus homogener Flüssigkeit* aufgewendet wird, wobei nothwendig auch die von der Wand ausgehenden Kräfte mit in Betracht fallen. Je nachdem die Flüssigkeit an der Wand verdichtet oder verdünnt wird, mit stärker oder schwächer wirkenden Theilchen in Beziehung kommt als die eigenen waren, wird der Constanten α das + oder — Zeichen zukommen, was wie gesagt die Bildung eines spitzen oder stumpfen Randwinkels bestimmt. Man sieht wie diese Definitionen sich genau den Anforderungen der empirischen Gesetze anschmiegen.

Um die Ableitung der Gesetze selbst zu geben, halte ich mich an den Satz der *virtuellen Bewegungen*, der wie bekannt folgendermafsen lautet: Wenn ein System materieller Punkte unter der Wirkung von Kräften im Gleichgewichte steht, und man giebt den Punkten eine von ihrem Zusammenhang gestattete kleine Verschiebung, so ist die Summe aller Producte der Kräfte mit der Projection der kleinen Verschiebung ihrer Angriffspunkte gleich 0, insofern man die Projectionen + oder — nimmt, je nachdem sie im Sinne der Kraftwirkung oder ihr entgegen ausfallen. Ein solches Product ist aber nichts anderes als eine *virtuelle mechanische Arbeit*, so dafs der Satz auch heifst: wenn ein System von Punkten im Gleichgewicht steht, *so heben sich bei einer beliebigen kleinen möglichen Verschiebung alle geleisteten und erlittenen Arbeiten auf.* Der Satz hat so eine physische *Realität.* In der *Wirklichkeit* gelangt jedes System materieller Theile nur aus benachbarten Durchgangslagen in die Lage des stabilen Gleichgewichtes, das einzige, das wirklich vorkommt, und nur wenn die Arbeiten bei der letzten Ueberführung sich aufheben, kann das

System die Ruhe finden, was von jeder möglichen Nachbarstellung aus der Fall seyn soll. Dieser Satz übrigens ist *absolut richtig*, wenn man nur die *sämmtlichen Kräfte*, also auch die Molecularkräfte, gehörig in Rechnung zieht.

Wenden wir den Satz auf die Gleichgewichtsoberfläche einer in einer verticalen Röhre capillar gehobenen Flüssigkeit an und denken uns drei Fälle der Verschiebung, den ersten ohne Aenderung der Gränzlinie, in einer kleinen Senkung der krummen Fläche bestehend, den zweiten eine Senkung der Fläche und der Gränzlinie, den dritten eine Senkung der Gränzlinie ohne Aenderung der Krümmung.

1. Senkung ohne Aenderung der Gränzlinie.



Die Oberfläche gehe aus abc über in $ab'c$. Die Gesammtarbeit, welche mit dieser Veränderung in Beziehung steht, setzt sich zusammen aus einer *Arbeit der Schwere*, ein Sinken der ganzen gehobenen Flüssigkeit, und aus derjenigen der *Molecularkräfte*. Die Schwerenarbeit ist eine + und reducirt sich, wie leicht zu erkennen, auf diejenige, die geleistet wird, wenn die Zwischenschicht $abcb'$ auf das horizontale unbegränzte Niveau herabsinkt. Seyen δo und δn das Element der Oberfläche und der normalen kleinen Verschiebung, S das Spec. Gewicht der homogenen Flüssigkeit, so wird die an diesem Theilchen oder besser in der entsprechenden Flüssigkeitssäule geleistete Schwerenarbeit $sy\delta o\delta n$ seyn. Die ganze Schwerenarbeit wird seyn

$$s \,.\, S[y\delta o\delta n]$$

wo die Summe auf alle δo und zugehörenden δn auszudehnen ist.

Was die *Moleculararbeit* betrifft, so verschwindet sie für den ganzen *homogenbleibenden* Theil der Flüssigkeit, denn so viele Theile sich von einander entfernen, so viele nähern sich wieder, so das die einen und anderen Arbeiten sich nothwendig aufheben. So bleiben einzig die Moleculararbeiten an der Oberfläche in Betracht zu ziehen. Man

denke sich das Flächenelement δo von zwei rechtwinklichen Bogenelementen begränzt, die mit dem gröfsten und kleinsten Krümmungsradius ϱ_1 und ϱ_2 gezogen sind, so wird bei Verschiebung von δo normal um δn, das Flächenelement, wie leicht zu finden, bei erster Annäherung sich vergröfsern um

$$\left(\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}\right)\delta o\,.\,\delta n.$$

Ist zur Bildung der *oberflächlichen Flächeneinheit* die Arbeit γ erforderlich, so erhält man die für jene Flächenzunahme nothwendige durch Multiplication mit γ. Die ganze Fläche verlangt demnach

$$\gamma S\left[\left(\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}\right)\delta o\,.\,\delta n\right]$$

wobei γ, wie gesagt — ist.

Der Satz der *virtuellen Arbeiten* führt also, da die Summation die nämlichen Gröfsen betrifft, auf

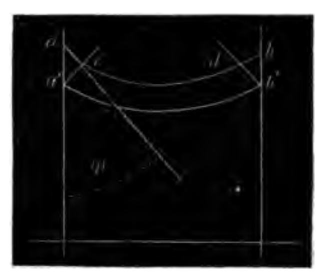
$$S\left[s\,.\,y+\gamma\left(\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}\right)\right]\delta o\,.\,\delta n=o.$$

Dieser Gleichung kann, da δo, δn beliebige Gröfsen sind, nur dadurch entsprochen werden, dafs an jeder Stelle der freien Oberfläche

$$s\,.\,y=-\gamma\left(\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}\right)$$

was das *Gesetz des Cohäsionsdruckes* ist, aus welchem durch Einführen der Differenzialausdrücke für die Krümmungsradien, die Gestalt der Oberfläche abgeleitet wird.

2. Senkung mit Aenderung der Gränzlinie.



Die Oberfläche ab sinke nach $a'b'$. Für den ganzen Theil $a'cdb'$, durch die Normalen $a'c$ und $b'd$ begränzt, hat man die gleichen Ausdrücke der Arbeit wie im vorigen Fall; es bleiben nur noch die Arbeiten zu berücksichtigen, welche sich auf die Randtheile, deren Querschnitt $aa'c$ ist, beziehen.

Die *Schwerenarbeit* reducirt sich auf das Herabsinken der Theilchen aca' auf das untere Niveau. Bezeichnen $\delta y'$ die Senkung aa', φ den Randwinkel $a'ac$, so dafs $ac = \delta y' \cos\varphi$, $a'c = \delta y' \sin\varphi$, endlich δu das Element der Umfangslinie, so beträgt jene Arbeit

$$\tfrac{1}{2}\, s \,.\, y' \sin\varphi \cos\varphi\, \delta y'^{2}\, \delta u.$$

Die *Moleculararbeit* entspricht der Aufhebung der Oberflächenschicht ac und der Wandschicht aa'. Diese beiden Arbeiten sind

$$-\gamma \cos\varphi\, \delta y'\, \delta u \text{ und } -\alpha\, \delta y'\, \delta u.$$

Die Schwerenarbeit ist neben diesen Moleculararbeiten von höherer Ordnung und kann in erster Annäherung vernachlässigt werden. Damit bleibt die Bedingung

$$S\,[-\gamma \cos\varphi - \alpha]\, \delta y'\, \delta u = o$$

welche, da $\delta y'$, δu willkührlich sind, fordert, dafs

$$\alpha = -\gamma \cos\varphi$$

das *zweite Gesetz des Randwinkels.*

3. Parallele Senkung der krummen Oberfläche.

Sinkt ab parallel um $\delta y'$ nach $a'b'$, so erfolgt keine Oberflächenarbeit, da die Fläche die gleiche geblieben ist, und die ganze *Schwerenarbeit* mufs einfach der *Moleculararbeit* aus Entblöfsung der Wandschicht aa' gleich seyn.

Nennt man $\delta o'$ die Projection des Oberflächenelementes δo auf die horizontale Ebene, so ist $s\,\delta y'\,\delta o'$ das Gewicht des Elementes der Zwischenschicht $aba'b'$, also

$$s\, y\, \delta y'\, \delta o'$$

die *Schwerenarbeit* desselben.

Die *Moleculararbeit* dagegen ist, wie leicht zu erkennen

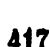
$$-\alpha\, \delta y'\, \delta u.$$

Man erhält also

$$S\,[s\, y\, \delta o' - \alpha\, \delta u]\, \delta y' = o$$

auf alle Oberflächen und alle Umfangstheile ausgedehnt. Da $\delta y'$ willkührlich bleibt, mufs

$$s \,.\, S\,(y\, \delta o') - \alpha\, S\,(\delta u) = o$$



oder da die erste Gröfse das Gewicht p der ganzen gehobenen Flüssigkeit darstellt, die zweite αu ist, wo u die ganze Umfangslinie bezeichnet

$$p = \alpha u$$

das *dritte Gesetz für die gehobene Flüssigkeit.*

Diese drei Fälle mögen genügen um darzuthun, mit welcher Leichtigkeit die gegebenen Definitionen der beiden *Cohäsions*- und *Adhäsionsconstanten* zur Erklärung der Capillargesetze führen, ohne dafs man irgend wie auf die Natur der Molecularkräfte selbst einzugehen braucht. Man mag die Sache ansehen wie man will, die Bildung oder Aufhebung einer veränderten Oberfläche oder Wandschicht mufs nothwendig mit mechanischen Moleculararbeiten verbunden seyn, und diese sind es, welche bei dieser Erklärung naturgemäfs zur Geltung gebracht werden, während dieser Zusammenhang bei den bisherigen Auffassungen weniger klar hervortritt.

Uebrigens erkennt man auch bei dieser Behandlung, dafs die gewonnenen *einfachen* Resultate nur *erste Annäherungen* sind. Bei Ableitung des Gesetzes über den Cohäsionsdruck z. B. werden auch die Krümmungsradien ϱ_1 und ϱ_2 kleine Aenderungen erleiden, und in Folge dessen die Aenderung des Flächenelementes δo nur in erster Annäherung dem angegebenen Werthe entsprechen. Ebenso wurde bei Ableitung des Gesetzes für den Randwinkel, wie schon gesagt, die Schwerenarbeiten der Randtheile vernachlässigt. Ferner wird die veränderte Gränzschicht, so dünn man sie auch annehmen mag, je nach der Krümmung eine kleine Modification in ihrer Beschaffenheit erleiden und daher nicht streng constant seyn, wie hier vorausgesetzt wurde. Endlich wurde der abweichende Zustand des Winkelraums, wo Oberflächen und Wandschicht zusammenfallen, nicht anders als wie eine Ueberlagerung der unveränderten Gränzschichten in Rechnung gebracht, was gleichfalls nur in erster Annäherung richtig seyn mag.

V. *Drei Methoden der Widerstandsbestimmung mit inducirten Strömen; von F. Kohlrausch.*

Die feinsten und bequemsten Mittel zur Copierung von Widerständen oder zur Vergleichung zweier nur wenig verschiedener Widerstände, das Differentialgalvanometer und die Wheatstone'sche Brücke, hat man bisher nur unter Anwendung von Hydroströmen benutzt. Ich will zuerst an zwei Beispielen zeigen, wie auch Inductionsströme hier in manchen Fällen vortheilhaft angewandt werden können, wobei eine Reihe von Fehlerquellen der constanten Ströme vermieden wird. Ich benutze die Gelegenheit, einige Regeln über die vortheilhafteste Anordnung der Widerstände bei Brückenvergleichungen zu geben. Schliefslich soll ein einfaches Verfahren mitgetheilt werden, um das Verhältnifs von Widerständen aus der Dämpfung einer schwingenden Magnetnadel zu bestimmen.

I. Verbindung des Weber'schen Inductors [1]) mit dem Differentialgalvanometer.

Diese Verbindung habe ich zu der Vergleichung eines Widerstandes, dessen Werth in absolutem Maafse bestimmt worden war, mit Siemens'schen Etalons benutzt [2]). Die Gründe für dieses Verfahren, aus welchen zugleich seine Vorzüge hervorgehen, waren die folgenden.

Feine Widerstandsbestimmungen verbieten bekanntlich die Anwendung dauernder Ströme, weil durch die Temperaturerhöhung der Widerstand sich ändert und an den Berührungsstellen thermo-elektromotorische Kräfte entstehen, welche zu unbekannten Fehlern Veranlassung geben. Man pflegt daher die Säule nur momentan zu schliefsen. Dieses

1) Weber, elektrodyn. Maafsbest. II, Abh. d. K. Sächs. Ges. d. W. I, S. 335; Wiedemann, Galvanismus II, S. 804. — Dieser einfache, der mannichfaltigsten Anwendungen fähige Apparat scheint viel zu wenig verbreitet zu seyn.

2) Gött. Nachr. 1870. No. 24.



Verfahren gestattet keine Interpolation und ist ferner unerlaubt oder umständlich, sobald, wie es hier der Fall war, einer der zu vergleichenden Widerstände aus Drahtrollen besteht, in denen bei Stromschlufs und Oeffnung Extraströme erzeugt werden. Wendet man aber zur Stromerzeugung den Weber'schen Magneto-Inductor und zur Strommessung die Multiplications-Methode an, so fällt nicht nur die Sorge wegen Erwärmungen durch die sehr schwachen Ströme von selbst fort, sondern auch zufällige in einem der Widerstände vorhandene thermo-elektromotorische Kräfte sind ganz ohne Einflufs auf das Resultat, weil man mit abwechselnd entgegengesetzten Strömen arbeitet. Diefs ist besonders dann wichtig, wenn man, wie es bei meinen Versuchen die Ausdehnung der Kette zu den absoluten Messungen mit sich brachte, keine Mittel besitzt, eine gleichmäfsige Temperatur herzustellen oder zu controliren.

Die Wirkung der Extraströme bleibt freilich als eine nachher zu besprechende eigenthümliche Erscheinung bestehen, allein sie ist in der Regel ohne erheblichen Einflufs und läfst sich, wo es nöthig ist, quantitativ bestimmen und eliminiren.

Die Verbindung der Widerstände mit den beiden Zweigdrähten des Multiplicators und mit der Stromquelle (dem Inductor) unterscheidet sich nicht von der gewöhnlichen.

Als Differentialgalvanometer diente ein Multiplicator aus zwei mit einander auf einen Holzrahmen in elliptischen Windungen aufgewickelten dicken Drähten und ein an einem Drahte aufgehangenes astatisches Paar von Magneten, jeder etwa 120 Mm. lang. Die Schwingungsdauer betrug nahe 20 Secunden. Ein in den Holzrahmen eingeschobenes dickes Kupferblech diente als Dämpfer. Ein einzelner Inductionsstofs durch nur einen der Drähte unter Einschaltung von 4 Siem. geleitet, warf die Nadel weit aus der Beobachtungsscale.

Sind zur Vergleichung die beiden Widerstände mit den Multiplicatordrähten so verbunden, dafs die Zweigströme

die entgegengesetzte Wirkung auf die Nadel haben, so erfolgt auf einen Inductionsstofs ein Ausschlag der Nadel, der im Allgemeinen mit der Ungleichheit der Widerstände wächst und im Sinne des Stromes in dem kleineren Widerstande stattfindet. Werden nun nach der bekannten Multiplicationsmethode [1]) die Inductionsstöfse alternirend wiederholt, jedesmal, wenn die durch den vorigen Stofs abgelenkte Nadel auf ihrem Rückweg die Ruhelage passirt, so dafs ein die Bewegung der Nadel verstärkender Impuls hinzukommt, so stellt sich wegen der starken Dämpfung bald ein *Maximum des Ausschlages* her. Dieses ist verstanden, wo im Folgenden von dem Ausschlage schlechthin gesprochen wird.

Hätten die beiden Zweigdrähte des Galvanometers genau denselben Widerstand und dieselbe Lage zur Nadel, so würde der Ausschlag Null seyn müssen, wenn die eingeschalteten Widerstände gleich sind. Um diese Eigenschaften des Galvanometers zu erreichen, leitet man erst einen Strom gleichzeitig durch die beiden Drahtlagen hintereinander in entgegengesetztem Sinne und corrigirt die Drähte, bis keine Ablenkung vorhanden ist. Sodann verzweigt man einen Strom nur durch die beiden Drahtlagen und fügt der einen so viel Widerstand als Zuleitungsdraht hinzu, bis keine Ablenkung vorhanden ist. Indessen macht man sich, wie hier geschehen, von der Erfüllung obiger Bedingungen unabhängig, indem man die beiden zu vergleichenden Widerstände vertauscht. Denn es gilt alsdann die Beziehung, dafs sie einander gleich sind, wenn sie mit einander vertauscht denselben Ausschlag der Nadel geben. Dabei mufs natürlich eine bestimmte Richtung der Bewegung des Inductionsmagnets als die positive festgehalten werden.

Die Anwendbarkeit der Methode würde übrigens sehr beeinträchtigt werden, wenn sie auf absolut gleiche Widerstände beschränkt wäre, und sie hätte sich in dem vorliegenden Falle gar nicht anwenden lassen, denn der eine Widerstand war von Kupfer, der andere von Neusilber,

1) Weber, l. c. S. 346; Wiedemann, Galv. II, S. 203.

so dafs ihr Verhältnifs mit der Temperatur variirte. Allein es läfst sich ein einfaches Interpolationsverfahren anwenden. Nämlich nachdem die Ausschläge in den beiden Stellungen der Widerstände beobachtet sind, fügt man zu einem derselben (am besten zu dem kleineren) einen bekannten kleinen Widerstand hinzu und beobachtet abermals die Ausschläge in beiden Stellungen der Widerstände. Ist der hinzugefügte Theil klein gegen den ursprünglichen, so ist der Unterschied der Ausschläge merklich dem Unterschiede der Widerstände proportional, und die Beobachtungen lassen denjenigen Widerstand interpoliren, welcher bei der Vertauschung einen gleichen Ausschlag geben würde [1]).

Ich bezeichne die Verbindung der zu vergleichenden Widerstände w und W mit dem einen oder dem anderen Galvanometerdrahte durch die Stellung links und rechts. δ ist der kleine hinzugefügte Widerstand. Es seyen dann die vier Ausschläge a, a_1, A, A_1 nach folgendem Schema beobachtet worden:

W	w	a
w	W	a_1
W	$w+\delta$	A
$w+\delta$	W	A_1.

Nennt man a_0 den Ausschlag, welchen die Widerstände in beiden Lagen gegeben hätten, wenn sie gleich gewesen wären, so ist

$$\frac{W-w}{\delta}=\frac{a-a_0}{a-A}=\frac{a_1-a_0}{a_1-A_1},$$

also

$$W-w=\delta\frac{a-a_1}{(a-a_1)-(A-A_1)}.$$

Zum Beispiel fanden sich bei einer Vergleichung des Widerstandes W, welcher nach absolutem Maafse $=3{,}987\ \frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}}$ bestimmt worden war, mit einem Etalon $w=4{,}0965$ Siemens,

1) Auch bei constanten Strömen läfst sich diese Methode mit Vortheil anwenden.

W	w	Ausschlag	a	$= + 21,0$	Sc. Th.
w	W	»	a_1	$= + 50,2$	»
W	$w + 0,1$ Siem.	»	A	$= + 143,2$	»
$w + 0,1$ Siem.	W	»	A_1	$= - 73,3$	»

Also ist

$$W - w = 0,1 \cdot \frac{21,0 - 50,2}{(21,0 - 50,2) - (143,2 + 73,3)} = + 0,0119 \text{ Siem.}$$

oder

$$3,987 \frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}} = 4,1084 \text{ Siem.}$$

$$1 \text{ Siem.} = 0,97046 \frac{\text{Erdquadrant}}{\text{Secunde}}.$$

Der zum Zwecke der Interpolation hinzugefügte Widerstand betrug hier etwa $\frac{1}{43}$ des in der betreffenden Verzweigung bereits vorhandenen (Etalon + Galvanometerdraht). Hier tritt eine über die Beobachtungsfehler schon hinausgehende Abweichung von der Proportionalität zwischen Ausschlag und Widerstand ein, die sich aber nach folgender Regel leicht corrigiren läfst. Vorausgesetzt nämlich, der Widerstand der unverzweigten Leitung sey klein, wie es hier der Fall war, so ist der Nadelausschlag eines Differentialgalvanometers proportional mit dem Ausdruck $\frac{w_1 - w_2}{w_1 w_2}$, wenn man durch w_1 w_2 die Gesammtwiderstände der Verzweigungen bezeichnet und den Multiplicator als vollkommen corrigirt annimmt (v. v. S.). Hieraus ergiebt sich leicht, dafs man die Abweichungen von der Proportionalität corrigirt, indem man jeden mit Einschaltung von δ beobachteten Ausschlag A um $A \frac{\delta}{w_1}$ vermehrt. Im obigen Falle würde also anstatt $143,2 + 73,3$ zu setzen seyn $(143,2 + 73,3)(1 + \frac{1}{43}) = 221,5$, was den corrigirten Werth $W - w = 0,0116$ anstatt $0,0119$ und $0,97052$ anstatt $0,97046$ ergiebt.

Beobachtung und Berücksichtigung des Extrastromes. — Der eine der oben verglichenen Widerstände bestand aus einem Erdinductor und einem Multiplicator; in diesem Zweige der Leitung müssen also während des Inductions-

stofses Extraströme auftreten, die freilich während des Anwachsens des Stromes entgegengesetzt gerichtet sind, wie während des Abfallens, und nach bekannten Sätzen zusammen genau den Integralwerth Null ergeben, die aber dennoch eine höchst eigenthümliche Wirkung auf die Nadel ausüben. Sie theilen derselben nämlich eine *plötzliche Verschiebung ohne Endgeschwindigkeit* mit, was man am leichtesten beobachtet, wenn die Widerstände so abgeglichen sind, dafs die Hauptströme sich vollkommen aufheben. Dann macht während des Inductionsstofses die Nadel eine plötzliche Bewegung, die genau mit dem Ende der Induction aufhört, an Gröfse von der Dauer des Stofses unabhängig ist, und in ihrer Richtung einem Wachsthum des Widerstandes in dem mit Solenoïden versehenen Theile der Leitung entspricht. Die Erscheinung bietet ein nicht uninteressantes Mittel, den Extrastrom mit seinen Eigenthümlichkeiten von dem Hauptstrom isolirt darzustellen.

Dafs der zurückgelegte Weg von der Dauer des Inductionsstofses unabhängig ist, zeigten einige Versuche, in denen bei einer Dauer von etwa $\frac{1}{2}$, 1, 2 und 4 Secunden, der Weg = 5,83, 5,75, 5,75 und 5,97 Scalentheilen beobachtet wurde.

Aus den Inductionsgesetzen läfst sich die Erscheinung leicht ableiten. Es werde nämlich in einer mit Solenoïden versehenen Leitung vom Widerstande w in der Zeit $t = o$ bis $t = \tau$ ein Inductionsstofs ausgeübt, dessen elektromotorische Kraft zur Zeit t mit e bezeichnet werde, und wobei also

$$\int_0^\tau e\,dt = S$$

eine constante von τ unabhängige Gröfse ist, die man als den Integralwerth des Stofses bezeichnet. Die Stromstärke i zur Zeit t ist

$$i = \frac{e}{w} - \frac{c}{w}\frac{di}{dt},$$

wo c nur von der Gestalt des Leiters abhängt. Zur Zeit t ist dann

$$\int_0^t i\,dt = \frac{1}{w}\int_0^t e\,dt - \frac{c}{w}\,i$$

und zum Schlufs, wo $i = 0$ ist

$$\int_0^\tau i\,dt = \frac{S}{w},$$

d. h. der Integralstrom vom Extrastrom unabhängig.

Die der Multiplicatornadel zur Zeit t mitgetheilte Geschwindigkeit $\frac{dx}{dt}$ findet sich aus der Drehungsbeschleunigung $\frac{d^2x}{dt^2} = k\,.\,i$,

$$\frac{dx}{dt} = k\int_0^t i\,dt = \frac{k}{w}\int_0^t e\,dt - \frac{ck}{w}\,i,$$

also zum Schlusse, wo $i = 0$ ist, wieder von dem Extrastrom unabhängig

$$v = \frac{kS}{w}.$$

Der zurückgelegte Weg endlich ist zur Zeit t

$$\int_0^t \frac{dx}{dt}\,dt = \frac{k}{w}\int_0^t dt\int_0^t e\,dt - \frac{ck}{w}\int_0^t i\,dt.$$

Das erste Glied rechts nähert sich mit abnehmendem t der Null, so dafs also für einen in sehr kurzer Zeit ausgeübten Inductionsstofs ein während desselben zurückgelegter Weg

$$\alpha = -\frac{ck}{w}\int_0^\tau i\,dt = -\frac{ckS}{w}$$

übrig bleibt, d. h. eine von der Dauer des Inductionsstofses unabhängige constante Gröfse. Ich will α kurz den *Extraweg* nennen. Dieser Weg ist nun die *alleinige* Wirkung des Stofses, und die Nadel kommt nach seinem Durchlaufen ohne Endgeschwindigkeit zur Ruhe, wenn die Geschwindigkeit v durch einen zweiten Strom von gleichem Integralwerth, aber ohne Extrastrom, aufgehoben wird.

Bei den Widerstandsvergleichungen mit dem Differentialmultiplicator war diese Aufhebung im Allgemeinen nur partiell erreicht, und der beobachtete Ausschlag setzt sich aus dem Extrawege α und der Geschwindigkeit, die der Nadel ertheilt wird, zusammen. Man mufs also aus dem mit Extrastrom beobachteten Ausschlage den Ausschlag berechnen, welcher ohne einen solchen, d. h. ohne die plötzliche Verschiebung stattgefunden haben würde. Man wird sehen, dafs die Correction in den meisten Fällen vernachlässigt werden kann, sobald man sich des folgenden Verfahrens bedient.

Man hat zwei Fälle zu unterscheiden: der Extraweg α kann der Hauptgeschwindigkeit gleich oder entgegengesetzt gerichtet seyn. Im ersteren Falle theile man den Inductionsstofs in dem Augenblick mit, wo die Nadel noch um $\frac{\alpha}{2}$ von dem Nullpunkt entfernt ist; sie wird dann also momentan bis $\frac{\alpha}{2}$ über denselben hinausgeführt. Im entgegengesetzten Falle lasse man sie um $\frac{\alpha}{2}$ über den Nullpunkt hinausschwingen und führe dann den Inductionsstofs aus. Dabei wird die Nadel momentan bis $\frac{\alpha}{2}$ hinter die Ruhelage zurückgeworfen, um alsdann den Weg in der früheren Richtung fortzusetzen. Besonders bei kleinen Ausschlägen, welche allein das genaue Innehalten dieser Vorschriften verlangen, läfst die Operation sich sehr präcis ausführen.

Die nähere Betrachtung zeigt, was freilich auf den ersten Blick überrascht, dafs sowohl der gleich gerichtete wie der entgegengesetzt gerichtete Extraweg die Gröfse des Ausschlages *verringert.* Die Theorie der Erscheinung und die davon herrührende Correction läfst sich aus den Gesetzen einer schwingenden gedämpften Magnetnadel streng entwickeln, aber man übersieht sehr leicht, dafs die Correction in der Regel vernachlässigt werden kann, nämlich dann, wenn α gegen den ganzen Ausschlag der Nadel klein ist, (z. B. nicht mehr als den vierten Theil desselben beträgt).

Denn der Einflufs des Extraweges besteht in dem ersteren Falle nur darin, dafs die Nadel ohne Zeitverlust über einen Theil ihres Weges hinweggeführt wird, auf welchem sie ohne Extrastrom durch die auf sie wirkende Directionskraft des Erdmagnetismus und des Aufhängefadens theilweise eine Beschleunigung, theilweise eine Verzögerung erfahren hätte. Da sie nun nach dem Nullpunkt zu mit einer geringeren Geschwindigkeit sich bewegt als diejenige, mit der sie sich von ihm entfernt, so ist zunächst klar, dafs sie einen gröfseren Verlust an Beschleunigung als an Verzögerung erleidet. Eine ähnliche Betrachtung ergiebt dasselbe Resultat für den anderen Fall, wo die Nadel durch den Extraweg einen um den Nullpunkt symmetrischen Theil des Weges dreimal macht. Jedenfalls aber ist klar, dafs der Einflufs dieser Unterschiede bei einem einigermafsen grofsen Verhältnifs des Gesammtausschlages gegen den Extraweg sehr klein ist.

Es zeigt sich ferner, dafs die anzubringende Correction für beide Fälle bei nicht zu kleinen Ausschlägen gleichgrofs ist, und dafs das erste Glied der Correction für den Ausschlag a durch $+\frac{1}{2}\frac{\alpha^2}{a}$ gegeben wird. Dieses wird bis zu $\frac{\alpha}{a}=\frac{1}{2}$ immer genügen.

In dem obigen Beispiele (S. 422), für welches $\alpha = 6{,}0$ Sc. Th. war, würden also

die Ausschläge	21,0	143,2	50,2	73,3
um	0,9	0,1	0,3	0,2

zu vermehren seyn, was $W - w = 0{,}0117$ anstatt des uncorrigirten Werthes 0,0119 ergäbe. So starke Extraströme wie in obiger Kette werden aber bei Widerstandsvergleichungen selten vorkommen.

Man sieht leicht, wie das über die Anwendung des Inductors bei dem Differentialgalvanometer Gesagte auf die Wheatstone'sche Brücke übertragen werden kann.



II. Anwendung des Bifilardynamometers in der Wheatstone'schen Brücke.

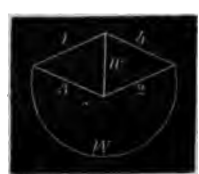
Das Dynamometer anstatt des Galvanometers auf gewöhnliche Weise in die Brücke einzuschalten ist nicht thunlich, da bei diesem Instrument die Ausschläge dem Quadrate der Stromstärke proportional sind, also von Null an sehr langsam und für Ströme beider Richtungen in gleichem Sinne wachsen. Es bedarf indessen nur eines einfachen Kunstgriffes, um die Anwendbarkeit zur erreichen. Man schaltet nämlich nur *eine* Rolle, am besten die feste (wegen des gröſseren Widerstandes in den Aufhängedrähten der beweglichen Rolle) in die Brücke ein, und läſst durch die andere Rolle den ungetheilten Strom gehen. Dann verhalten sich die Ausschläge wie die an einem gewöhnlichen Galvanometer hervorgebrachten [1]).

Diese Bemerkung hat freilich nur geringen Werth für die gewöhnlichen Ströme, weil für diese gar kein Grund vorliegt, das Dynamometer anzuwenden. Dagegen ist sie für die Widerstandsbestimmung zersetzbarer Leiter von Bedeutung, bei denen alternirende Ströme, welche nicht mit dem Galvanometer gemessen werden können, die Polarisation vermeiden lassen (diese Ann. Bd. 138, S. 280). Denn durch die Strommessung in der Brücke fällt die Umständlichkeit des a. a. O. gebrauchten Verfahrens fort, welche durch die Inconstanz der Rotation des Inductionsmagnetes veranlaſst wurde.

Es wird indessen am Platze seyn, wegen der immerhin schwachen hier zur Verwendung kommenden elektromotorischen Kräfte, einige Regeln für die möglichste Ausnützung der Empfindlichkeit aufzustellen, insbesondere über die Wahl des Multiplicators und der Drähte, welche als Verzweigungen von als gleich bekanntem Widerstand angewandt werden. Ich schlieſse die Regeln für Anwendung des Gal-

1) In ähnlicher Weise würde sich die feste Rolle als Differentialmultiplicator anwenden lassen, wenn die Bifilarrolle in die unverzweigte Leitung gesetzt wird.

vanometers mit ein, da mir nicht bekannt ist, dafs dieselben aufgestellt wären. Sie gestalten sich zum Theil sehr einfach. Ich gebe nur die Resultate, welche man aus den bekannten Ausdrücken des Stromes in der Brücke, und bezüglich des Dynamometers auch in der unverzweigten Leitung, leicht ableiten kann.



Die Bezeichnungen werden durch beistehende Figur erläutert. In derselben können die beiden als gleich bekannten Widerstände entweder in die Zweige 2 und 4 oder in 2 und 3 gesetzt werden. Erstere Anordnung wird im Folgenden durch *A*, letztere durch *B* bezeichnet. Ferner soll immer w_1 einen der zu vergleichenden Widerstände (oder den zu copierenden Widerstand), w_2 einen der als gleich bekannten Widerstände bedeuten [1]).

Wahl des Brückenmultiplicators. — Die Regeln der gröfsten Empfindlichkeit sind für das Dynamometer dieselben wie für das Galvanometer. Und zwar, wenn mehrere Multiplicatoren zur Verfügung stehen (z. B. der mit Draht zu bewickelnde Raum gegeben ist, oder die Windungen in verschiedenen Combinationen neben oder hinter einander zum Widerstande w verbunden werden können), so verlangt das Maximum der Empfindlichkeit

bei der Anordnung *A* $w = \frac{2w_1w_2}{w_1 + w_2}$ oder $\frac{1}{w} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}\right)$.

» » » *B* $w = \frac{w_1 + w_2}{2}$.

Es soll also *im Falle A das Leitungsvermögen, im Falle B der Widerstand des Brückenmultiplicators gleich dem arithmetischen Mittel der Widerstände resp. Leitungsvermögen von einem der zu vergleichenden und einem der als gleich bekannten Zweigleitungen seyn.*

1) Wie bei dem Differentialmultiplicator von der Gleichheit der Windungen, kann man sich hier von der vollkommenen Gleichheit der zwei Widerstände durch Vertauschung unabhängig machen.

Wahl der als gleich bekannten Widerstände für das Galvanometer. — Wenn mehrere Paare von gleichen Widerständen w_2 zur Disposition stehen, die übrigen Theile aber sämmtlich gegeben sind, so ist am günstigsten

$$\text{Anordnung } A \quad w_2 = \sqrt{w w_1 \frac{2W + w_1}{w + 2w_1}}$$

$$\text{Anordnung } B \quad w_2 = \sqrt{W w_1 \frac{2w + w_1}{W + 2w_1}}.$$

Sollten gleichzeitig mehrere Multiplicatoren vom Widerstande w und mehrere Paare von gleichen Widerständen w_2 wählbar seyn, so ergiebt die Combination dieser mit den vorigen Gleichungen die Vorschriften

$$\text{Anordnung } A \begin{cases} w = 2w_1 \dfrac{\sqrt{16\frac{W}{w_1}+9} - 1}{\sqrt{16\frac{W}{w_1}+9} + 3} \\ w_2 = \dfrac{w_1}{4}\left(\sqrt{16\frac{W}{w_1}+9} - 1\right) \end{cases}$$

$$\text{Anordnung } B \begin{cases} w = \dfrac{w_1}{2} + \dfrac{1}{4}\dfrac{Ww_1}{W+2w_1}\left(1+\sqrt{16\frac{w_1}{W}+9}\right) \\ w_2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{Ww_1}{W+2w_1}\left(1+\sqrt{16\frac{w_1}{W}+9}\right) \end{cases}$$

Vergleichung der Methoden A und B untereinander für das Galvanometer. — Wenn alle Widerstände gegeben sind, so wird die gröſsere Empfindlichkeit geboten durch

$$\text{Anordnung } \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} \text{ je nachdem } W \gtrless w.$$

Der Unterschied der Empfindlichkeit wächst mit der Ungleichheit von w_1 und w_2.

Wenn aber die Wahl des Multiplicators frei steht und nach den vorhin gegebenen Vorschriften vorgenommen wird, so ist vorzuziehen

$$\text{Anordnung } \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix}, \text{ je nachdem } W \gtrless \sqrt{w_1 w_2}.$$

Abgesehen übrigens von den Unterschieden der Empfindlichkeit würde ich der Anordnung A ($w_1 = w_2$ und $w_3 = w_4$)

defswegen den Vorzug geben, weil bei ihr alle Zweige von gleich starken Strömungen durchlaufen werden.

Regel für das Dynamometer. — Ich beschränke mich auf die Anordnung *A* und auf die Frage nach der vortheilhaftesten Wahl der gleichen Widerstände w_2. Man findet

$$w_2 = \frac{w w_1}{4(w+2w_1)}\left(\sqrt{9+16\left(\frac{W}{w_1}+\frac{2W+w_1}{w}\right)}-1\right),$$

woraus sich, wenn gleichzeitig die Wahl des Brückenmultiplicators frei steht, die Vorschrift für w und w_2 durch die Combination dieser Gleichung mit der obigen

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{w_1}+\frac{1}{w_2}\right)$$

ergiebt.

III. Widerstandsbestimmung aus der Dämpfung einer Magnetnadel.

Das in der Dämpfung gebotene Princip, eine und dieselbe Magnetnadel innerhalb eines Multiplicators zur Erregung und zur Messung des Stromes zu benutzen, ist schon von Weber auf absolute Widerstandsmessungen und von Beetz versuchsweise zur Widerstandsvergleichung flüssiger Leiter angewandt worden. Eine nützliche Verwerthung zur Vergleichung kleiner Widerstände ergiebt sich noch auf folgende Weise.

Ich bezeichne mit w_0 den Widerstand des Multiplicators, mit w_1 denjenigen eines Leiters, durch welchen ersterer geschlossen ist. λ_1 sey das logarithmische Decrement der Nadel bei dieser Schliefsung, während λ' dasselbe bei unterbrochener Leitung bedeuten soll. Dann ist

$$\frac{1}{w_0+w_1} = c(\lambda_1 - \lambda'), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wo c eine Constante des Galvanometers ist. Wenn ebenso λ_2 das log. Decrement bei eingeschaltetem w_2 bezeichnet und λ_0 dasjenige bei der Schliefsung ohne äufseren Widerstand, so hat man in gleicher Weise

$$\frac{1}{w_0+w_2} = c(\lambda_2 - \lambda') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

und $$\frac{1}{w_0} = c(\lambda_0 - \lambda') \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Hieraus wird das Verhältnifs der eingeschalteten Widerstände gefunden

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\lambda_0 - \lambda_2}{\lambda - \lambda_1} \cdot \frac{\lambda_1 - \lambda'}{\lambda_2 - \lambda'}.$$

Der Multiplicatorwiderstand w_0 wird aus (1) und (3) $w_0 = w_1 \frac{\lambda_1 - \lambda'}{\lambda_0 - \lambda_1}$ erhalten. Wenn also w_1 eine bekannte Gröfse, und demnach w_0 ein für allemal bestimmt ist, so genügen die Bestimmungen von λ', λ_0 und λ_2, um w_2 zu ermitteln.

Die beobachteten logarithmischen Decremente verlangen streng genommen eine Correction, die mit wachsender Dämpfung zunimmt. Aus der Gleichung der gedämpften Nadel ergiebt sich nämlich streng

$$\frac{1}{w} = C\left(\varDelta \sqrt{\frac{\pi^2 + \varDelta'^2}{\pi^2 + \varDelta^2}} - \varDelta'\right)$$

wobei $\varDelta$ in *natürlichen Logarithmen* auszudrücken ist. Durch Aufnahme des Factors $\sqrt{\pi^2 + \varDelta'^2}$, welcher niemals merklich variirt, in die Constante c sieht man, dafs allgemein für jedes λ in den obigen Gleichungen $\frac{\varDelta}{\sqrt{\pi^2 + \varDelta^2}}$ zu setzen wäre.

Bei der Anwendung von *gewöhnlichen Logarithmen* würde der Nenner also $\sqrt{\pi^2 + 2{,}3026^2 \cdot \lambda^2}$ werden. Es genügt aber praktisch, zu setzen

$$\frac{\lambda}{\sqrt{\pi^2 + 2{,}3026^2 \cdot \lambda^2}} = \frac{\lambda}{\pi}\left(1 - \frac{\lambda^2}{4}\right).$$

Indem der Factor $\frac{1}{\pi}$ in die Constante eingeht, sieht man, dafs, um die Correction zu berücksichtigen, für jedes λ in den Formeln

$$\lambda - \frac{\lambda^3}{4}$$

zu setzen ist.

Ich habe zu solchen Beobachtungen einen gewöhnlichen Multiplicator aus 2^{mm} dickem Kupferdraht benutzt, der auf

einen Holzrahmen in einigen Hundert Windungen aufgewickelt, einen magnetisirten Stahlring mit Spiegel dicht umschlofs. Im Interesse einer für die Beobachtung bequemen Schwingungsdauer, und um bei gröfseren Widerständen die Dämpfung zu verstärken, wird ein astasirender Magnet in gewöhnlicher Weise angebracht.

Das logarithmische Decrement bestimmt man aus einer Reihe von $2n$ beobachteten Schwingungen (nach Reduction jeder an der Scale beobachteten Strecke a auf den Bogen durch Subtraction von $\frac{1}{12}\frac{a^3}{r^2}$, wenn r den Abstand des Spiegels von der Scale bedeutet), indem man die Differenzen der Logarithmen der Bögen No. 1 und No. $n+1$, 2 und $n+2$ u. s. f. nimmt und das Mittel aus allen durch n dividirt. Oder noch einfacher, doch ohne eine Controle der Genauigkeit, indem man von der Summe der Logarithmen der n ersten Bogen, die der n letzten subthahirt und die Differenz durch n^2 dividirt.

Z. B. ergab der in sich geschlossene Multiplicator die Reihe der bereits corrigirten Schwingungsbögen

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bogen	601,3	432,0	309,9	222,4	159,7	114,5	82,1	58,9	42,2	30,3.

Danach berechnet sich aus

No.	1 u. 6	2 u. 7	3 u. 8	4 u. 9	5 u. 10	Mittel
$5\lambda =$	0,7203	0,7212	0,7212	0,7219	0,7220	0,7213

also $\lambda = 0,1443.$

Hiervon $\frac{\lambda^3}{4} = 0,0008$ abgezogen, ergiebt den corrigirten Werth $\lambda_0 = 0,1435.$

Mit Einschaltung von $w_1 = 1$ Siemens fand sich ebenso $\lambda_1 = 0,0612$, und endlich bei unterbrochener Leitung $\lambda' = 0,0025$. Es ist also der Multiplicatorwiderstand gefunden

$$w_0 = \frac{\lambda_1 - \lambda'}{\lambda_0 - \lambda_1} = 0,701 \text{ Siem.}$$

An Genauigkeit dürfte diese Methode der Wheatstone'schen Brücke in der gewöhnlichen Form, in welcher diese durch Ungleichheit des Drahtes und mangelhaften Con-



tact bei kleinen ungleichen Widerständen manche Fehlerquellen bietet, nicht nachstehen; noch weniger die Einschaltung der zu vergleichenden Widerstände in den Kreis einer Säule und einer Tangentenbussole. An Einfachheit der Instrumente übertrifft sie alle.

Zürich, Januar 1871.

VI. *Ueber die Zurückführung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie auf allgemeine mechanische Principien;* *von R. Clausius.*

Aus d. Schriften d. Niederrhein. Gesells. f. Natur- u. Heilkunde vom Hrn. Verf. übersandt.

---

1. In einem vor Kurzem mitgetheilten und veröffentlichten Aufsatze[1]) habe ich folgenden für jede stationäre Bewegung irgend eines Systems von materiellen Puncten geltenden Satz aufgestellt: *die mittlere lebendige Kraft des Systems ist gleich seinem Virial.* Dieser Satz kann als ein dynamischer Gleichgewichtssatz angesehen werden, indem er eine Beziehung angiebt, welche zwischen den Kräften und den durch sie hervorgerufenen Bewegungen bestehen mufs, damit ein Beharrungszustand eintreten kann, bei welchem die lebendige Kraft der Bewegungen durchschnittlich weder durch positive Arbeit der Kräfte vermehrt noch durch negative Arbeit vermindert wird, sondern unter vorübergehenden Schwankungen einen constanten Mittelwerth behält.

Da die Gröfse, welche ich mit dem Namen *Virial* bezeichnet habe, bei gleichen Coordinaten der materiellen

1) Ueber einen auf die Wärme anwendbaren mechanischen Satz, Sitzungsberichte der Niederrheinischen Gesellschaft für Natur- und Heilkunde Jahrg. 1870. Juni. — Pogg. Ann. Bd. 141, S. 124.

Punkte den auf sie wirkenden Kräften proportional ist, so ist die lebendige Kraft der stationären Bewegung unter sonst gleichen Umständen den Kräften, welchen sie das Gleichgewicht hält, proportional. Wenn man nun auch die Wärme als eine stationäre Bewegung der kleinsten Theilchen der Körper und die absolute Temperatur als Maafs der lebendigen Kraft betrachtet, so erkennt man leicht die Uebereinstimmung jenes mechanischen Satzes mit dem in einer früheren Abhandlung[1]) von mir aufgestellten Gesetze: *die wirksame Kraft der Wärme ist proportional der absoluten Temperatur.*

Will man indessen dieses letztere Gesetz zur Grundlage mathematischer Entwickelungen machen, so mufs man ihm eine bestimmtere Form geben, da der Ausdruck *wirksame Kraft der Wärme* möglicher Weise verschiedene Deutungen zuläfst. Ich habe daher in jener Abhandlung das Gesetz zum Zwecke der Anwendung in folgender Fassung ausgesprochen:

Die mechanische Arbeit, welche die Wärme bei irgend einer Anordnungsänderung eines Körpers thun kann, ist proportional der absoluten Temperatur, bei welcher die Aenderung geschieht.

Um dieses Gesetz durch eine mathematische Gleichung auszudrücken, denken wir uns, dafs der Körper irgend eine in umkehrbarer Weise vor sich gehende unendlich kleine Veränderung seines Zustandes erleide, wobei sowohl die in ihm enthaltene Wärmemenge als auch die Anordnung seiner Bestandtheile sich ändern kann. Dabei kann entweder Arbeit geleistet werden, indem die auf die Körpertheilchen wirkenden inneren und äufseren Kräfte überwunden werden, oder es kann Arbeit verbraucht werden, indem die Theilchen den auf sie wirkenden Kräften nachgeben. Diese unendlich kleine Arbeit werde durch dL bezeichnet, wobei geleistete Arbeit als positiv und verbrauchte Arbeit

1) Pogg. Ann. Bd. 116, S. 73; Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie Bd. I, S. 242.



als negativ gerechnet wird, dann gilt als Ausdruck des obigen Gesetzes die Gleichung:

$$(1) \qquad dL = \frac{T}{A} dZ$$

worin T die absolute Temperatur des Körpers und A eine Constante, nämlich das calorische Aequivalent der Arbeit bedeutet, und durch Z eine Gröſse dargestellt wird, welche durch den gerade stattfindenden Zustand des Körpers vollkommen bestimmt ist, ohne daſs man zu wissen braucht, auf welchem Wege der Körper in diesen Zustand gelangt ist. Diese Gröſse habe ich die *Disgregation* des Körpers genannt.

Nimmt man noch an, wie ich es in jener Abhandlung ebenfalls gethan habe, daſs die absolute Temperatur eines Körpers der in ihm vorhandenen Wärmemenge proportional sey, so kann man, wenn H diese Wärmemenge bedeutet, setzen:

$$T = CH,$$

worin C eine Constante seyn soll. Dadurch geht die vorige Gleichung über in:

$$dL = \frac{CH}{A} dZ.$$

Der hierin vorkommende Bruch $\frac{H}{A}$ stellt die im Körper vorhandene Wärmemenge dar, wenn sie nicht nach gewöhnlichem Wärmemaaſse, sondern nach mechanischem Maaſse gemessen wird, also, mit andern Worten, er stellt die lebendige Kraft derjenigen Bewegung, welche wir Wärme nennen, dar. Führen wir für diese Gröſse das einheitliche Zeichen h ein, so lautet die Gleichung:

$$(2) \qquad dL = Ch\,dZ.$$

Es handelt sich nun darum, für diese Gleichung eine auf mechanische Principien gegründete Erklärung zu finden. Dazu liefert der obige mechanische Satz über das Virial insofern einen Anknüpfungspunkt, als er die Art der Betrachtungen, welche bei dieser Untersuchung in Anwendung kommen müssen, erkennen läſst. Aber als allein ausrei-

chend ist er noch nicht anzusehen, sondern es bedarf zu der Untersuchung noch gewisser eigenthümlicher und neuer Entwickelungen, welche den Gegenstand der vorliegenden Abhandlung bilden sollen.

2. Um in Bezug auf die Art der Bewegung mit einem möglichst einfachen Falle zu beginnen, durch welchen die Anschauung der hier in Anwendung kommenden Betrachtungsweise erleichtert wird, wollen wir zunächst voraussetzen, es sey ein einzelner materieller Punkt gegeben, auf welchen eine Kraft wirkt, die sich durch ein Ergal darstellen läfst, d. h. deren auf drei rechtwinklige Coordinatenrichtungen bezogene Componenten durch die negativ genommenen partiellen Differentialcoëfficienten einer Function der drei Coordinaten des Punktes ausgedrückt werden. Unter dem Einflusse dieser Kraft soll der Punkt eine periodische Bewegung in geschlossener Bahn machen.

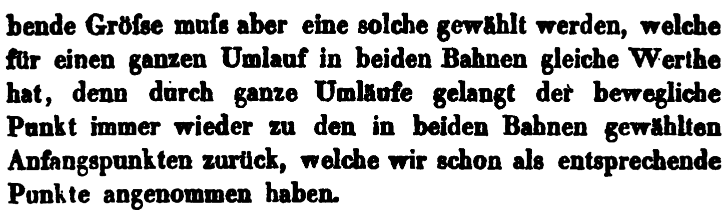
Nun denke man sich, dafs diese Bewegung eine unendlich kleine Aenderung erleide, durch welche eine neue periodische Bewegung in geschlossener Bahn entstehe. Diese Umänderung der Bewegung kann dadurch veranlafst werden, dafs an irgend einer Stelle der Bahn durch einen vorübergehenden äufseren Einflufs die Geschwindigkeitscomponenten $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ und $\frac{dz}{dt}$ unendlich kleine Aenderungen erfahren, und dann der Punkt wieder einfach der Einwirkung der ursprünglichen Kraft überlassen bleibt; oder dadurch, dafs eine unendlich kleine Aenderung in der auf den Punkt wirkenden Kraft eintritt, indem z. B. eine im Ergal vorkommende Constante ihren Werth etwas ändert. Als dritte Ursache für die Umänderung der Bewegung will ich noch eine anführen, welche zwar bei unseren Betrachtungen über die Wärme nicht vorkommen wird, welche aber für einen weiter unten anzustellenden Vergleich von Interesse ist, nämlich die, dafs der Punkt gezwungen wird, eine von der selbst gewählten Bahn etwas abweichende Bahn zu beschreiben, was auch mit einer Veränderung der Kraft zusammenhängt, weil dann zu der ursprünglichen

Kraft noch der Widerstand, den die neue Bahncurve zu leisten hat, hinzukommt.

Wir wollen nun untersuchen, ob unter allen diesen Umständen zwischen den Veränderungen der verschiedenen bei der Bewegung vorkommenden Gröfsen eine allgemein gültige Beziehung stattfindet.

3. Die Veränderungen, welche die Coordinaten des Punktes, seine Geschwindigkeitscomponenten, die Kraftcomponenten etc. im Verlaufe der Bewegung während der unendlich kleinen Zeit dt erleiden, sollen als *Differentiale* jener Gröfsen, wie gewöhnlich, durch den vorgesetzten Buchstaben d bezeichnet werden, so dafs z. B. dx die Veränderung von x während der Zeit dt bedeutet. Diejenigen Veränderungen jener Gröfsen dagegen, welche dadurch entstehen, dafs an die Stelle der ursprünglichen Bewegung die veränderte Bewegung tritt, sollen die *Variationen* der Gröfsen genannt und durch den vorgesetzten Buchstaben δ bezeichnet werden, so dafs z. B. δx den Unterschied zwischen einem Werthe von x in der ursprünglichen Bewegung und dem entsprechenden Werthe von x in der veränderten Bewegung bedeutet.

In letzterer Beziehung ist aber noch eine besondere Bemerkung zu machen, welche für das Folgende von Wichtigkeit ist. Wenn die veränderte Bewegung mit der ursprünglichen in der Weise verglichen werden soll, dafs angegeben wird, wie sich die Werthe von x in der einen Bewegung von den entsprechenden Werthen von x in der anderen Bewegung unterscheiden, so mufs erst festgesetzt werden, welche Werthe von x man als einander entsprechend ansehen will. Es mögen zu dem Zwecke zunächst irgend zwei einander unendlich nahe liegende Punkte der beiden Bahnen als entsprechende Punkte angenommen werden. Um von hier aus die übrigen entsprechenden Punkte zu erhalten, nehmen wir eine Gröfse, welche sich im Verlaufe der Bewegungen ändert, als maafsgebende Gröfse an, und setzen fest, dafs diejenigen Punkte der beiden Bahnen, welche zu gleichen Werthen der maafsgebenden Gröfse gehören, entsprechende Punkte seyn sollen. Als maafsge-



bende Gröfse mufs aber eine solche gewählt werden, welche für einen ganzen Umlauf in beiden Bahnen gleiche Werthe hat, denn durch ganze Umläufe gelangt der bewegliche Punkt immer wieder zu den in beiden Bahnen gewählten Anfangspunkten zurück, welche wir schon als entsprechende Punkte angenommen haben.

Wir wollen nun die maafsgebende Gröfse in folgender Weise bestimmen. Sey i die Umlaufszeit bei der ursprünglichen Bewegung, und t die veränderliche Zeit, welche der bewegliche Punkt gebraucht, um aus der Anfangslage in eine andere Lage zu gelangen, dann wollen wir setzen:

$$t = i \,.\, \varphi. \tag{3}$$

Für die veränderte Bewegung sey die Umlaufszeit mit i' und die vom Verlassen der Anfangslage an gerechnete veränderliche Zeit mit t' bezeichnet, dann setzen wir:

$$t' = i' \,.\, \varphi.$$

Wenn nun φ in beiden Ausdrücken gleiche Werthe hat, so sind t und t' entsprechende Zeiten. Nachdem auf diese Weise die entsprechenden Zeiten bestimmt sind, ergeben sich die entsprechenden Punkte der beiden Bahnen, und demgemäfs die entsprechenden Werthe von x, y, z etc. von selbst.

Die eben eingeführte Gröfse φ wollen wir die Phase der Bewegung nennen. Während eines Umlaufes wächst die Phase um eine Einheit. Beim weiteren Wachsen kann man solche Phasen, die um eine ganze Anzahl von Einheiten von einander verschieden sind, in demselben Sinne als gleich betrachten, wie es bei Winkeln, die um eine ganze Anzahl von 2π verschieden sind, geschehen kann.

Wenn wir die erste der beiden vorigen Gleichungen von der zweiten abziehen, so kommt:

$$t' - t = (i' - i)\, \varphi.$$

Die Differenz $t' - t$ ist die Variation von t und die Differenz $i' - i$ die Variation von i. Indem wir diese der vorigen Festsetzung gemäfs mit δt und δi bezeichnen, können wir schreiben:

(4) $$\delta t = \delta i \, . \, \varphi,$$

woraus als Regel folgt, dafs, wenn man die Gleichung (3) *variiren* will, man dabei die Gröfse φ als constant zu betrachten hat. Will man dagegen dieselbe Gleichung *differentiiren*, so hat man dabei die Gröfse i als constant zu betrachten, indem die Differentiation sich auf den Verlauf einer bestimmten Bewegung bezieht, wobei die Umlaufszeit i eine gegebene Gröfse ist. Man erhält also:

(5) $$dt = i d\varphi.$$

4. Nach diesen Festsetzungen können wir zu der beabsichtigten mathematischen Entwickelung schreiten.

Wir gehen von dem Ausdrucke $\frac{dx}{dt}\delta x$ aus, und differentiiren denselben nach φ. Dadurch erhalten wir:

(6) $$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) = \frac{d^2 x}{dt\, d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt} \, . \, \frac{d(\delta x)}{d\varphi}.$$

Da nun bei der Variation die Phase φ als constant betrachtet wird, so kann man, wenn eine Gröfse variirt und nach φ differentiirt werden soll, die Ordnung dieser beiden Operationen umtauschen, und somit setzen:

(7) $$\frac{d(\delta x)}{d\varphi} = \delta \frac{dx}{d\varphi}.$$

Dadurch geht die vorige Gleichung über in:

(8) $$\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) = \frac{d^2 x}{dt\, d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\delta\frac{dx}{d\varphi}.$$

Diese Gleichung läfst sich folgendermaafsen umformen:

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\delta x\right) &= \frac{d^2 x}{dt^2} \, . \, \frac{dt}{d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt}\delta\left(\frac{dx}{dt} \, . \, \frac{dt}{d\varphi}\right) \\ &= \frac{d^2 x}{dt^2} \, . \, \frac{dt}{d\varphi}\delta x + \frac{dx}{dt} \, . \, \frac{dt}{d\varphi}\delta\frac{dx}{dt} + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta\frac{dt}{d\varphi} \\ &= \frac{d^2 x}{dt^2} \, . \, \frac{dt}{d\varphi}\delta x + \tfrac{1}{2}\frac{dt}{d\varphi}\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta\frac{dt}{d\varphi}.\end{aligned}$$

Setzen wir hierin für den Differentialcoëfficienten $\frac{dt}{d\varphi}$ seinen aus der Gleichung (5) hervorgehenden Werth i ein, so kommt:

$$(9) \qquad \frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right) = i\,\frac{d^2x}{dt^2}\,\delta x + \tfrac{1}{2}\,i\,\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta i.$$

Diese Gleichung soll nun mit $d\varphi$ multiplicirt und dann von $\varphi = 0$ bis $\varphi = 1$, d. h. für einen ganzen Umlauf, integrirt werden.

An der linken Seite läfst sich die Integration sofort ausführen, und man erhält:

$$\int_0^1 \frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right) d\varphi = \left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right)_1 - \left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right)_0,$$

worin $\left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right)_0$ und $\left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right)_1$ den Anfangs- und Endwerth von $\frac{dx}{dt}\,\delta x$ bedeuten. Da nun bei einem ganzen Umlaufe der Endwerth gleich dem Anfangswerthe ist, so geht die Gleichung über in:

$$(10) \qquad \int_0^1 \frac{d}{d\varphi}\left(\frac{dx}{dt}\,\delta x\right) d\varphi = 0.$$

Was die Glieder an der rechten Seite betrifft, so ist zunächst zu bemerken, dafs bei der Integration nach φ die Gröfsen i und δi als constant zu betrachten sind. Ferner läfst sich, wenn irgend eine von φ abhängige Gröfse, z. B. die Gröfse x, nach φ von 0 bis 1 integrirt werden soll, folgende Gleichung bilden:

$$\int_0^1 x\,d\varphi = \frac{1}{i}\int_0^i x\,dt.$$

Der hierin an der rechten Seite stehende Ausdruck ist nun aber weiter nichts, als der Mittelwerth von x während der Zeit von 0 bis i, also während der ganzen Umlaufszeit. Wenn wir einen solchen Mittelwerth dadurch von der veränderlichen Gröfse unterscheiden, dafs wir über das Zeichen, welches die veränderliche Gröfse darstellt, einen waagrechten Strich machen, so können wir schreiben:

$$(11) \qquad \int_0^1 x\,d\varphi = \overline{x}.$$

Dasselbe, was hier beispielsweise von der Gröfse x gesagt ist, gilt ebenso von den an der rechten Seite der obigen Gleichung vorkommenden Gröfsen $\frac{d^2x}{dt^2}\delta x$, $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$ und $\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2$. In Bezug auf die letzte Gröfse ist ferner noch zu bemerken, dafs der Mittelwerth einer Variation gleich der Variation des Mittelwerthes ist, dafs wir also schreiben können:

$$(12)\qquad \overline{\delta\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \delta\,\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}.$$

Demnach lautet die Gleichung, welche wir durch Integration der Gleichung (9) erhalten, folgendermafsen:

$$(13)\qquad o = i\,\overline{\frac{d^2x}{dt^2}\delta x} + \tfrac{1}{2}i\delta\,\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\,\delta i,$$

oder, wenn wir durch i dividiren und zugleich das erste an der rechten Seite stehende Glied auf die linke Seite schaffen:

$$(14)\qquad -\overline{\frac{d^2x}{dt^2}\delta x} = \tfrac{1}{2}\delta\,\overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}\delta\log i.$$

Ganz ebensolche Gleichungen, wie die hier für die x-Coordinate abgeleitete, gelten auch für die y- und z-Coordinate, nämlich:

$$(14a)\qquad -\overline{\frac{d^2y}{dt^2}\delta y} = \tfrac{1}{2}\delta\,\overline{\left(\frac{dy}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,\delta\log i,$$

$$(14b)\qquad -\overline{\frac{d^2z}{dt^2}\delta z} = \tfrac{1}{2}\delta\,\overline{\left(\frac{dz}{dt}\right)^2} + \overline{\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}\,\delta\log i.$$

Wenn man diese drei Gleichungen addirt, und zugleich bedenkt, dafs

$$(15)\qquad \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = v^2,$$

worin v die Geschwindigkeit des Punktes bedeutet, so kommt:

$$(16)\qquad -\overline{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\delta y + \frac{d^2z}{dt^2}\delta z\right)} = \tfrac{1}{2}\delta\overline{v^2} + \overline{v^2}\delta\log i.$$

Multiplicirt man diese Gleichung mit der Masse m des materiellen Punktes, so kann man statt der Producte $m\frac{d^2x}{dt^2}$, $m\frac{d^2y}{dt^2}$ und $m\frac{d^2z}{dt^2}$ die drei nach den Coordinatenrichtungen

genommenen Componenten der auf den Punkt wirkenden Kraft, welche mit X, Y und Z bezeichnet werden mögen, einführen, also:

$$(17)\qquad -\overline{\left(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z\right)} = \frac{m}{2}\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\delta \log i.$$

In Bezug auf die Kraft, welche auf den Punkt wirkt, haben wir die Voraussetzung gemacht, dafs ihre drei Componenten sich durch die negativ genommenen partiellen Differentialcoëfficienten einer Function der Coordinaten des Punktes darstellen lassen. Wenn wir diese Function, welche wir das Ergal des Punktes nennen, für die ursprüngliche Bewegung mit U bezeichnen, so können wir der vorigen Gleichung folgende Form geben:

$$(18)\qquad \overline{\frac{dU}{dx}\delta x + \frac{dU}{dy}\delta y + \frac{dU}{dz}\delta z} = \frac{m}{2}\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\delta \log i,$$

oder kürzer geschrieben:

$$(19)\qquad \delta\overline{U} = \frac{m}{2}\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\delta \log i.$$

5. In dieser Gleichung müssen wir zuerst den auf der linken Seite stehenden Ausdruck $\delta\overline{U}$ betrachten.

In allen Fällen, wo bei der veränderten Bewegung das Ergal noch durch dieselbe Function U dargestellt wird, wie bei der ursprünglichen, drückt die Gröfse $\delta\overline{U}$, (also die Veränderung des Mittelwerthes des Ergals), die beim Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere gethane Arbeit aus. Bezeichnen wir also ähnlich, wie es oben in den auf die Wärmelehre bezüglichen Gleichungen geschehen ist, die geleistete Arbeit mit δL, so können wir setzen:

$$(20)\qquad \delta L = \delta\overline{U}.$$

Wenn dagegen die Veränderung der Bewegung dadurch veranlafst ist, dafs die auf den Punkt wirkende Kraft sich geändert hat, so ist die Sache nicht ganz so einfach, sondern bedarf noch einer besonderen Betrachtung.

6. Wie schon oben gesagt, kann man sich die Aenderung der Kraft mathematisch dadurch bedingt denken, dafs

eine im Ergal vorkommende Constante ihren Werth um eine unendlich kleine Gröfse ändert. Ohne indessen hierauf näher einzugehen, wollen wir nur folgende, im Wesentlichen auf dasselbe hinauskommende Annahme machen. Das Ergal, welches bei der ursprünglichen Bewegung durch die Function U dargestellt wurde, soll bei der veränderten Bewegung durch die Summe $U + \mu V$ dargestellt werden, worin V eine beliebige andere Function der Coordinaten und μ einen unendlich kleinen constanten Factor bedeutet.

In Bezug auf das Eintreten des Zuwachses μV wollen wir aber vorläufig noch die Nebenannahme machen, dafs der Zuwachs nicht plötzlich in einem gewissen Momente eintrete, sondern allmählich während eines ganzen Umlaufes vor sich gehe, in der Weise, dafs der vor V stehende kleine Factor während der Umlaufszeit gleichmäfsig wachse, so dafs er erst zu Ende des Umlaufes den Werth μ erreiche, den er dann während der folgenden Umläufe constant beibehalte. Demnach soll während eines Zeitelementes dt der Factor um $\frac{\mu dt}{i}$ wachsen, oder, was dasselbe ist, während eines Phasenelementes $d\varphi$ soll der Factor um $\mu d\varphi$ wachsen.

Um nun die Arbeitsvariation δL, welche dem ganzen Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere entspricht, zu bestimmen, müssen wir zuerst die Arbeitsvariation für eine beliebig ausgewählte einzelne Phase φ_1 angeben. Dazu betrachten wir den beweglichen Punkt von dem Momente an, wo er bei seinem Umlaufe in der ursprünglichen Bahn gerade die Stelle durchschreitet, welche zur Phase φ_1 gehört, und verfolgen ihn von hier aus durch zwei ganze Umläufe. Diese zwei Umläufe umfassen 1) den noch übrigen Theil des schon begonnenen Umlaufes in der ursprünglichen Bahn, 2) den Umlauf, während dessen die Aenderung des Ergals stattfindet, und 3) den Anfang des Umlaufes in der neuen Bahn bis zur Phase φ_1. Die während dieser Zeit gethane Arbeit können wir in zwei Arbeitsgröfsen zerlegen, welche dem ursprünglichen Ergal U und dem Zuwachs μV entsprechen.

Die erste Arbeitsgröfse drückt sich sehr einfach aus. Bedeutet nämlich U_1 den zur Phase φ_1 gehörigen Werth von U in der ursprünglichen Bahn, und $U_1 + \delta U_1$ den zu derselben Phase gehörigen Werth in der neuen Bahn, so ist δU_1 die erste Arbeitsgröfse.

Bei der Bestimmung der zweiten Arbeitsgröfse müssen wir uns wegen der allmähligen Entstehung des Zuwachses μV den Factor μ in unendlich viele Theile zerlegt denken, und für jeden Theil denjenigen Werth von V als Anfangswerth in Rechnung bringen, welcher der Stelle des Raumes entspricht, wo der bewegliche Punkt sich im Momente der Entstehung dieses Theiles befand. Betrachten wir also den Theil $\mu d\varphi$, welcher während des Phasenelementes von φ bis $\varphi + d\varphi$ entstanden ist, so haben wir für ihn als Ausdruck der Arbeit die Differenz

$$\mu d\varphi (V_1 - V)$$

zu bilden, worin V und V_1 diejenigen Functionswerthe bezeichnen, welche zu den Phasen φ und φ_1 gehören. Eigentlich müfsten auch noch die Variationen der Functionswerthe berücksichtigt werden, weil der bewegliche Punkt sich vom Beginne der Kraftänderung an nicht mehr auf der ursprünglichen Bahn befindet. Da indessen diese Variationen unendlich klein sind und der Factor μ auch unendlich klein ist, so würden hieraus nur endlich kleine Gröfsen von höherer Ordnung entstehen, welche vernachlässigt werden dürfen. Um nun den vorstehenden Ausdruck, welcher für einen unendlich kleinen Theil des Zuwachses μV gilt, auf den ganzen Zuwachs auszudehnen, müssen wir ihn von 0 bis 1 integriren. Durch Auflösung der Klammer zerfällt der Ausdruck in zwei Glieder. Das erste Glied $\mu V_1 d\varphi$ giebt durch Integration, da V_1 von φ unabhängig ist, einfach μV_1. Das Integral des anderen Gliedes $\mu V d\varphi$ läfst sich durch $\mu \overline{V}$ darstellen, wenn $\overline{V}$ den Mittelwerth von V während eines ganzen Umlaufs bedeutet. Demnach ist die gesuchte zweite Arbeitsgröfse:

$$\mu (V_1 - \overline{V}).$$

Durch Addition der beiden Arbeitsgröfsen erhalten wir die der Phase φ_1 entsprechende Arbeitsvariation, nämlich:

$$\delta U_1 + \mu (V_1 - \overline{V}).$$

Um hieraus weiter die Arbeit δL abzuleiten, welche sich auf die ganze Veränderung der stationären Bewegung bezieht, müssen wir diesen Ausdruck mit $d\varphi_1$ multipliciren und abermals von 0 bis 1 integriren. Wir erhalten also:

$$\delta L = \int_0^1 \delta U_1 \, d\varphi_1 + \mu \int_0^1 (V_1 - \overline{V}) \, d\varphi_1,$$

wofür wir, da in dem ersten Gliede an der rechten Seite das Integral der Variation durch die Variation des Integrals zu ersetzen ist, auch schreiben können:

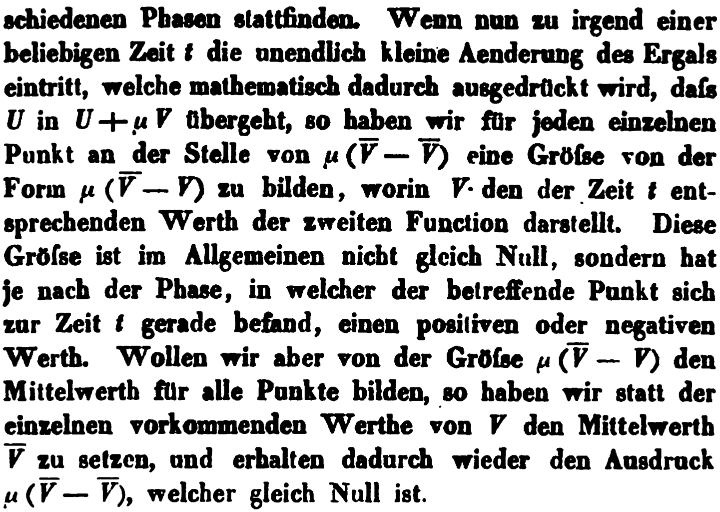
$$\delta L = \delta \int_0^1 U_1 \, d\varphi_1 + \mu \int_0^1 (V_1 - \overline{V}) \, d\varphi_1$$

Die Integrale $\int_0^1 U_1 \, d\varphi_1$ und $\mu \int_0^1 V_1 \, d\varphi_1$ bedeuten die Mittelwerthe von U_1 und V_1 während eines Umlaufes, oder was dasselbe ist, die Mittelwerthe von U und V während eines Umlaufes, welche durch $\overline{U}$ und $\overline{V}$ bezeichnet werden. Das Integral $\int_0^1 \overline{V} d\varphi_1$ ist ebenfalls gleich $\overline{V}$, und es kommt somit:

$$\delta L = \delta \overline{U} + \mu (\overline{V} - \overline{V}) = \delta \overline{U}.$$

Wir sind also auch für diesen Fall zu demselben einfachen Resultate gelangt, welches wir für die übrigen Fälle schon in der Gleichung (20) ausgedrückt haben.

Um dieses Resultat zu erhalten, haben wir die specielle Annahme gemacht, dafs die Aenderung des Ergals gleichmäfsig während eines ganzes Umlaufes vor sich gehe. Wir können aber dasselbe Resultat auch auf einen anderen Fall ausdehnen, welcher für das Folgende von Wichtigkeit ist. Wir wollen uns denken, das statt Eines bewegten Punktes unzählig viele vorhanden seyen, deren Bewegungen im Wesentlichen unter gleichen Umständen aber mit ver-



schiedenen Phasen stattfinden. Wenn nun zu irgend einer beliebigen Zeit t die unendlich kleine Aenderung des Ergals eintritt, welche mathematisch dadurch ausgedrückt wird, daſs U in $U + \mu V$ übergeht, so haben wir für jeden einzelnen Punkt an der Stelle von $\mu(\overline{V} - \overline{V})$ eine Gröſse von der Form $\mu(\overline{V} - V)$ zu bilden, worin V den der Zeit t entsprechenden Werth der zweiten Function darstellt. Diese Gröſse ist im Allgemeinen nicht gleich Null, sondern hat je nach der Phase, in welcher der betreffende Punkt sich zur Zeit t gerade befand, einen positiven oder negativen Werth. Wollen wir aber von der Gröſse $\mu(\overline{V} - V)$ den Mittelwerth für alle Punkte bilden, so haben wir statt der einzelnen vorkommenden Werthe von V den Mittelwerth $\overline{V}$ zu setzen, und erhalten dadurch wieder den Ausdruck $\mu(\overline{V} - \overline{V})$, welcher gleich Null ist.

7. Aus dem Vorstehenden ergiebt sich, daſs wir unter den gemachten Voraussetzungen in der Gleichung (19) δL an die Stelle von $\delta \overline{U}$ setzen können, so daſs die Gleichung lautet:

$$(21) \qquad \delta L = \frac{m}{2}\,\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\,\delta \log i.$$

Der an der rechten Seite stehende Ausdruck möge noch dadurch vereinfacht werden, daſs für das Produkt $\frac{m}{2}\overline{v^2}$, welches die mittlere lebendige Kraft des Punktes darstellt, das Zeichen h eingeführt wird. Dann kommt:

$$(22) \qquad \delta L = \delta h + 2h\,\delta \log i.$$

Mit Hülfe dieser Gleichung können wir die mechanische Arbeit, welche beim Uebergange aus einer stationären Bewegung in eine andere, unendlich wenig von ihr verschiedene, gethan wird, bestimmen, ohne die Bewegungen vollständig zu kennen, indem es genügt die mittlere lebendige Kraft und die Umlaufszeit in Betracht zu ziehen.

Der die Gröſsen h und i enthaltende Ausdruck, welcher die Arbeit, δL darstellt, ist nicht eine vollständige Variation einer Funktion von h und i. Bringt man dagegen die Gleichung in folgende Form:

$$\delta L = h\left(\frac{\delta h}{h} + 2\,\delta \log i\right)$$
$$= h\,(\delta \log h + 2\,\delta \log i),$$

so kann man die beiden in der Klammer stehenden Variationen in Eine Variation zusammenziehen, nämlich:

$$\delta L = h\,\delta\,(\log h + 2 \log i)$$

oder anders geschrieben:

$$(23) \qquad \delta L = h\,\delta \log (h\,i^2).$$

Es ergiebt sich also, dafs die Arbeit sich darstellen läfst durch ein Produkt aus h und der Variation einer Funktion von h und i.

Dieses Resultat entspricht vollkommen der auf die Wärmetheorie bezüglichen Gleichung

$$dL = Ch\,dZ,$$

welche oben unter (2) angeführt wurde. Die in der Gleichung (23) vorkommende Gröfse $\log(h\,i^2)$ ist in dieser letzteren Gleichung durch das Produkt CZ vertreten, worin C eine Constante und Z diejenige Gröfse ist, welche ich in der Wärmelehre die Disgregation genannt habe. Wir sind daher, sofern wir diesen Begriff auch auf die stationäre Bewegung eines einzelnen Punktes anwenden wollen, zu einer näheren Bestimmung desselben gelangt, nämlich, dafs die Disgregation proportional der Gröfse $\log(h\,i^2)$ ist.

8. Um von der geometrischen Bedeutung der Gröfse $\log(h\,i^2)$ eine Vorstellung zu gewinnen, wollen wir für h wieder das Produkt $\frac{m}{2}\overline{v^2}$ einführen. Dazu kommt:

$$\log(h\,i^2) = \log\left(\frac{m}{2}\overline{v^2}\,.\,i^2\right)$$
$$= \log\left(\overline{v^2}\,.\,i^2\right) + \log\frac{m}{2}$$
$$= 2\log\left(i\sqrt{\overline{v^2}}\right) + \log\frac{m}{2}.$$

Das letzte an der rechten Seite stehende Glied ist unveränderlich und ist daher für die obige Gleichung (23), in welcher nur die Variation der betrachteten Gröfse vorkommt,

ohne Bedeutung. Wir brauchen unsere Aufmerksamkeit also nur auf das erste Glied zu richten.

Sey nun als specieller Fall angenommen, dafs die Geschwindigkeit constant sey (was z. B. stattfindet, wenn ein Punkt sich in kreisförmiger Bahn um ein festes Anziehungscentrum bewegt, oder wenn ein Punkt, auf den sonst keine Kraft wirkt, zwischen festen elastischen Wänden, von denen er bei jedem Anstofs mit gleicher Geschwindigkeit abprallt, hin und her fliegt), so kann man für $\overline{v^2}$ einfach v^2 schreiben, und kann dann die Wurzel ausziehen, wodurch der Ausdruck $i\sqrt{v^2}$ in iv übergeht. Dieses Product ist gleich der Bahnlänge des Punktes, und man kann somit sagen, dafs bei Bewegungen mit constanter Geschwindigkeit die Disgregation (abgesehen von einer additiven Constanten, welche bei der Variation oder Differentiation fortfällt), *proportional dem Logarithmus der Bahnlänge ist.*

Wenn die Geschwindigkeit veränderlich ist, so ist die Sache nicht ganz so einfach, weil der Mittelwerth des Quadrates der Geschwindigkeit verschieden ist von dem Quadrate des Mittelwerthes der Geschwindigkeit; aber immerhin sieht man, dafs die Disgregation zum Logarithmus der Bahnlänge in naher Beziehung steht.

9. Bevor wir die Bewegung eines einzelnen Punktes verlassen, um zu erweiterten Untersuchungen überzugehen, wird es zweckmäfsig seyn, von den drei weiter oben angeführten Ursachen zur Umänderung der Bewegung die letzte noch einer besonderen Betrachtung zu unterwerfen, weil wir dadurch Gelegenheit finden werden, das Resultat unserer Entwickelung mit einem bekannten und wichtigen mechanischen Satze zu vergleichen.

Wir wollen nämlich annehmen, die Umänderung der Bewegung sey dadurch veranlafst, dafs der Punkt gezwungen wurde, statt der selbst gewählten Bahn eine andere, ihr unendlich nahe liegende Bahn zu beschreiben. In diesem Falle gilt für jede Stelle der veränderten Bahn, verglichen mit der entsprechenden Stelle der ursprünglichen

Bahn nach dem Satze von der Aequivalenz von lebendiger Kraft und mechanischer Arbeit, folgende Gleichung:

$$\delta U + \frac{m}{2}\,\delta(v^2) = 0.$$

Demnach können wir in der Gleichung (19) statt $\overline{\delta U}$ setzen $-\frac{m}{2}\,\overline{\delta v^2}$, und erhalten somit folgende Gleichung:

$$-\frac{m}{2}\,\overline{\delta v^2} = \frac{m}{2}\,\overline{\delta v^2} + m\overline{v^2}\,\delta \log i,$$

woraus durch leichte Umformungen hervorgeht:

$$m\,\delta\overline{v^2} + m\overline{v^2}\,\frac{\delta i}{i} = 0$$

$$i\,\delta\overline{v^2} + \overline{v^2}\,\delta i = 0$$

$$\delta\left(\overline{v^2}\,.\,i\right) = 0$$

$$\delta \int_0^i v^2\,dt = 0. \tag{24}$$

Diese Gleichung ist der Form nach dieselbe, wie die, welche für einen einzelnen beweglichen Punkt den *Satz von der kleinsten Wirkung* ausdrückt. In der Bedeutung ist freilich insofern noch ein Unterschied, als wir bei Ableitung unserer Gleichung vorausgesetzt haben, daſs die ursprüngliche und die veränderte Bewegung in geschlossenen Bahnen stattfinden, welche in keinem Punkte zusammenzufallen brauchen, während bei dem Satze von der kleinsten Wirkung vorausgesetzt wird, daſs beide Bewegungen von einem gemeinsamen Anfangspunkte bis zu einem gemeinsamen Endpunkte stattfinden. Indessen ist dieser Unterschied für den Beweis unerheblich, indem die Ableitung der Gleichung (24) unter beiden Voraussetzungen in gleicher Weise geschehen kann, wenn man unter i das eine Mal die Umlaufszeit und das andere Mal diejenige Zeit versteht, welche der bewegliche Punkt bedarf, um aus der gegebenen Anfangslage in die gegebene Endlage zu kommen.

Kehren wir nun aber wieder zu unserem allgemeineren, durch die Gleichung (23) ausgedrückten Resultate zurück,

und vergleichen es mit dem Satze von der kleinsten Wirkung, so ergiebt sich für unser Resultat auch insofern eine erweiterte Anwendbarkeit, als es auch solche Fälle umfafst, wo durch eine vorübergehende fremde Einwirkung die lebendige Kraft geändert wird, oder wo eine Aenderung des Ergals eintritt, während bei dem Satze von der kleinsten Wirkung derartige Fälle ausgeschlossen sind [1].

10. Nachdem wir den einfachen Fall, wo ein einzelner Punkt sich in geschlossener Bahn bewegt, behandelt haben, gehen wir zu complicirteren Fällen über.

Wir wollen annehmen, es sey eine sehr grofse Anzahl materieller Punkte gegeben, welche theils unter einander Kräfte ausüben, theils von Aufsen her Kräfte erleiden. Unter dem Einflusse dieser sämmtlichen Kräfte sollen die Punkte sich in stationärer Weise bewegen. Dabei soll

1) Beiläufig möge noch bemerkt werden, dafs in solchen Fällen, wo die vorkommende Kraft eine Centralkraft ist, welche einer bestimmten Potenz der Entfernung, mit Ausnahme der minus ersten Potenz, proportional ist, die hier entwickelten Gleichungen sich in sehr einfacher Weise mit der Gleichung, welche den Satz vom Virial ausdrückt, vereinigen lassen. In solchen Fällen unterscheidet sich nämlich das Virial vom Mittelwerthe des Ergals nur durch einen constanten Factor, denn, wenn eine allgemein durch $\varphi(r)$ bezeichnete Kraft durch die Gleichung

$$\varphi(r) = k r^n$$

bestimmt wird, worin k und n Constante sind, deren letztere von -1 verschieden ist, so erhält man durch Integration, wenn man dabei die willkürliche Constante gleich Null setzt:

$$\int \varphi(r)\,dr = \frac{k}{n+1} r^{n+1},$$

und demnach gilt die Gleichung:

$$\tfrac{1}{2} r \varphi(r) = \frac{n+1}{2} \int \varphi(r)\,dr,$$

woraus folgt, dafs das Virial dem Mittelwerthe des Ergals, multiplicirt mit dem Factor $\frac{n+1}{2}$, gleich ist. Der Satz vom Virial läfst sich daher für solche Fälle folgendermafsen aussprechen: *die mittlere lebendige Kraft ist gleich dem mit $\frac{n+1}{2}$ multiplicirten mittleren Ergal.* Man sieht leicht, wie alle Gleichungen, welche die mittlere lebendige Kraft und das mittlere Ergal enthalten, sich durch Anwendung dieses Satzes vereinfachen lassen.

vorausgesetzt werden, dafs die Kräfte ein Ergal haben, d. h. dafs die Arbeit, welche bei einer unendlich kleinen Lagenänderung der Punkte von sämmtlichen Kräften gethan wird, durch das negative Differential einer Funktion der sämmtlichen Coordinaten ausgedrückt wird. Wenn die ursprünglich bestehende stationäre Bewegung in eine andere stationäre Bewegung übergeht, so sollen auch hier die Kräfte ein Ergal haben, welches sich aber vom vorigen nicht blofs durch die veränderte Lage der Punkte, sondern auch noch durch einen anderen Umstand unterscheiden kann. Man kann sich diesen letzteren Umstand mathematisch dadurch ausgedrückt denken, dafs das Ergal eine Gröfse enthält, welche während jeder stationären Bewegung constant ist, aber von einer stationären Bewegung zur anderen ihren Werth ändert.

Ferner wollen wir eine Voraussetzung machen, welche die weiteren Betrachtungen erleichtert, und demjenigen Verhalten entspricht, welches bei der Bewegung, die wir Wärme nennen, obwaltet. Ist der Körper, um dessen Wärmebewegung es sich handelt, ein chemisch einfacher, so sind alle seine Atome unter einander gleich, ist er ein chemisch zusammengesetzter, so kommen zwar verschiedene Arten von Atomen vor, aber von jeder Art giebt es eine sehr grofse Anzahl. Es ist nun zwar nicht nothwendig, dafs alle diese Atome sich unter gleichen Umständen befinden. Wenn z. B. der Körper aus Theilen von verschiedenen Aggregatzuständen besteht, so bewegen die Atome, welche dem einen Theile angehören, sich in anderer Weise, als die, welche dem anderen Theil angehören. Indessen immerhin kann man annehmen, dafs jede vorkommende Bewegungsart von einer sehr grofsen Anzahl gleicher Atome im Wesentlichen unter gleichen Kräften und in gleicher Weise ausgeführt wird, so dafs nur die gleichzeitigen Phasen ihrer Bewegungen verschieden sind. Dem entsprechend wollen wir nun auch voraussetzen, dafs in unserem Systeme von materiellen Punkten zwar Punkte verschiedener Art vorkommen können, dafs aber von jeder Art eine sehr grofse Anzahl vorhanden sey, und dafs auch die Kräfte und Bewegungen in der

Weise stattfinden, dafs immer eine grofse Anzahl von Punkten, sich gleich verhält, indem sie unter dem Einflusse gleicher Kräfte gleiche Bewegungen machen, und nur verschiedene Phasen haben.

Endlich wollen wir vorläufig der Einfachheit wegen noch eine Annahme machen, die später wieder aufgegeben werden soll, nämlich die, dafs alle Punkte geschlossene Bahnen beschreiben. Für solche Punkte, von denen vorher gesagt wurde, dafs sie sich in gleicher Weise bewegen, nehmen wir jetzt noch specieller an, dafs sie gleiche Bahnen mit gleicher Umlaufszeit beschreiben, während andere Punkte andere Bahnen mit anderen Umlaufszeiten beschreiben können. Wenn die ursprüngliche stationäre Bewegung in eine andere stationäre Bewegung übergeht, so ändern sich hierbei die Bahnen und Umlaufszeiten, aber wieder sollen nur geschlossene Bahnen mit bestimmten Umlaufszeiten vorkommen, von denen jede für eine grofse Anzahl von Punkten gilt.

11. Unter diesen Voraussetzungen betrachten wir nun wieder für irgend einen Punkt das Produkt $\frac{dx}{dt}\delta x$, oder, indem wir es gleich noch mit der Masse m des Punktes multipliciren, das Produkt $m\frac{dx}{dt}\delta x$, worin δx, wie früher, den Unterschied zwischen einem Werthe von x in der ursprünglichen Bahn und dem Werthe von x an der entsprechenden Stelle der veränderten Bahn bedeutet.

Dieses Produkt ändert während der Bewegung des Punktes periodisch seinen Werth, so dafs es immer nach Verflufs der Umlaufszeit i wieder zu seinem früheren Werthe zurückkehrt. Man kann daher die folgende Gleichung bilden:

$$\int_0^i \frac{d}{dt}\left(m\frac{dx}{dt}\delta x\right)dt = 0.$$

Wenn wir aber nicht blofs Einen materiellen Punkt betrachten, sondern eine ganze Gruppe von materiellen Punkten,

welche sich in gleicher Weise bewegen, und daher die gleiche Umlaufszeit i haben, so können wir die Gleichung noch vereinfachen. Die Gröfse $m\frac{dx}{dt}\delta x$ ändert je nach der Phase, in welcher sich der Punkt befindet, ihren Werth. Da aber zu einer bestimmten Zeit die zu der Gruppe gehörigen Punkte verschiedene Phasen haben, und die Anzahl der Punkte, aus welchen die Gruppe besteht, so grofs ist, dafs man zu jeder Zeit alle Phasen als gleichmäfsig vertreten ansehen kann, so wird die auf alle diese Punkte bezogene Summe

$$\Sigma m\frac{dx}{dt}\delta x$$

ihren Werth im Verlauf der Zeit nicht merklich ändern. Dasselbe gilt für jede andere Gruppe von Punkten gleicher Art und gleicher Bewegung, und wir können daher die vorige Summe sofort auf alle Punkte unseres Systemes beziehen, und die so vervollständigte Summe ebenfalls als constant betrachten. Wir erhalten also die Gleichung:

$$\text{(25)} \qquad \frac{d}{dt}\Sigma m\frac{dx}{dt}\cdot\delta x = 0.$$

Wir wollen nun die hierin angedeutete Differentiation ausführen:

$$\text{(26)} \qquad \frac{d}{dt}\Sigma m\frac{dx}{dt}\delta x = \Sigma m\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \Sigma m\frac{dx}{dt}\cdot\frac{d(\delta x)}{dt}.$$

In dem Ausdrucke $\frac{d(\delta x)}{dt}$, in welchem die Gröfse x nach einander variirt und nach t differentiirt ist, darf die Reihenfolge dieser beiden Operationen nicht vertauscht werden. Wohl aber darf dieses geschehen, wenn die Differentiation sich nicht auf die Zeit t, sondern auf die Phase φ bezieht. Wir bilden daher folgende Gleichung:

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{d(\delta x)}{d\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt},$$

oder, indem wir gemäfs der Gleichung (5) den Differentialcoëfficienten $\frac{d\varphi}{dt}$ durch den Bruch $\frac{1}{i}$ ersetzen, die Gleichung:

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{1}{i} \cdot \frac{d(\delta x)}{d\varphi}.$$

Hierin können wir an der rechten Seite die Vertauschung der Differentiation und Variation vornehmen, wodurch wir erhalten:

$$\frac{d(\delta x)}{dt} = \frac{1}{i} \delta \frac{dx}{d\varphi}.$$

Nach dieser Vertauschung führen wir an der rechten Seite wieder den Differentialcoëfficienten nach t ein, indem wir setzen:

$$\frac{dx}{d\varphi} = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{dt}{d\varphi} = i \frac{dx}{dt}.$$

Dadurch erhalten wir:

$$\begin{aligned} \frac{d(\delta x)}{dt} &= \frac{1}{i} \delta \left(i \frac{dx}{dt}\right) \\ &= \frac{1}{i} \left(i \delta \frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt} \delta i\right) \\ &= \delta \frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt} \delta \log i. \end{aligned}$$

Durch Anwendung dieser Gleichung geht die Gleichung (26) über in:

$$(27) \quad \frac{d}{dt} \Sigma m \frac{dx}{dt} \delta x = \Sigma m \frac{d^2x}{dt^2} \delta x + \Sigma m \frac{dx}{dt}\left(\delta \frac{dx}{dt} + \frac{dx}{dt} \delta \log i\right)$$
$$= \Sigma m \frac{d^2x}{dt^2} \delta x + \Sigma \frac{m}{2} \delta \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \Sigma m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta \log i.$$

Da der hier an der linken Seite stehende Differentialcoëfficient gemäſs (25) gleich Null ist, so erhalten wir hieraus:

$$(28) \quad -\Sigma m \frac{d^2x}{dt^2} \delta x = \Sigma \frac{m}{2} \delta \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \Sigma m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta \log i.$$

Ebenso können wir für die beiden anderen Coordinaten folgende Gleichungen bilden:

$$(28a) \quad -\Sigma m \frac{d^2y}{dt^2} \delta y = \Sigma \frac{m}{2} \delta \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \Sigma m \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \delta \log i.$$

$$(28b) \quad -\Sigma m \frac{d^2z}{dt^2} \delta z = \Sigma \frac{m}{2} \delta \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \Sigma m \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \delta \log i.$$

Indem wir diese drei Gleichungen addiren, und dabei die Gleichung

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2=v^2$$

berücksichtigen, kommt:

$$(29)\quad -\Sigma m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\delta x+\frac{d^2y}{dt^2}\delta y+\frac{d^2z}{dt^2}\delta z\right)=\Sigma\frac{m}{2}\delta(v^2)+\Sigma mv^2\delta\log i.$$

In dieser Gleichung ersetzen wir nun die Produkte $m\frac{d^2x}{dt^2}$, $m\frac{d^2y}{dt^2}$, $m\frac{d^2z}{dt^2}$ durch die Kraftcomponenten X, Y, Z, wodurch sie übergeht in:

$$(30)\quad -\Sigma(X\delta x+Y\delta y+Z\delta z)=\Sigma\frac{m}{2}\delta(v^2)+\Sigma mv^2\delta\log i.$$

Die so umgestaltete linke Seite der Gleichung haben wir noch einer näheren Betrachtung zu unterwerfen.

12. Da der Voraussetzung nach die in dem Systeme wirkenden Kräfte ein Ergal haben, so ist in allen solchen Fällen, wo beim Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere das Ergal sich nur insofern ändert, wie es durch die veränderte Lage der Punkte bedingt wird, die linke Seite der vorigen Gleichung einfach die Variation des Ergals, und stellt als solche die beim Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere gethane Arbeit dar, welche wir mit δL bezeichnet haben. Wenn dagegen das Ergal noch eine weitere Veränderung erleidet, welche, wie oben gesagt, mathematisch dadurch ausgedrückt werden kann, dafs das Ergal eine Gröfse enthält, die zwar bei jeder stationären Bewegung constant ist, aber beim Uebergange aus der einen stationären Bewegung in die andere ihren Werth ändert, so müssen noch die besonderen Umstände, unter denen dieses geschieht, berücksichtigt werden.

Für einen einzelnen bewegten materiellen Punkt ergiebt sich aus unseren früheren Betrachtungen, dafs die Arbeit δL davon abhängt, in welcher Phase der Punkt sich in dem Momente befindet, wo die Aenderung des Ergals eintritt. Dagegen haben wir auch weiter gesehen, dafs bei einer grofsen Anzahl von Punkten, welche sich in verschiedenen Phasen befinden, so dafs in dem Momente der Aenderung

des Ergals als Phasen gleichmäfsig vertreten sind, für den auf alle Punkte bezüglichen Mittelwerth jener Unterschied verschwindet, und dafs man daher, soweit es sich um den Mittelwerth handelt, die nur *durch die Lagenänderung der Punkte* bedingte Variation des Ergals als den Ausdruck der Arbeit δL betrachten kann.

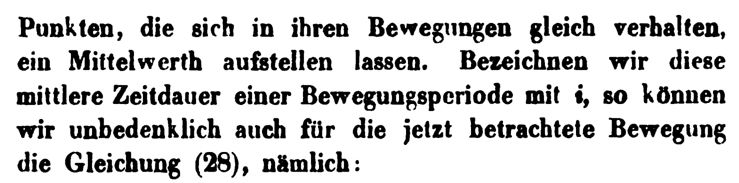
Ein solcher Fall ist unser gegenwärtiger, wo wir es bei jeder vorkommenden Bewegungsart mit sehr vielen Punkten zu thun haben, die sich in den verschiedensten Phasen befinden, und wir können daher die linke Seite der obigen Gleichung einfach durch δL ersetzen, wodurch wir erhalten:

$$(31) \qquad \delta L = \Sigma \frac{m}{2} \delta (v^2) + \Sigma m v^2 \delta \log i.$$

13. In der vorstehenden Ableitung war die specielle Voraussetzung gemacht, dafs alle Punkte geschlossene Bahnen beschreiben. Wir wollen nun diese Voraussetzung fallen lassen und nur an der Annahme, dafs die Bewegung stationär sey, festhalten.

Da bei Bewegungen, die nicht in geschlossenen Bahnen stattzufinden brauchen, der Begriff der Umlaufszeit im wörtlichen Sinne nicht mehr anwendbar ist, so fragt es sich, ob vielleicht ein anderer entsprechender Begriff an dessen Stelle zu setzen ist.

Dazu betrachten wir zunächst von den Bewegungen nur die auf eine bestimmte Richtung bezügliche Componente, z. B. die Componente nach der x-Richtung unseres Coordinatensystems. Dann haben wir es einfach mit abwechselnden Bewegungen nach der positiven und negativen Seite zu thun, und wenn dabei auch im Einzelnen in Bezug auf Elongation, Geschwindigkeit und Zeitdauer noch mannichfache Verschiedenheiten vorkommen, so liegt es doch im Begriffe einer stationären Bewegung, dafs im Grofsen und Ganzen in der Art, wie dieselben Bewegungszustände sich wiederholen, eine gewisse Gleichförmigkeit herrscht. Demnach mufs sich für die Zeitintervalle, innerhalb deren die Wiederholungen stattfinden, bei jeder Gruppe von



Punkten, die sich in ihren Bewegungen gleich verhalten, ein Mittelwerth aufstellen lassen. Bezeichnen wir diese mittlere Zeitdauer einer Bewegungsperiode mit i, so können wir unbedenklich auch für die jetzt betrachtete Bewegung die Gleichung (28), nämlich:

$$-\Sigma m \frac{d^2 x}{dt^2} \delta x = \Sigma \frac{m}{2} \delta \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \Sigma m \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 \delta \log i$$

als gültig ansehen.

Entsprechende Gleichungen lassen sich auch hier für die y- und z-Richtung bilden, und zwar wollen wir annehmen, daſs die Bewegungen nach den verschiedenen Coordinatenrichtungen soweit untereinander übereinstimmen, daſs wir bei jeder Gruppe von Punkten der Gröſse $\delta \log i$ für alle drei Coordinatenrichtungen einen gemeinsamen Werth zuschreiben können. Wenn wir dann mit den drei so gebildeten Gleichungen ebenso verfahren, wie oben mit den Gleichungen (28), (28a) und (28b), so gelangen wir wieder zu der dort unter (31) angeführten Gleichung:

$$\delta L = \Sigma \frac{m}{2} \delta (v^2) + \Sigma m v^2 \delta \log i.$$

14. Für die weitere Behandlung dieser Gleichung tritt dadurch eine Schwierigkeit ein, daſs bei den Punkten der verschiedenen Gruppen sowohl die Geschwindigkeit v, als auch die mit i bezeichnete Zeitdauer einer Bewegungsperiode verschieden seyn kann, und daſs sich daher diese beiden unter dem letzten Summenzeichen vorkommenden Gröſsen nicht ohne Weiteres trennen lassen. Indessen unter Zuhülfenahme einer nahe liegenden Voraussetzung wird die Trennung möglich, und wir gelangen dadurch zu einer sehr einfachen Form der Gleichung.

Da die verschiedenen zu unserem Systeme gehörenden materiellen Punkte in Wechselwirkung unter einander stehen, so kann nicht die lebendige Kraft einer Gruppe von Punkten sich ändern, während die lebendigen Kräfte der anderen noch vorhandenen Gruppen ungeändert bleiben, sondern durch die Veränderung der einen lebendigen Kraft wird auch die Veränderung der anderen lebendigen Kräfte

bedingt, indem sich immer erst wieder ein gewisses Gleichgewicht zwischen den lebendigen Kräften der verschiedenen Punkte herstellen mufs, bevor der neue Zustand stationär bleiben kann. Wir wollen nun für die Bewegung, welche wir Wärme nennen, die Voraussetzung machen, das Gleichgewicht bilde sich immer in der Weise, dafs zwischen den lebendigen Kräften der verschiedenen Punkte ein festes Verhältnifs bestehe, welches sich bei jeder vorkommenden Aenderung der gesammten lebendigen Kraft wieder herstelle. Dann läfst sich die mittlere lebendige Kraft jedes Punktes durch ein Product von der Form mcT darstellen, worin m die Masse des Punktes und c eine andere für jeden Punkt bestimmte Constante ist, während T eine veränderliche Gröfse bedeutet, welche für alle Punkte gleich ist. Durch Einsetzung dieses Productes an der Stelle von $\frac{m}{2}v^2$ geht die vorige Gleichung über in:

$$\delta L = \Sigma mc\delta T + \Sigma 2mcT\delta \log i. \tag{32}$$

Hierin kann die Gröfse T als gemeinsamer Factor aus der zweiten Summe herausgenommen werden. Wir könnten auch die Variation δT aus der ersten Summe herausnehmen, indessen können wir sie auch unter dem Summenzeichen stehen lassen. Es kommt also:

$$\begin{aligned} dL &= \Sigma mc\delta T + T\Sigma 2mc\delta \log i \\ &= T\left(\Sigma mc\frac{\delta T}{T} + \Sigma 2mc\delta \log i\right) \\ &= T(\Sigma mc\delta \log T + \Sigma 2mc\delta \log i), \end{aligned} \tag{33}$$

oder, wenn wir beide Summen in Eine zusammenfassen, und das Variationszeichen vor das Summenzeichen setzen:

$$\delta L = T\delta\Sigma mc(\log T + 2\log i),$$

wofür wir endlich noch schreiben können:

$$\delta L = T\delta\Sigma mc\log(Ti^2). \tag{34}$$

15. Diese letzte Gleichung stimmt, wenn wir unter T die absolute Temperatur verstehen, vollständig mit der für die Wärme aufgestellten Gleichung (1)

$$dL = \frac{T}{A} dZ$$

überein, um deren auf mechanische Principien gegründete Erklärung es sich handelte. Die durch das Zeichen Z repräsentirte *Disgregation* des Körpers wird hiernach durch den Ausdruck

$$A \Sigma mc \log (Ti^2)$$

dargestellt.

Es ist leicht, auch die Uebereinstimmung mit einer anderen Gleichung der mechanischen Wärmetheorie nachzuweisen.

Denken wir uns, dafs unserem Systeme von bewegten materiellen Punkten durch eine vorübergehende äufsere Einwirkung lebendige Kraft mitgetheilt und es dann wieder sich selbst überlassen werde, so kann diese mitgetheilte lebendige Kraft zum Theil zur Vermehrung der im Systeme vorhandenen lebendigen Kraft dienen und zum Theil zu mechanischer Arbeit verbraucht werden. Man kann daher, wenn δq die mitgetheilte lebendige Kraft und h die in dem Systeme vorhandene lebendige Kraft bezeichnet, schreiben:

$$\begin{aligned} \delta q &= \delta h + \delta L. \\ &= \delta \Sigma mc T + \delta L \\ &= \Sigma mc \delta T + \delta L. \end{aligned}$$

Setzen wir hierin für δL seinen Werth aus (33), so kommt:

$$\begin{aligned} \delta q &= \Sigma 2mc \delta T + T \Sigma 2mc \delta \log i \\ &= T(\Sigma 2mc \delta \log T + \Sigma 2mc \delta \log i) \\ &= T \Sigma 2mc \delta \log (Ti) \end{aligned}$$

oder anders geschrieben:

$$\text{(35)} \qquad \delta q = T \delta \Sigma 2mc \log (Ti).$$

Diese Gleichung entspricht der in meiner Abhandlung »über einige für Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie«[1]) unter (59) angeführten Gleichung. Multiplicirt man nämlich die vorige Gleichung auf beiden Seiten mit A, (dem calorischen Aequi-

1) Pogg. Ann. Bd. 125, S. 353 und Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie Bd. II, S. 1.

valente der Arbeit), und setzt dann für das Product $A\delta q$, welches die mitgetheilte lebendige Kraft nach Wärmemaafs gemessen darstellt, das Zeichen δQ, und führt ferner die Gröfse S ein mit der Bedeutung

$$S = A\Sigma 2mc \log(Ti), \tag{36}$$

so geht die vorige Gleichung über in:

$$\delta Q = T\delta S. \tag{37}$$

Die hierin vorkommende Gröfse S ist diejenige, welche ich die *Entropie* des Körpers genannt habe.

In der letzten Gleichung können wir die Variationszeichen auch durch Differentialzeichen ersetzen, da von den beiden früher neben einander betrachteten Vorgängen (der Veränderung während einer stationären Bewegung und dem Uebergange aus einer stationären Bewegung in eine andere), zu deren Unterscheidung zwei Zeichen nothwendig waren, der erstere jetzt nicht mehr in Betracht kommt. Dividiren wir aufserdem noch die Gleichung durch T, so lautet sie:

$$\frac{dQ}{T} = dS.$$

Denken wir uns diese Gleichung für einen Kreisprocefs integrirt, und berücksichtigen dabei, dafs S zu Ende des Kreisprocesses denselben Werth hat, wie zu Anfang, so erhalten wir:

$$\int \frac{dQ}{T} = 0. \tag{38}$$

Dieses ist die Gleichung, welche ich zuerst im Jahre 1854 als Ausdruck des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie für umkehrbare Kreisprocesse veröffentlicht habe [1]). Damals habe ich sie aus dem Grundsatze, *dafs die Wärme nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen kann*, abgeleitet. Später [2]) habe ich dieselbe Gleichung noch auf einem anderen,

1) Pogg. Ann. Bd. 93, S. 481 und Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie Bd. I, S. 127.

2) Pogg. Ann. Bd. 116, S. 73 und Abhandlungen über die mechanische Wärmetheorie Bd. I, S. 242.

von jenem sehr verschiedenen Wege abgeleitet, nämlich aus dem oben angeführten Gesetze, *dafs die Arbeit, welche die Wärme bei einer Anordnungsänderung eines Körpers thun kann, der absoluten Temperatur proportional ist,* in Verbindung mit der Annahme, *dafs die in einem Körper wirklich vorhandene Wärme nur von seiner Temperatur und nicht von der Anordnung seiner Bestandtheile abhänge.* Dabei betrachtete ich den Umstand, dafs man auf diese Art zu der schon anderweitig bewiesenen Gleichung gelangen konnte, als eine Hauptstütze jenes Gesetzes. Die vorstehende Auseinandersetzung zeigt nun, wie jenes Gesetz, und mit ihm der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, sich auf allgemeine mechanische Principien zurückführen läfst.

VII. *Ueber die Gränzen der Gültigkeit des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes; von Dr. A. von Waltenhofen in Prag.*

(Aus dem 61. Bande der Sitzungsberichte der Wiener Akademie der Wissenschaften vom Verfasser mitgetheilt.)

Seit die allgemeine Gültigkeit dieses Gesetzes durch die Nachweisung der magnetischen Sättigung widerlegt worden ist, hat man die innerhalb gewisser Gränzen unstreitig stattfindende Proportionalität von Magnetismus und Stromstärke in der Weise mit den Ergebnissen der neueren Untersuchungen in Einklang zu bringen gesucht, dafs man dieselbe als einen für kleine Stromstärken auch nach der Müller'schen Formel sich ergebenden speciellen Fall betrachtete. — So sagt Müller (»Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik«, S. 501) über das von Lenz und Jacobi aufgestellte Gesetz: »Innerhalb dieser Gränzen« — nämlich »für dicke Stäbe und schwächere Ströme« — »fällt ihr Gesetz mit dem von mir aufgestellten zusammen«.

Ich habe aber schon in meiner ersten Abhandlung über die Müller'sche Formel gezeigt, *dafs das Lenz-Jacobi'sche Gesetz eine viel ausgedehntere Geltung hat, als ihm durch diese Unterordnung unter das Müller'sche angewiesen wurde*, indem ich nachwies (Sitzungsberichte Bd. 52, S. 107), dafs eine vom Ursprunge der Coordinaten durch den Punkt der halben Sättigung gezogene Gerade [1]) der empirischen Curve der magnetischen Intensitäten sehr nahe kommt und zwar *näher als die nach der Müller'schen Gleichung berechnete Curve*, — oder, mit anderen Worten, dafs diese Gerade den Beobachtungen sich besser anschliefst, als das durch diese Gerade abgeschnittene Segment der Müller'schen Curve.

Ich habe dieses Verfahren damit begründet, dafs nämlich der Wendepunkt der magnetischen Intensitätscurve [2]), bis

1) Um dieselbe zu construiren errichtet man für die Abscisse $x = \alpha\gamma^{\frac{3}{4}}$ die Ordinate $y = 45\beta\gamma$, wenn α und β die Constanten der Müller'schen Formel und γ das Stabgewicht bedeuten, und verbindet den so bestimmten Punkt mit dem Ursprunge der Coordinaten.

2) Das Stück der Intensitätscurve vom Anfangspunkte der Coordinaten bis zum Wendepunkte habe ich in der ersten Abhandlung meiner »elektromagnetischen Untersuchungen« (Sitzungsberichte der Wiener Akademie, Bd. 52) die »Anomalie« genannt, weil es eben die Abweichung von der Müller'schen Formel charakterisirt, habe jedoch S. 92 jener Abhandlung auch ausdrücklich hervorgehoben, dafs diese sogenannte Anomalie keineswegs in ihrer ganzen Ausdehnung convex gegen die Abscissenaxe erscheint, sondern vielmehr aus einem convexen *und einem merklich geradlinigen* Theile besteht. Wenn also Dub in einer vor Kurzem erschienenen Abhandlung (Pogg. Ann. Bd. 133) hervorhebt, dafs die Werthe $\frac{y}{x}$ nicht nur ein Zu- und Abnehmen, sondern auch ein Constantbleiben zeigen, so ist darin kein Widerspruch, sondern nur eine Bestätigung meiner eigenen Beobachtungen und Behauptungen. Dafs unter den für meine Versuche berechneten Quotienten $\frac{y}{x}$ die constanten Werthe weniger zahlreich erscheinen als bei Dub, hat seinen Grund darin, weil bei meinen Versuchen die successive angewendeten Stromstärken in einem viel rascheren Verhältnisse wachsen und daher viel gröfsere Ordinaten-Intervalle bedingen als es bei Dub's Versuchen der Fall ist.

zu welchem dieselbe eben sehr wenig von einer Geraden abweicht, in der Regel dem Punkte der halben Sättigung nahe liegt und im Allgemeinen zwischen den Ordinaten gelegen ist, *welche einem Drittel und der Hälfte des magnetischen Maximums entsprechen* [1]).

Seither haben meine Untersuchungen über die Gränzen der Magnetisirbarkeit ein gröfseres magnetisches Maximum für die Gewichtseinheit als das damals angenommene herausgestellt [2]), was — wie ich in der bezüglichen Abhandlung (Diese Ann. Bd. 137) auch angedeutet habe — eine andere Bezeichnung der Lage des Inflexionspunktes und somit auch der Proportionalitätsgränze von Magnetismus und Stromstärke bedingen würde.

Um dabei mit gröfserer Sicherheit vorzugehen, habe ich jedoch auch neuerdings Rechnungen über den Verlauf der Werthe $\frac{y}{x}$ in einer gröfseren Anzahl vorliegender Beobachtungen angestellt und dabei nicht nur eigene Versuchsresultate benutzt, sondern auch einige von denjenigen mit einbezogen, welche Dub in seiner kürzlich erschienenen Abhandlung: »Ueber das Eintreten des Sättigungszustandes der Elektromagnete« (Pogg. Ann. Bd. 133) mitgetheilt hat.

Ich will gleich von vornherein bemerken, dafs die nachstehenden Resultate dieser Rechnungen zeigen: *Dafs meine ursprüngliche Angabe der Lage des Inflexionspunktes oder der Gränze der Gültigkeit des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes, nämlich bis zu Magnetisirungen zwischen* $\frac{1}{3}$ *und* $\frac{1}{2}$ *des magnetischen Maximums aufrecht bleibt* und auf den neu berechneten Werth dieses Maximums bezogen sogar genauer ist als mit Beziehung auf den früher angenommenen, was eben in einer geringeren Genauigkeit und Ausdehnung der diefsbezüglichen früheren Rechnungen begründet ist.

Wenn man aus meinen Versuchen mit den Stäben No. 1 bis No. 5 meiner Abhandlung S. 100 und 101 des 52. Ban-

1) Sitzungsberichte der Wiener Akademie, Bd. 52, S. 105 und Bd. 48, S. 544.

2) Nämlich 2100 statt 1680 absolute Einheiten per Milligramm.

des der Sitzungsberichte die Quotienten $\frac{y}{x}$ berechnet und bei den (in nachstehender Tabelle grofsgedruckten) Werthen stehen bleibt, mit welchen eine entschiedene Abnahme dieser Quotienten eintritt, so gelangt man zu folgenden Resultaten, welchen unter der Bezeichnung »letzte Ordinate« auch die Werthe von y beigefügt sind, welche für jeden Stab dem zuletzt angeführten Quotienten $\frac{y}{x}$ zu Grunde liegen. Der Mittelwerth dieser letzten und der nächst vorhergehenden Ordinate ist als »Ordinate des Wendepunktes«, nämlich als diejenige magnetische Intensität angenommen worden, bis zu welcher Proportionalität zwischen Magnetismus und Stromstärke stattfand. Durch Vergleichung dieses Werthes mit dem unter der Aufschrift »theoretisches Maximum« beigefügten aus dem Gewichte des betreffenden Stabes berechneten Gränzwerthe der Magnetisirbarkeit (2,1 Millionen absolute Einheiten per Gramm gerechnet) ergaben sich die für jeden Stab in der untersten Zahlenreihe beigefügten Sättigungsprocente, bis zu welchen das Lenz-Jacobi'sche Gesetz Geltung hatte.

Werthe von x	Werthe von $\frac{y}{x}$ für die Stäbe				
	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5
1	0,393	0,549	0,640	0,595	0,823
2	0,366	0,549	0,686	0,686	0,910
3	**0,289**	0,549	0,702	0,710	0,912
4	—	0,560	0,698	0,721	0,904
5	—	**0,507**	**0,622**	0,733	0,917
6	—	—	—	0,710	0,941
7	—	—	—	0,708	0,922
8	—	—	—	**0,668**	0,956



Werthe von x	Werthe von $\frac{y}{x}$ für die Stäbe				
	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5
9	—	—	—	—	0,953
10	—	—	—	—	0,933
15	—	—	—	—	0,806
Letzte Ordinate . . .	0,869	2,536	3,113	5,342	12,089
Ordinate des Wendepunktes	0,800	2,389	2,952	5,148	10,712
Theoretisches Maximum .	1,62	5,67	6,11	12,01	21,21
Sättigungs-Procente . .	$49\frac{3}{8}$	$42\frac{1}{8}$	$48\frac{3}{8}$	$43\frac{7}{8}$	$55\frac{5}{8}$

Die aus der oben citirten Abhandlung von Dub entnommenen Versuche [1]), welche ich ebenfalls für diesen Zweck benutzen konnte, beziehen sich auf 5 Stäbe von 12 Zoll Länge und von den Durchmessern $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$ und $\frac{5}{8}$ Zoll. Die in nachstehender Tabelle für x und y angeführten Zahlen sind Dub's Abhandlung entnommen, jedoch durchaus mit 10 multiplicirt. Als Ordinate des Wendepunktes habe ich nicht das Mittel zwischen zwei Ordinaten wie oben, sondern einfach die dem ersten abnehmenden Quotienten $\frac{y}{x}$ entsprechende angenommen, weil hier die Intervalle so klein sind, dafs mir eine Interpolation nicht nöthig schien. Die grofsgedruckten Quotienten $\frac{y}{x}$, mit welchen deren Abnahme eintritt, sind die von Dub selbst als solche hervorgehoben.

1) Pogg. Ann. Bd. 133, S. 64 und 65.

Werthe von x	Werthe von $\frac{y}{x}$ für die Stäbe				
	No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	No. 5
0,524	0,850	1,691	2,025	2,215	2,723
0,875	0,849	1,671	2,041	2,279	2,779
1,228	0,809	1,693	2,030	2,386	2,724
1,583	0,697	1,684	2,042	2,393	2,730
1,944	0,625	1,437	2,039	2,372	2,778
2,309	—	1,292	1,904	2,388	2,859
2,679	—	1,176	1,760	2,366	2,850
3,057	—	1,066	1,613	2,322	2,868
3,640	—	0,952	1,355	2,142	2,846
4,245	—	0,845	1,279	2,038	2,735
Letzte Ordinate . . .	0,743	2,667	3,964	6,340	10,360
Theoretisches Maximum .	2,20	6,20	9,00	15,99	24,97
Sättigungs-Procente . .	34%	43%	44%	40%	42%

Man sieht aus den angeführten Zahlen, dafs die Sättigungsprocente, bei welchen die Abnahme der Quotienten $\frac{y}{x}$ eingetreten ist, nicht unter 34 Proc. und nicht über 55 Proc. gehen.

Diefs bestätigt sonach neuerdings meine ursprüngliche Angabe, dafs der Wendepunkt, welcher die Proportionalitätsgränze für Magnetismus und Stromstärke bezeichnet, zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ des magnetischen Maximums gelegen ist. Man kann daher in runder Zahl wohl sagen, dafs das Lenz-Jacobi'sche Gesetz bis zu Sättigungsgraden von 30 Proc. bis 50 Proc. Geltung hat.

Nach meinen Erfahrungen liegt diese Gränze in den meisten Fällen viel näher bei 50 Proc., und zwar so nahe,

dafs man als Regel annehmen kann: Das Lenz-Jacobi'sche Gesetz gelte bis zur halben Sättigung.

Diefs würde sich auch aus den Versuchen von Dub deutlicher herausgestellt haben, wenn man bei der Bestimmung der Gränzwerthe bis zu jenen Werthen von $\frac{y}{x}$ gegangen wäre (wie ich es bei meinen Versuchsresultaten durchgeführt habe), bei welchen zuerst eine *bedeutende* Abnahme eintritt, während Dub schon die geringsten, noch keine erheblichen Abweichungen von der Proportionalität bedingenden und z. B. in einer graphischen Darstellung noch gar nicht merklichen Abnahmen berücksichtigt hat.

Nicht unbedeutend sind jedoch in vielen Fällen die bei geringen Magnetisirungen stattfindenden Zunahmen der Quotienten $\frac{y}{x}$ welche ein genaues Zutreffen des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes nicht selten auf das Intervall zwischen 10 Proc. und 50 Proc. des theoretischen Maximums einschränken.

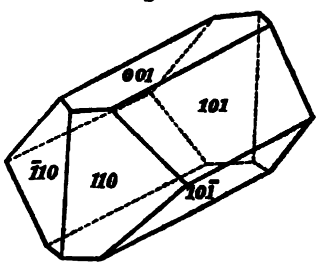
VIII. *Ueber Chlorzinkammon in Leclanché's Braunstein-Elementen; von E. Priwoznik.*

Nach Beendigung einiger Versuche mit der in neuerer Zeit vielfach empfohlenen galvanischen Kette von Leclanché, welche im Mai 1870 ausgeführt wurden, fanden sich in den hiezu benutzten Bechern schon nach fünftägigem, jedoch nicht unterbrochenen Gebrauche glasglänzende Krystalle, welche nach allen Eigenschaften Chlorzinkammon sind. Marignac[1]) erhielt dieses Salz durch Versetzen einer concentrirten Lösung von Chlorzink mit Ammon bis zum Verschwinden des im ersten Momente entstandenen Niederschlages und Verdunsten an der Luft. Die Bildung

1) *Annal. d. Mines Ser. V*, *T.* 12, *p.* 8.

einer zweiten perlmutterglänzenden Verbindung, welche mehr Ammoniak enthält und die erste begleitet, konnte in den Elementen nicht beobachtet werden.

Die krystallographische Untersuchung der in der Batterie entstandenen Krystalle, welche Prof. Ditscheiner ausführte ergab:



Krystallform, prismatisch
$a : b : c = 1 : 0,9523 : 0,9179.$
Beobachtete Flächen:
110 . 101 . 001

		Ditscheiner. beob.	ber.	Marignac.
110 . 110	=	87° 12′ *	—	87° 20′
110 . 110	=	92 43	92° 48′	—
110 . 101	=	62 20	62 12	62 13
101 . 101	=	85 5 *	—	85 4
101 . 101	=	94 58	94 55	94 56
101 . 001	=	42 30	42 33	—

Diese Messungen stimmen also genau mit denen von Marignac an den, nach der oben angegebenen Methode dargestellten Krystallen, überein.

Ebenso erweist sich dieser Körper durch die chemische Analyse identisch mit der Verbindung von Marignac:

I. 0,2805 Grm. Substanz gaben 0,471 Grm. Chlorsilber entsprechend 0,1166 Grm. Chlor. 0,326 Grm. Substanz gaben 0,300 Grm. schwefelsaures Zinkoxyd [1]) oder 0,1213 Grm. Zink.

1) Das schwefelsaure Zinkoxyd giebt, wie bekannt, in der Rothgluth nur schwer die Schwefelsäure ab. 0,8438 Grm. wasserfreies Salz, welche 0,429 Grm. Schwefelsäure enthalten, verloren erst nach einer halben Stunde in bedeckter Platinschale über dem Gasgebläse 0,169 Grm. Die Bestimmung des Zinkes als schwefelsaures Zinkoxyd ist daher mit der Vorsicht, daſs man nur nahe zur Rothgluth erhitzt, bei allen Substanzen empfehlenswerth, welche neben Zink nur flüchtige Körper enthalten.

II. 0,487 Grm. Substanz gaben 0,824 Grm. Chlorsilber, entsprechend 0,2038 Grm. Chlor.

	Berechnet	Gefunden	
		I.	II.
Zn	38,31	37,20 [1]	—
Cl_2	41,71	41,53	41,85
$(H_3N)_2$	19,98	—	—
	100,00.		

Die Abwesenheit von Krystallwasser wurde nach Marignac durch die Gewichtszunahme ermittelt, welche die Verbindung erfährt, wenn man sie durch Zusatz von Salzsäure in $ZnCl_2(H_4NCl)_2$ [2]) verwandelt und die überschüssige Säure verdunstet:

0,6735 Grm. Substanz nahmen um 0,279 Grm. zu d. i. 41,42 Proc.; die Rechnung ergiebt 42,89 Grm., Marignac fand 41,7 Grm. Aus dem Hydrate $ZnCl_2(H_3N)_2 + \frac{1}{2}H_2O$, welches Kane beschrieben, berechnet sich die Zahl 35,71 [3]).

Die Verbindung ist also $ZnCl_2(H_3N)_2$ und der chemische Procefs, welcher in der Kette stattfindet, wird durch die Gleichung

$$2H_4NCl + Zn + 2MnO_2 = 2H_3N + ZnCl_2 + Mn_2O_3 + H_2O$$

dargestellt, wenn man annimmt, dafs Manganoxyd gebildet werde. Das Auftreten von freiem Ammon beweist, dafs die chemische Verbindung desselben mit dem Chlorzink nur langsam und erst dann erfolgt, wenn beide in gröfserer Menge vorhanden sind.

Diefs stimmt mit den Erfahrungen von Leclanché und J. Müller überein, nach welchen der Braunstein in Folge

1) Marignac fand 37,28.

2) Zn = 65,2.

3) Die Identität der Eigenschaften dieses Hydrates mit jenen des wasserfreien Salzes, die Schwierigkeit, das letztere hinreichend rein zu erhalten, und der Umstand, dafs Kane's Methode der Darstellung von jener Marignac's nicht wesentlich abweicht und in Kane's Analyse die Zahl für den Wassergehalt fehlt, machen indefs das Nichtbestehen dieses Hydrates mehr als wahrscheinlich.

einer Reduction bei längerem Gebrauche der Kette seine Wirksamkeit verliert.

Die Einrichtung der Elemente, in welchen die Bildung dieser Verbindung beobachtet wurde, unterscheidet sich von jener, an welcher J. Müller [1]) die Bestimmung der Constanten vornahm, dadurch, dafs statt des porösen Thoncylinders, eine Thonplatte von gleicher Beschaffenheit, den elektro-positiven von dem elektro-negativen Bestandtheil trennt. Das Gemenge von Braunstein und Kohle ist mit einer Harzmischung bedeckt, welche dieses Gemenge und den Kohlenstab fixirt und das freiwerdende Ammoniak zwingt seinen Weg durch das Diaphragma zu nehmen.

Bei kurzer Schliefsung der Kette findet man schon nach mehreren Tagen die Zinkstäbe, Zellenwände und Diaphragmen mit glasglänzenden wohlausgebildeten Krystallen besetzt und die Stromstärke auf ein Minimum reducirt.

8 Elemente von mittlerer Gröfse, welche zu einem Plattenpaar vereinigt, an einer Tangentenbussole einen Ausschlag von 12°,5 gaben, zeigten nach Verlauf von etwa 40 Stunden, während welcher Zeit die Kette geschlossen blieb, nur mehr 0°,4. Nach Entfernung der Krystalle (am besten mit Hülfe von verdünnter Salzsäure, weil mit Wasser allein unlösliches $Zn\,Cl_2\ 6\,Zn\,O$ entsteht) war der Ausschlag 7°. Spätere Versuche mit derselben Kette ergaben dieselbe Abnahme der Stromstärke schon nach 8 Stunden.

Es mufs bemerkt werden, dafs hiebei die Vorschrift von Leclanché [2]), das Zink zu amalgamiren, weil dann das Ansetzen von Krystallen (über die derselbe nichts näheres anführt) erschwert werden soll, wohl beachtet wurde.

Oefterer Zusatz von verdünnter Salzsäure bis zur Neutralisation des freien Ammoniaks ist ein Mittel das Anschiefsen dieser Krystalle zu verzögern und der raschen Abnahme der Stromstärke beim Gebrauche der Kette entgegen zu wirken.

Wien, Chem. Laboratorium am K. K. Hauptmünzamte.

1) Pogg. Ann. 1870. No. 6, S. 308.
2) Dingler's polyt. Journ. Bd. CLXXXVIII, S. 97.

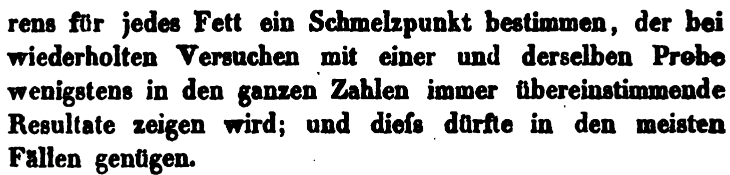
IX. *Ueber die Bestimmung der Schmelz- und Erstarrungstemperatur bei den Fetten; von Dr. Th. Wimmel in Hamburg.*

Dieses Thema behandelt ein Aufsatz von Fr. Rüdorff im 140. Bande S. 420 dieser Analen, welcher auch auf meine in dem 133. Bande dieser Zeitschrift veröffentlichte Arbeit über denselben Gegenstand Bezug nimmt. Rüdorff meint, die bisher zur Bestimmung des Schmelzpunktes benutzten Methoden treffe sämmtlich der Vorwurf, dafs sie einen gewissen Grad der Erweichung und Beweglichkeit ihrer Theile oder des Durchsichtigwerdens für Schmelzen angeben, während man als Schmelzpunkt nur diejenige Temperatur anzusehen habe, bei welcher Wärme latent werde. Diese Ansicht ist gewifs in der Theorie richtig, ihre Richtigkeit läfst sich aber bei den Fetten — wie Rüdorff selbst zugiebt — nicht experimentell beweisen, und hat darum für die Praxis keinen Werth.

Es gelingt nicht, während des Schmelzens der Fette einen Punkt zu finden, bei welchem die Temperatur selbst nur auf kurze Zeit constant bliebe; sie steigt unausgesetzt, so während des Schmelzens, wie vor und nach demselben. Eine Absorption der zugeleiteten Wärme, wie sie bei anderen Substanzen, z. B. beim schmelzenden Eise sich zeigt, läfst sich bei den Fetten nicht bemerken.

Will man daher nicht überhaupt gänzlich auf eine Bestimmung der Schmelztemperatur bei den Fetten verzichten, so bleibt kein anderer Weg übrig, als eine der bisher zu diesem Zwecke benutzten Methoden anzuwenden, von welchen wir die von Bouis empfohlene und bei meinen zahlreichen Versuchen in etwas abgeänderter Form benutzte, die besten Dienste geleistet hat.

Wenn man unter Schmelzen die Erscheinung des Uebertretens aus dem festen in den flüssigen Zustand versteht, so läfst sich mittelst des von mir genau beschriebenen Verfah-



rens für jedes Fett ein Schmelzpunkt bestimmen, der bei wiederholten Versuchen mit einer und derselben Probe wenigstens in den ganzen Zahlen immer übereinstimmende Resultate zeigen wird; und diefs dürfte in den meisten Fällen genügen.

Rüdorff macht es dieser und allen anderen Methoden zum Vorwurf, dafs dabei das Thermometer in das zum Erwärmen des Fettes dienende Wasser gebracht werde (welcher Vorwurf übrigens die Methode von Pohl nicht trifft), während doch ohne Zweifel jene Methoden nur aus dem Grunde ausgesonnen und zur Anwendung gekommen sind, weil das gewöhnliche Verfahren des Einbringens der Thermometerkugel in das schmelzende Fett selbst, welches Rüdorff für das allein richtige hält, niemals zum Ziele führt.

Rüdorff meint ferner, es sei auffallend, dafs nach den Angaben anderer Beobachter, namentlich den meinigen, der Schmelzpunkt bei den meisten Fetten merklich höher liege als der Erstarrungspunkt, und dafs sich aus dieser Beobachtung die — seiner Meinung nach — irrige Ansicht gebildet habe, dafs die Temperatur des Schmelzens und Erstarrens bei den Fetten nicht dieselbe sey. Diese Ansicht hat nun wohl, soweit mir bekannt, so ganz bedingungslos Niemand ausgesprochen, und auch ich habe sie nur unter gewissen Einschränkungen hingestellt, aber eben so wenig dürfte es gerechtfertigt seyn, sie schlechthin als irrig zu bezeichnen; denn sie wird durch das Experiment augenscheinlich gestützt.

Alle eigentlichen Fette behalten, wenn sie durch Wärme völlig verflüssigt sind, bis mehr oder weniger weit unter den Schmelzpunkt ihre flüssige Form bei. Endlich sinkt die Temperatur längere Zeit nicht mehr, sondern bleibt constant, bis das Fett anfängt feste Form anzunehmen, worauf bei mehr und mehr zunehmender Festigkeit ein bei manchen Fetten nur geringes, bei anderen sehr beträchtliches Steigen der Temperatur eintritt. Dieser Wendepunkt in der Temperatur ist für jedes Fett ein ganz bestimmter und constanter, und es läfst sich gewifs rechtfertigen, ihn als den *na-*

türlichen Erstarrungspunkt zu bezeichnen. Dafs die Fette hierbei in dem Zustande der Ueberschmelzung sich befinden, glaube auch ich, und habe ich diese Ansicht auch ausgesprochen; denn es gelingt, wenigstens bei den meisten Fetten, durch ein ähnliches Verfahren, wie Rüdorff es bei dem Japan-Wachs angewendet und genau beschrieben hat, das Erstarren auch bei einer höheren, dem Schmelzen oft sehr nahen Temperatur hervorzurufen, wobei dann in der Regel keine Temperaturerhöhung eintritt. Nichtsdestoweniger ist dieser letztere Fall immer ein künstlich hervorgerufener, während das natürliche Verhalten das erst beschriebene ist. Dafs diefs Verhalten nur den eigentlichen Fetten, also den Substanzen eigen ist, welche bei der Verseifung Glycerin geben, ist eine Ansicht, zu welcher mich die Beobachtung geleitet hat, und die sich lediglich auf Versuche mit einer, allerdings nicht unbeträchtlichen Reihe von Fetten und fettähnlichen Substanzen stützt. Bienenwachs und Wallrath, welche nicht den Fetten im engeren Sinne angehören, zeigen beim Erstarren anfänglich ganz dasselbe Verhalten wie die Fette. Werden sie nach dem Schmelzen wieder erkältet, so tritt endlich und zwar, wenn die Temperatur bis auf den Schmelzpunkt gesunken ist, während des beginnenden Erstarrens eine länger dauernde Constanz der Temperatur ein; diese erhöht sich aber selbstverständlich *nicht* wieder während der zunehmenden Erstarrung, sondern es beginnt vielmehr, wenn die Probe durch ihre ganze Masse breiförmig geworden ist, sogleich ein fortdauerndes Sinken der Temperatur, wobei allmählig völlige Erstarrung eintritt. Bei diesen Körpern fällt also der Schmelzpunkt mit dem Erstarrungspunkt immer zusammen.

Rüdorff scheint eine Temperaturerhöhung während des Erstarrens nur bei dem Japan-Wachs und dem Rindertalg beobachtet zu haben, bei welcher die Erscheinung allerdings sehr augenfällig ist, obschon das Fett der Muskatnufs sie in noch höherem Grade zeigt. Das Analoge im Verhalten der eigentlichen Fette und der übersättigten Salzlösungen beim Erstarren ist gewifs einleuchtend, nur dürfte dabei



niemals zu übersehen seyn, dafs das, was bei diesen ein künstlich hervorgerufener, abnormer Zustand ist, bei den Fetten als der natürliche sich zeigt, während umgekehrt das natürliche Verhalten der Salzlösungen bei den Fetten nur künstlich hervorgerufen wird.

Die Fette zeigen also zwei Erstarrungspunkte, einen natürlichen und einen, den man den künstlichen nennen könnte, von welchen aber gerade der erstere, obschon er mit dem Schmelzpunkt *nicht* zusammenfällt, der constantere und leichter zu bestimmende ist. Dafs dieser bei den Angaben über das Verhalten der Fette beim Schmelzen mehr als bisher und selbst mehr als der Schmelzpunkt berücksichtigt werden möge, ist ein Wunsch, den auch ich nicht unterlasse hier auszusprechen.

Wie unzuverlässig und darum für die Praxis unbrauchbar alle früheren Angaben über den Schmelzpunkt der Fette sind, zeigt sich beim blofsen Vergleich der Zahlen, welche die einzelnen Beobachter angegeben haben. Sucht man z. B. nach Angaben über den Schmelzpunkt des Rindertalgs, so hat man die Wahl zwischen 37,6 und 59°,6 und allen Zwischenstufen. Aehnlich beim Japan-Wachs.

Die Gefahr des Irrens ist nicht zu vermeiden, wenn man nicht bei den Fetten neben dem Verhalten beim Schmelzen auch das Verhalten beim Erstarren beobachtet, und beide Erscheinungen genau auseinander hält.

X. *Bemerkung zu dem Aufsatz des Hrn. Prof. August Heller: Ueber eine Intensitätsmessung des Schalles* [1]*; von Adolpf Seebeck.*

Der Hr. Verfasser giebt in dem genannten Aufsatze eine Methode an, die er angewandt hat, um in der von Kirch-

1) Diese Ann. Bd. 141 S. 566.

hoff abgeleiteten Formel für die Schallgeschwindigkeit in Röhren

$$v = v_0 \left(1 - \frac{\gamma}{2r\sqrt{\pi . n}}\right)^{1)}$$

die Constante γ zu bestimmen. Er sagt darin S. 566. »Ueber den Werth dieser Gröfse γ wurde bisher nichts veröffentlicht, so dafs wir denselben auch nicht einmal annäherungsweise kennen«.

Ich kann nicht umhin, gegen diese Aeufserung, sowie gegen die Bestimmung von γ, welche der Hr. Verf. giebt, Einspruch zu erheben. Sowohl Hr. Schneebeli (diese Ann. Bd. 136 S. 296), als ich (Bd. 139 S. 104) haben versucht, die Constante γ zu bestimmen. Wir sind aber beide zu dem Resultat gelangt, dafs dieselbe keine Constante ist, oder mit anderen Worten, dafs jene Kirchhoff'sche Formel durch das Experiment nicht bestätigt wird.

Wir begnügten uns nämlich nicht — wie diefs Hr. Heller gethan — Versuche mit nur *einer* Röhre und *einem* Ton anzustellen, sondern wir wandten Röhren von verschiedenem Durchmesser (auch von verschiedenem Material) und Töne von verschiedener Schwingungszahl an und fanden, dafs der Verlust, den die Schallgeschwindigkeit in Röhren erleidet, zwar umgekehrt proportional dem Röhrendurchmesser, aber nicht umgekehrt proportional der Wurzel aus der Schwingungszahl des Tones ist, wie diefs jene Formel verlangt.

Die Bestimmung von γ, wie sie Hr. Heller giebt, scheint mir daher nicht einwurfsfrei, da sie voraussetzt, dafs die genannte Formel der Wirklichkeit entspreche. Ich glaube dafs diese Voraussetzung noch nicht bewiesen und nach den erwähnten Versuchen höcht unwahrscheinlich ist.

Berlin, im Februar 1871.

1) In der genannten Abhandlung ist in der Klammer durch ein Versehen: 1 — weggelassen.

XI. *Ueber die Zusammensetzung des Chabasits; von C. Rammelsberg.*

Unter gleichem Titel hat Kenngott kürzlich einen Aufsatz publicirt [1]), in welchem er meine letzten Untersuchungen über dieses Mineral und die daraus abgeleitete Constitution einer Kritik unterwirft.

Ohne eine einzige neue Thatsache beizubringen, deutet Kenngott mit Hinzuziehung der älteren Analysen die Zusammensetzung so, dafs dadurch meine Versuche als falsch erscheinen. Denn, K : Ca = 1 : 4 gesetzt, wäre nach ihm Al : Si = 1,4, Ca : Al = 8 : 9. Ich habe aber jenes = 1 : 5, dieses = 1 : 1 (bis 1,1 : 1) *gefunden* (nicht berechnet).

Es ist nicht angenehm, derartige Insinuationen zurückweisen zu müssen; im vorliegenden Fall halte ich mich jedoch für verpflichtet dazu, weil meine faktischen Resultate in Zweifel gezogen sind und zwar nicht durch Gegenversuche, sondern durch Betrachtungen von zum Theil sehr unkritischer Art.

XII. *Erwiderung an Hrn. Director Knochenhauer; von W. Feddersen.*

Die im letzten Hefte (S. 596) des vorigen Bandes dieser Annalen veröffentlichte Notiz des Hrn. Knochenhauer über meine Analyse seines Bd. 133 d. A. publicirten Aufsatzes zwingt mich nur zu wenigen Worten der Erwiderung.

Ich möchte die Geduld der Leser dieser Annalen nicht auf die Probe stellen, indem ich jene Notiz zu interpretiren und zu analysiren unternehme, nachdem ich einmal die

1) Journ. für pr. Chem. (2) 1, 123.

Analyse eines Knochenhauer'schen Aufsatzes versucht habe. (Vergl. Pogg. Ann. Bd. 139 S. 639 usw.). Ich will mich daher darauf beschränken zu bemerken, dafs ich, obschon niemals das Gewagte verkennend, was darin liegt, aus Knochenhauer's Beobachtungen zur Bestätigung einer Theorie einige Data auszuwählen, dennoch nicht im Stande bin, mich von dem »Mifsverständnifs« und der »irrigen Annahme« zu überzeugen, welche bei einem in dieser Richtung von mir gemachten Versuche nach Knochenhauer vorkommen sollen.

Wenn Hrn. Knochenhauer daran gelegen ist, dafs man in seiner »*aequivalenten Länge*« eine constante (unter Umständen auch inconstante) Zahl für ein elektrisches Leitersystem erkenne, welche sich allen und jeden Beziehungen zu den gebräuchlichen elektrodynamischen Theorien entzieht, so kann ich darin nichts ändern, möchte jedoch bezweifeln, dafs auf diesem Wege eine klarere Einsicht in die oft recht complicirten Vorgänge einer elektrischen Entladung zu erlangen sey.

XIII. *Ableitung des Wärmeverhältnisses der Gase bei constantem Druck und Volum* $\left(\frac{c}{c'}\right)$ *aus der mechanischen Wärmetheorie; von Fried. Mohr.*

Es kann diefs Verhältnifs nicht auf experimentellem Wege festgestellt werden, weil die Gase bei ihrem geringen Gewichte und geringer spec. Wärme niemals ohne den Einflufs starker und gutleitender Wände behandelt werden können. Es ist defshalb auch dieses Verhältnifs auf einem Umwege aus der wirklichen Schallgeschwindigkeit im Vergleich zur theoretischen abgeleitet, und zu 1,417 gefunden worden.

Es ist nun überall wünschenswerth, wenn solche theoretische Gröfsen auch noch auf einem anderen Wege gefunden werden können, wie die Geschwindigkeit des Lichtes aus astronomischen Beobachtungen und den Versuchen Fizeau's, das specifische Gewicht der Erde aus dem Mondumlauf und den Versuchen von Cavendish und Reich, und es ist überall sehr beruhigend, wenn solche auf ganz verschiedenem Wege gefundene Gröfsen übereinstimmen. Aus diesem Grunde versuche ich die Ableitung des Verhältnisses $\frac{c}{c'}$, aus der mechanischen Wärmetheorie.

1 Liter Luft von 0° und 760^{mm} Druck werde bei constantem Druck auf 273° C. erwärmt; es hat dann sein Volum verdoppelt, aber sein Druck ist unverändert geblieben. Denkt man sich diefs Liter in einem Cylinder von 1 Quadratcentimeter Querschnitt, so hat es die Atmosphäre um 0,1 Meter gehoben; und da der Luftdruck auf 1 Quadrat Decim. = 103,33 K° ist. So beträgt die geleistete Arbeit 10,333 K° M^t. Nun ist nach den Versuchen von Joule 424 K° M^t = 1 Wärmeeinheit, obige Leistung also $= \frac{10,333}{424}$ = 0,0244 W. E. Diese Wärme ist offenbar auf die Ausdehnung verwendet werden, weil die 273° noch als fühlbare Wärme vorhanden sind.

Die spec. Wärme der Luft bei gleichbleibendem Druck ist von Regnault zu 0,2377 derjenigen Menge Wärme gefunden worden, welche ein gleiches Gewicht Wasser um dasselbe Temperaturintervall erwärmt. Ein Liter Luft wiegt 0,001293 K° und die in der ausgedehnten Luft enthaltene Wärme beträgt

$$273 \times 0,001293 \times 0,2377 = 0,083311 \text{ W. E.}$$

Wäre die Luft bei constantem Volum auf 273° erwärmt worden, so wären jene 0,0244 W. E. weniger verbraucht worden, die auf die Ausdehnung kamen, und die darin enthaltene Wärmemenge betrüge 0,083311 — 0,0244 = 0,05941 W. E. Es ist also $\frac{c}{c'} = \frac{0,083311}{0,05941} = 1,411$, was mit der aus

der Schallgeschwindigkeit abgeleiteten Gröfse 1,417 gut stimmt.

Behalten wir die spec. Wärme bei constantem Druck = 0,2377 bei, so ergiebt sich jene bei constantem Volum, die wir als x einführen, aus der Gleichung

$$273 \times 0{,}001293\,x = 0{,}05941,$$

woraus $x = 0{,}1683$; bei Müller, Physik 6. Aufl. Bd. 2, S. 795 = 0,1686.

Würde man die auf 273° erwärmte und auf 2 Volum ausgedehnte Luft plötzlich wieder auf 1 Volum zusammendrücken, so würde sie die Temperatur 273 × 1,411 = 385,7° zeigen und man hätte dann im letzten Augenblick einen höheren Druck als 2 Atmosphären zu überwinden, da das Mariotte'sche Gesetz von jeder Temperaturveränderung absieht.

XIV. *Notiz über ein neues Mikroskop von R. Winkel; von J. B. Listing.*

(Aus d. Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen No. 14. 1870; vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Das neueste aus der Hand des hiesigen Künstlers Hrn. R. Winkel hervorgegangene für das mathematisch-physikalische Institut bestimmte Mikroskop, welches ich der K. Gesellschaft vorzuführen mir erlaube, verdient sowohl in optischer als in mechanischer Hinsicht Beachtung. Die sechs Objectivsysteme No. 1, 2, 4, 5, 7 und 8 mit Brennweiten von 20 bis 2,3^{mm} geben, verbunden mit den Ocularen No. 1, 2, 3, 5, Vergröfserungen von 45 bis 1100 mal (Sehweite 250^{mm}), und gewähren Bilder, welche sich durch Klarheit und Lichtstärke wie durch die Sorgfalt, mit welcher in ihnen die beiden Arten der Abweichungen corrigirt sind, auszeichnen. Schärfe der Zeichnung und Auflösungskraft stellen das Instrument auf gleichen Rang mit Mikros-

kopen aus den längst bewährten französischen und englischen Werkstätten, auf beiden Seiten Objectivsysteme von nahezu gleicher Brennweite vorausgesetzt. Hr. Winkel wird demnächst noch stärkere Systeme, versehen mit einer ihm eigenen Correctionsvorrichtung [1]) für die Dicke des Deckglases anfertigen, welche die Vergröfserung ohne Anwendung der Immersion bis auf 2000 zu steigern erlauben. Erwähnenswerth ist noch hinsichtlich der Verwendung der Glassorten, dafs Hr. Winkel nur möglichst niedrige, d. h. mit nur mäfsigem Bleioxydgehalt versehene Flintglassorten zu seinen Systemen verwendet, welche von der sonst so häufig vorkommenden Deteriorirung durch Einflufs von Luft und Feuchtigkeit vollkommen frei sind, und wodurch das Mikroskop vor einer oft sehr zu beklagenden Kürze der Dauer seiner Brauchbarkeit geschützt ist.

Das Corpus des Instruments hat bei möglicher Einfachheit und Solidität die Einrichtung erhalten, Verschiebungen in der Richtung der Axe ebenso scharf als bequem zu messen. In der festen Stativhülse bewegt sich mittelst Hebelrades eine zweite Hülse, welche gleichfalls verschiebbar das Rohr mit dessen Ocular-Auszug trägt. Neben den grofsen Verschiebungen, welche mit Scale und Nonius gemessen werden, dient die feine Einstellung zugleich als vertikales Schraubenmikrometer, durch welches Stellungsunterschiede des Objectivsystems bis auf 7 Zehntel eines Mikrum oder eines Tausendstel Millimeters bestimmt werden können. Ich habe dem Instrumente diese Einrichtung vornehmlich zu dem Behuf scharfer Bestimmung der Cardinalpunkte von Linsensystemen geben lassen.

1) Wobei nicht wie meistens bisher, die untere Doppellinse des Objectivsystems gegen die zwei oberen, sondern die beiden oberen gegen die feste untere bewegt wird, welches meines Erachtens eine wesentliche Erleichterung in der Handhabung der Correction während der Beobachtung gewährt.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47.

1871. ANNALEN №. 4.
DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CXLII.

I. *Pendelbeobachtungen;*
von Oskar Emil Meyer.

Durch Bessel's Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels [1]) angeregt, haben Experimentatoren und Mathematiker sich vielfach bemüht, den Einfluſs der Luft auf die Schwingungen eines Pendels genau zu bestimmen. Als wichtigstes Ziel verfolgte man die von Bessel und Dubuat [2]) erkannte Verlängerung der Dauer einer Schwingung durch die mitschwingende Luft. Indem das Pendel einen Theil seiner lebendigen Kraft verwendet, die nächste Luft mitzubewegen, werden seine eignen Schwingungen langsamer.

Weniger beachtete man, daſs aus demselben Grunde die Schwingungen des Pendels zugleich kleiner werden müssen. Die vom Pendel an die Luft abgegebene lebendige Kraft verliert sich durch die Bewegung der Luft ins weite und wird durch die Reibung der Luft vernichtet. Das Pendel muſs also fortwährend neue lebendige Kraft an die Luft abgeben. Seine Schwingungen werden folglich durch die Luft nicht allein langsamer, sondern auch immer kleiner und kleiner.

Beides hat man beobachtet. Jedoch wurde, während auf die Messung der Vergröſserung der Schwingungsdauer die gröſste Sorgfalt verwendet wurde, der stetigen Abnahme der Schwingungsbogen kaum gröſsere Beachtung geschenkt,

1) Abh. d. Berl. Akad. v. 1826. Berlin 1829.
2) *Principes d'hydraulique.* 3ième *partie, sect.* 2, *chap.* 1, 2. Aufl. 1786, 3. Aufl. 1816.

als die Reduction der Schwingungszeit auf unendlich kleine Bogen verlangte. Höchstens stellte man Interpolationsformeln ohne theoretische Begründung und von geringem praktischen Werthe auf. Dieser Mangel ist umsomehr zu bedauern, als sich aus der soeben gegebenen Erläuterung ergiebt, dafs beide Erscheinungen eng zusammenhängen. Die Verlängerung der Schwingungsdauer und die Abnahme der Schwingungsbogen müssen, als zwei Wirkungen derselben Ursache, in einer Beziehung zu einander stehen, welche einer sorgfältigen Beobachtung beider nicht entgehen kann.

In der Absicht, diese Beziehung klar zu legen, unternahm ich die in der vorliegenden Abhandlung mitgetheilten Beobachtungen.

1.

Aeltere Arbeiten.

Die gemeinsame Ursache, auf welche ich beide Erscheinungen, die Verlängerung der Schwingungsdauer und die Verringerung der Schwingungsbogen, zurückzuführen habe, bezeichnet man gewöhnlich als *Widerstand der Luft*. Die Aufgabe meiner Beobachtungen und ihrer Erklärung bestände also darin, nachzuweisen, dafs *dieselbe* Annahme über die Gröfse und das Gesetz dieses Widerstandes ausreicht, *beiderlei* Beobachtungen zu erklären.

Die seit Newton und Leibnitz gebräuchliche Theorie des Widerstandes der Medien pflegt eine eigne Widerstandskraft des Mediums anzunehmen, welche als eine Function der Geschwindigkeit des im Medium bewegten Körpers angesehen wird. Zahllose vergebliche Versuche, Beobachtungen zu erlangen, welche sich dieser Theorie anbequemen sollten, hätten längst zeigen sollen, wie hoffnungslos dieser Weg ist, das Gesetz des Widerstandes aufzufinden.

Schon d'Alembert[1]) hat richtig erkannt, dafs ein Wi-

1) *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides. Paris* 1752. Im Auszuge *Encyclopédie méthodique. Mathématiques. Tome* 2. 1785. Artikel *fluide*, S. 51.

derstand in diesem Sinne gar nicht existirt. Er besteht nur scheinbar, nur in den Augen des Beobachters, welcher, seine ganze Aufmerksamkeit dem bewegten Körper zuwendend, ihn seine Bewegung verlieren sieht, ohne die Strömungen in der umgebenden Flüssigkeit zu beachten. In Wahrheit wirkt eine Flüssigkeit auf einen sich in ihr bewegenden Körper nur durch ihren Druck auf seine Oberfläche, und der Körper auf die Flüssigkeit durch den gleichen Gegendruck. Durch diesen wird lebendige Kraft vom Körper auf die Flüssigkeit übertragen. Der Körper verliert also lebendige Kraft, und es gewinnt den Anschein, als sey dieser Verlust durch den Widerstand vernichtet.

Indessen ist, wenn es auch keinen Widerstand in jenem Sinne, keine eigene widerstehende Kraft der Flüssigkeiten giebt, der Ausdruck Widerstand nicht zu verwerfen. Er ist eine kurze Bezeichnung des Vorganges, dafs der bewegte Körper an das umgebende Medium lebendige Kraft verliert.

Der Widerstand entsteht aus verschiedenen Ursachen. Die nächstliegende scheint der Name selbst andeuten zu wollen: die Flüssigkeit *steht* wider den bewegten Körper. Dieser mufs also ihre Trägheit überwinden, er mufs ihr Geschwindigkeit abgeben, damit sie sich vor ihm fortbewege und hinter ihm nachfliefse.

Aufser diesem *Trägheitswiderstand* übt die Flüssigkeit noch durch ihre Reibung am Körper und durch ihre innere Reibung einen Widerstand aus, den wir *Reibungswiderstand* nennen können [1]). Diese beiden Arten des Widerstandes befolgen verschiedene Gesetze. Wollen wir also die Gesetze des Widerstandes durch das Experiment feststellen,

1) Dieselbe Unterscheidung zweier Arten des Widerstandes finden wir schon bei Leibnitz (*Acta eruditorum Lips.* 1689. Math. Schriften, herausg. von Gerhardt, Bd. 6, S. 135). Er unterscheidet einen absoluten Widerstand, welcher nur von der Dichtigkeit des Mediums abhängt, vom respectiven, welches aus dem Zusammenhange der Theile des Mediums entsteht. Letzteren vergleicht er mit der Reibung der Körper.

so haben wir die Beobachtungen so einzurichten, dafs der Einflufs beider Widerstände getrennt werden kann.

Durch meine Beobachtungen habe ich mich nun bemüht, beide Arten des Widerstandes für eine *schwingende Pendelkugel* zu untersuchen und zu messen; jedoch habe ich im Anschlusse an meine früheren Untersuchungen dem Reibungswiderstande besondere Aufmerksamkeit geschenkt.

Die mathematischen Theorien, welche wir über derartige Versuche besitzen, erschöpfen den Gegenstand nicht völlig. Die von Poisson [1]) entworfene berücksichtigt nur den Trägheitswiderstand und zwar unter der Voraussetzung unendlich kleiner Schwingungen. Es ergiebt sich, dafs der Trägheitswiderstand der Luft die Schwingungszeit des Pendels vergröfsert, ohne eine Abnahme der Amplituden hervorzubringen.

Zu demselben Resultate gelangten später Green [2]) und Plana [3]). Endlich hat Clebsch [4]) dasselbe Problem behandelt, ohne die Voraussetzung unendlich kleiner Schwingungen einzuführen; er berücksichtigt jedoch allein den Trägheitswiderstand und vernachlässigt den Einflufs der Reibung. Er findet in Uebereinstimmung mit Poisson, dafs auch im allgemeineren Falle endlicher Schwingungsweite durch den Einflufs der Trägheit der Luft lediglich die Schwingungszeit vermehrt werde, ohne dafs die Gröfse der Schwingungen vermindert würde.

Den Einflufs der inneren Reibung der Luft auf das Pendel hat zuerst Stokes [5]) in der Rechnung berücksichtigt. Im Anschlufs an seine Arbeit habe ich in einer kürzlich

1) *Mém. de l'Acad. de Paris. Tome* 11. 1832. *p.* 521.
2) *Transact. of the roy. soc. of Edinburgh. Vol.* 13. 1836. *p.* 54.
3) *Mem. d. l'Acad. di Torino. T.* 37. 1835.
4) Crelle's Journ. f. Math. Bd. 52. 1856. S. 119. — Eine Ungenauigkeit dieser Arbeit besteht darin, dafs die in Formel (21) eingeführte Function W nur von der Zeit abhängen soll. Sie ist vielmehr diejenige Function, welche die Bewegungen der Flüssigkeit bestimmt, welche ohne Betheiligung eines eingetauchten Körpers, hier also des Pendels, ausgeführt werden können.
5) *Transactions of the Cambridge philos. society, Vol.* 9, *Part* 2, *p.* 8.

veröffentlichten mathematischen Abhandlung [1]) dieselbe Aufgabe eingehender behandelt. Aus diesen Untersuchungen ergiebt sich ebenfalls, dafs durch die Luft die Dauer einer Pendelschwingung vergröfsert wird; diese Vermehrung der Schwingungszeit ist durch die Reibung der Luft gröfser, als sie ohne Reibung, nur durch die Trägheit der Luft seyn würde. Zugleich aber bewirkt die Reibung der Luft, dafs die Gröfse der Schwingungen des Pendels allmählich abnimmt. Werden die Schwingungen unendlich klein vorausgesetzt, so nehmen die Schwingungsbogen in geometrischer Reihe ab.

Zur Prüfung dieser Resultate der Theorie durch die Beobachtung hat Stokes die zahlreichen Beobachtungen verwandt, welche von Baily, Bessel, Coulomb und Dubuat angestellt worden sind. Seine Vergleichung zwischen Theorie und Beobachtung ergab eine sehr genaue Uebereinstimmung, besonders in Hinsicht auf die Vergröfserung der Schwingungszeit.

Jedoch ist, wie ich später aus eigenen Beobachtungen folgern konnte [2]), der Werth der Luftreibung, den Stokes aus Baily's Beobachtungen hergeleitet und zur weiteren Rechnung benutzt hat, zu klein. Dasselbe bestätigen die neuesten Messungen dieser Reibung durch Maxwell [3]). Es ist daher nicht überflüssig, jene älteren Beobachtungen nochmals unter Benutzung der späteren Messungen zu berechnen.

Von jenen Beobachtungen sind die von Baily und Dubuat angestellten aus Gründen, die ich früher [4]) auseinandergesetzt habe, zur Berechnung wenig geeignet. Die Coulomb'schen Beobachtungen, welche sich auf Schwingungen von Scheiben in Wasser beziehen, habe ich bereits bei einer anderen Gelegenheit [5]) besprochen. Es bleiben

1) Crelle's Journal für Mathematik, Bd. 73, S. 31.
2) Pogg. Ann. Bd. 125 S. 177.
3) *Phil. Transact. of the Roy. Soc. of London, Vol.* 156, *p.* 249, 1866.
4) Pogg. Ann. Bd. 125, S. 574 und 196.
5) Pogg. Ann. Bd. 113, S. 417.

daher nur die Beobachtungen zu berechnen, welche Bessel mit Pendelkugeln in der Luft und im Wasser angestellt hat [1]).

Diese Messungen Bessel's beziehen sich auf die Vermehrung der Schwingungszeit, welche das umgebende Medium verursacht; auf die Bestimmung der Geschwindigkeit, mit welcher die Amplituden abnehmen, hat Bessel keine grofse Sorgfalt verwandt.

Die Vergröfserung der Schwingungszeit wird nach Bessel's Beobachtung durch die Formel

$$\frac{T^2}{\tau^2} = \frac{M + kM'}{M - M'}$$

angegeben, in welcher T die wirklich beobachtete, τ die im luftleeren Raume stattfindende Schwingungsdauer, M die Masse des pendelnden Körpers, M' die Masse des von demselben verdrängten Mediums, endlich k eine von der Gestalt des Pendels und von der Beschaffenheit des umgebenden Mediums abhängende Zahl bedeutet. Den Werth dieser Zahl k hat Bessel für verschiedene Pendel bestimmt; am wichtigsten sind für die Vergleichung mit der Theorie die mit pendelnden Kugeln gewonnenen Resultate.

Die benutzten Pendelkugeln besafsen einen Halbmesser von 12 pariser Linien; sie wurden an einem längeren und an einem kürzeren Faden hängend beobachtet. Das längere Pendel besafs in der Luft eine Schwingungszeit von 1,7217 Secunden, im Wasser stieg dieselbe auf 1,9085 Secunden; der Werth von k betrug in der Luft 0,9519 [2]), im Wasser 0,648 [3]). Das kürzere Pendel führte in der Luft eine Schwingung in 1",0020, im Wasser in 1",1078 aus; k wurde in der Luft = 0,7549 [2]), im Wasser = 0,602 [3]) gefunden.

Nach Poisson's Theorie, in welcher die Reibung vernachlässigt wird, sollte k kleiner und zwar immer $= \frac{1}{2}$ seyn. Nach Stokes aber ist unter Berücksichtigung der Reibung des umgebenden Mediums [4])

1) Abh. d. Berl. Akad. v. 1826.
2) Vers. üb. d. Kraft d. Erde. Abh. d. Berl. Akad. von 1830, S. 95.
3) Unters. Abh. d. Berl. Akad. 1826, S. 65.
4) *Cambr. phil. Tr. Vol.* 9, *Part* 2, *p.* [32]. O. E. Meyer, Journ. f. Math. Bd. 73, S. 66.

$$k = \frac{1}{2} + \frac{9}{4\nu a},$$

wo a den Radius der Pendelkugel bedeutet, ν aber durch die Gleichung

$$\nu^2 = \frac{\pi}{2\gamma^2 T}$$

bestimmt wird; in dieser Gleichung ist T, wie oben, die Schwingungszeit des Pendels, γ^2 eine Constante, welche von Stokes *Reibungsindex* genannt wird; mit dem *Reibungscoëfficienten* η der Theorie hängt sie so zusammen, dafs

$$\eta = \varrho \gamma^2$$

ist, wo ϱ die Dichtigkeit des Mediums bedeutet.

Die in diesen Formeln vorkommenden Gröfsen sind von Bessel selbst sämmtlich direct gemessen, mit alleiniger Ausnahme des Reibungsindex der Luft und des Wassers. Für den ersteren liegen eine Reihe von Werthbestimmungen vor, unter denen die von Maxwell ausgeführte die genaueste zu seyn scheint. Maxwell hat den Reibungscoëfficienten der Luft bei mittlerer Temperatur $\eta = 0{,}000200$ gefunden [1]); nehme ich die Dichtigkeit ϱ der Luft bei derselben Temperatur 840 mal leichter an, als die des Wassers, so wird der Reibungsindex der Luft $\gamma^2 = 0{,}168$. Diese Zahlen enthalten als Einheiten das Quadratcentimeter und die Zeitsecunde.

Von den vorhandenen Messungen des Reibungscoëfficienten des Wassers glaube ich meine eignen schon defshalb für die sichersten halten zu dürfen, weil sie zwischen den übrigen die Mitte halten. Bessel giebt leider die Temperatur des Wassers nicht an; aus dem Umstande aber, dafs er seine Beobachtungen im October angestellt hat, glaube ich schliefsen zu dürfen, dafs ich nicht sehr fehl

1) Berechnet aus der S. 267 der citirten Abhandlung mitgetheilten Formel:

$$\eta = 0{,}01878\,(1 + 0{,}00365\,\vartheta)$$

bezogen auf Meter, Gramm, Zeitsecunde und die Scale des hunderttheiligen Thermometers, oder bezogen auf Centimeter und die Dichtigkeit des Wassers

$$\eta = 0{,}0001878\,(1 + 0{,}00365\,\vartheta).$$

greife, wenn ich die Temperatur des Wassers zu 7° C. annehme; ferner setze ich voraus, dafs er Brunnenwasser benutzt hat. Unter diesen Verhältnissen habe ich nach meinen früher publicirten Messungen den Reibungscoëfficienten η des Wassers = 0,017 zu setzen, ebenfalls auf Centimeter und Secunden bezogen [1]). Denselben Werth darf ich für den Reibungsindex γ^2 des Wassers annehmen.

Aus diesem Zahlenwerthe habe ich nach der angegebenen Formel den Werth der Zahl k berechnet.

			berechnet	beobachtet
Luft:	langes	Pendel:	0,854	0,952
	kurzes	»	0,770	0,755
Wasser:	langes	»	0,613	0,648
	kurzes	»	0,590	0,602.

Die Vergleichung dieser berechneten mit den wieder beigefügten von Bessel beobachteten Werthen ist für das kurze Pendel sehr befriedigend; für das lange Pendel aber ist der berechnete Werth beide Male erheblich kleiner als der beobachtete. Die Abweichungen haben ohne Zweifel darin ihren Grund, dafs in der Theorie die Reibung unberücksichtigt geblieben ist, welche der Pendelfaden theils in der Luft, theils im Wasser erfährt. Stokes giebt allerdings Correctionen zur Schätzung dieses Einflusses an; jedoch scheint mir die Aufstellung seiner Correctionsformeln an so bedenklichen Schwächen zu leiden, dafs ich vorziehe, die Correctionen nicht anzubringen.

Die Uebereinstimmung ist immerhin genügend grofs, um zu der Ueberzeugung zu berechtigen, dafs die kleinen Abweichungen durch gebührende Berücksichtigung des Fadens verschwinden würden. Damit findet dann auch der beobachtete Werth der Vergröfserung, welche die Dauer einer Pendelschwingung durch das umgebende Medium, Luft oder Wasser, erfährt, seine volle berechtigte Erklärung durch die Gröfse der direct gemessenen inneren Reibung jener Medien.

1) Pogg. Ann. Bd. 113, S. 400.



Um ebenso die zweite Art des Einflusses, durch den das umgebende Medium die Schwingungsweite eines Pendels nach und nach verkleinert, zu untersuchen, reichen die vorhandenen Beobachtungen nicht aus. Diese Lücke auszufüllen, habe ich die in einem folgenden Abschnitt mitgetheilten Messungen ausgeführt.

2.

Beschreibung der Versuche.

Meine Absicht, den Einfluſs einer so kleinen Kraft, wie die innere Reibung der Luft ist, auf die Schwingungen eines Pendels genau zu bestimmen, durfte ich nur dann zu erreichen hoffen, wenn ich das schwingende Pendel bei möglichst geringer Geschwindigkeit beobachtete. Ich muſste also bei sehr kleinen Schwingungswinkeln beobachten. Um trotzdem die allmähliche Abnahme derselben hinreichend genau messen zu können, blieb nur das Mittel, mit sehr langen Pendeln zu experimentiren.

Zu diesem Zwecke bot sich ein vorzüglich geeignetes Local, welches zugleich gestattete, die Länge der Pendel mit Leichtigkeit zu verändern, in dem Treppenhause des neuen Gebäudes, in welchem seit dem Jahre 1866 neben einigen anderen Instituten der Universität Breslau auch das physikalische Cabinet untergebracht ist. Die Fig. 1 der Taf. VIII stellt einen Vertikalschnitt durch dies Treppenhaus dar, Fig. 2 ist der Grundriſs, beide in 120facher Verkleinerung. Die zu den drei Stockwerken des Gebäudes hinaufführende Treppe beschreibt von Stockwerk zu Stockwerk einen Halbkreis, dessen äuſserer Umfang sich auf die Wand stützt, während der innere frei schwebt. Innerhalb der Windungen dieser Treppe ist durch die ganze Höhe des Gebäudes ein halbkreisförmiger Raum von etwa 3 Meter Durchmesser frei geblieben. In diesem Raume hängte ich das zu meinen Versuchen dienende Pendel auf. Zuerst befestigte ich es an einem auf dem Fuſsboden des dritten Stockwerks liegenden, mit mehreren Centnern beschwerten Balken, welcher in der Mitte des halbkreisförmigen Raumes

so weit hervorragte, dafs das Pendel den Treppen-Absätzen nicht zu nahe kommen konnte. An diesem Balken hing an einem langen Drahte die Pendelkugel *k* im Erdgeschofs. Nachdem die Beobachtungen dieses längsten Pendels vollendet waren, wurde der Balken in das zweite Stockwerk hinabgetragen und an demselben das verkürzte Pendel befestigt, das ich dann denselben Messungen unterwarf. Endlich wurde drittens der Aufhängepunkt des Pendels in das erste Stockwerk verlegt und abermals dieses kürzeste Pendel beobachtet, dessen Länge immerhin noch fast gleich der ganzen Höhe des Erdgeschosses war.

So bedeutenden Längen der Pendelfäden entsprechend, wählte ich in der Absicht, den zu messenden Einflufs der Luft möglichst zu vergröfsern, die an dem Faden hängende Kugel grofs und leicht. Ich nahm eine aus *einem* Stücke Holz gedrehte Kugel von etwa 21 Centimeter Durchmesser. Sie wurde an dem Drahte durch ein in das Holz eingelassenes, in Fig. 3 Taf. VIII in natürlicher Gröfse dargestelltes Stück Messing befestigt, welches äufserlich mit dem Holze gleich kugelförmig abgedreht war. In einem feinen Bohrloch seiner Axe, dessen Oeffnung sich nach innen kegelförmig erweiterte, war der Draht mittelst eines angelötheten Kegelchens, das in die kegelförmige Erweiterung genau pafste, befestigt.

Auf die Befestigung des Aufhängungsdrahtes am oberen Ende grofse Sorgfalt zu verwenden, hielt ich für unnöthig. Freilich entsteht auch hier eine unvermeidliche Reibung, die man möglichst zu verkleinern wünschen sollte. Indefs ist bei solchen Längen der Pendel, wie ich sie benutzte, der Einflufs dieser Reibung, da sie fast am Drehungspunkte wirkt, verschwindend klein gegen den der Reibung der Luft an der Pendelkugel, welche Kraft wie an einem sehr langen Hebel wirkt. Ich benutzte daher keine Schneide zur Aufhängung des Pendels, sondern ich klemmte das obere Ende des Drathes in der nach unten trompetenförmig erweiterten Oeffnung eines am Balken befestigten Stückes Messing, das Fig. 4 Taf. VIII in natürlicher Gröfse zeigt, einfach durch



Um ebenso die zweite Art des Einflusses, durch den das umgebende Medium die Schwingungsweite eines Pendels nach und nach verkleinert, zu untersuchen, reichen die vorhandenen Beobachtungen nicht aus. Diese Lücke auszufüllen, habe ich die in einem folgenden Abschnitt mitgetheilten Messungen ausgeführt.

2.

Beschreibung der Versuche.

Meine Absicht, den Einflufs einer so kleinen Kraft, wie die innere Reibung der Luft ist, auf die Schwingungen eines Pendels genau zu bestimmen, durfte ich nur dann zu erreichen hoffen, wenn ich das schwingende Pendel bei möglichst geringer Geschwindigkeit beobachtete. Ich mufste also bei sehr kleinen Schwingungswinkeln beobachten. Um trotzdem die allmähliche Abnahme derselben hinreichend genau messen zu können, blieb nur das Mittel, mit sehr langen Pendeln zu experimentiren.

Zu diesem Zwecke bot sich ein vorzüglich geeignetes Local, welches zugleich gestattete, die Länge der Pendel mit Leichtigkeit zu verändern, in dem Treppenhause des neuen Gebäudes, in welchem seit dem Jahre 1866 neben einigen anderen Instituten der Universität Breslau auch das physikalische Cabinet untergebracht ist. Die Fig. 1 der Taf. VIII stellt einen Vertikalschnitt durch dies Treppenhaus dar, Fig. 2 ist der Grundrifs, beide in 120facher Verkleinerung. Die zu den drei Stockwerken des Gebäudes hinaufführende Treppe beschreibt von Stockwerk zu Stockwerk einen Halbkreis, dessen äufserer Umfang sich auf die Wand stützt, während der innere frei schwebt. Innerhalb der Windungen dieser Treppe ist durch die ganze Höhe des Gebäudes ein halbkreisförmiger Raum von etwa 3 Meter Durchmesser frei geblieben. In diesem Raume hängte ich das zu meinen Versuchen dienende Pendel auf. Zuerst befestigte ich es an einem auf dem Fufsboden des dritten Stockwerks liegenden, mit mehreren Centnern beschwerten Balken, welcher in der Mitte des halbkreisförmigen Raumes

überflüssig erscheinen. Denn wenn man, wie ich, nur das Gesetz der Abnahme der Schwingungen beobachten will, so bedarf man nicht der absoluten Werthe der Amplituden; es scheint also die Kenntnifs der Projection desselben auf die Bildebene des Fernrohrs zu genügen. Indefs darf nicht übersehen werden, dafs die Richtung der Pendelschwingungen während eines Versuches gar nicht dieselbe bleibt, sondern dafs sie sich in Folge der Drehung der Erde selber zu drehen scheint. Die abgelesenen scheinbaren Amplituden bedürfen also der Multiplication mit einem Zahlenfactor, dessen Werth von der seit dem Beginne der Schwingungen verflossenen Zeit abhängt.

Ferner ist zur Reduction der beobachteten Schwingungszeiten auf unendlich kleine Amplituden die Kenntnifs der letzteren in absolutem Maafse erforderlich. Es war also nöthig, den Werth eines Scalentheils des Okular-Mikrometers zu bestimmen. Ich erhielt diese gewünschte Gröfse, indem ich einen metrisch eingetheilten Maafsstab hart an dem Pendel horizontal in der Richtung der seitlichen Lothe aufstellte und, durch das Fernrohr sehend, die Striche der Millimetertheilung aufsuchte, welche mit Strichen der Ocular-Scale zusammenfielen. So fand ich, dafs alle Theile der letzteren als gleich angesehen werden durften und dafs der Werth eines derselben $2^{mm},824$ betrug,

Die Zeitdauer einer Schwingung mafs ich anfangs mit einer halbe Secunden schlagenden Pendeluhr *u'*. Ich folgte den Schlägen derselben mit dem Ohre, den Bewegungen des Pendelfadens mit dem durch das Fernrohr sehenden Auge. Von 5 zu 5 Minuten notirte ich die Zeit eines Durchganges des Pendelfadens durch den mittleren Strich der Scale, selbstverständlich eines Durchganges in immer derselben Richtung.

Diese Methode aber vertauschte ich bald mit der weit vorzüglicheren Methode der Coincidenzen-Beobachtungen, welche von de Mairan[1]) erdacht worden ist. Ich verfuhr

1) *Histoire de l'Académie de Paris. Année* 1735, *p.* 166. Bessel (Unters. S. 11) und noch bestimmter Dove (Maafs und Messen, 2. Aufl.

ebenso, wie Borda [1]) und nach ihm Andere die Methode zur Anwendung gebracht haben. Hinter dem Pendel wurde eine Pendel-Uhr *u* so aufgestellt, daſs die Schwingungen ihres Secundenpendels ebenfalls durch das Fernrohr gleichzeitig mit den Bewegungen des Pendelfadens wahrgenommen werden konnten. Da die Entfernung beider Pendel etwa 3 Meter betrug, so wurde, damit beide zugleich gesehen werden konnten, zwischen ihnen eine Convexlinse λ aufgestellt; ein Mittel, welches zuerst Carlini angewandt hat [2]).

Auf der Linse des Uhrpendels befestigte ich ebenso, wie Borda, ein Blatt Papier mit einem schräg gelegten Kreuze zweier sich rechtwinklig schneidenden Linien (Fig. 5 Taf. VIII), dessen Mitte, wenn das Pendel ruhte, durch das Fernrohr mit dem mittleren Striche seiner Scale zusammenfallend gesehen wurde. Eine Coincidenz wurde somit beobachtet, wenn das Kreuz gleichzeitig mit dem Pendelfaden den mittleren Strich passirte. Zu dieser ältesten Einrichtung Borda's griff ich zurück und zog sie der Methode Biot's [3]), selbst auch der Bessel'schen [4]) vor, obwohl diese letztere gröſsere Schärfe der Beobachtung zuläſst. Nach dieser Methode hätte ich am Pendelfaden eine Scheibe, Kugel oder dergl. anbringen müssen, deren Bild eine gleich groſs erscheinende Fläche am Uhrpendel bei jeder Coincidenz verdeckt hätte. Eine solche Einrichtung am Pendelfaden hätte erheblichen Luftwiderstand eingeführt.

Der Vortheil, den die Beobachtung der Coincidenzen vor der gewöhnlichen Beobachtungsart voraus hat, tritt in seinem ganzen Werthe freilich nur dann hervor, wenn beide Pendel eine nahezu gleiche Schwingungsdauer besitzen. Indeſs hat schon Bessel gezeigt, daſs die Methode

1835, S. 81) schreiben diese Erfindung Borda zu. Vergl. Gehler's phys. Wörterbuch Bd. 7 S. 321.

1) *Méchain et Delambre, Base du système métrique décimal. Tome* 3, 1810. *p.* 337.

2) *Effem. di Milano* 1824.

3) *Base du syst. métr. T.* 4, 1843; auch unter dem Titel: *Biot et Arago, Recueil d'observations etc. Paris* 1821, *p.* 441.

4) Unters. S. 12.

der Coincidenzen auch dann jeder anderen vorzuziehen ist, wenn beide Pendel ganz verschiedene Bewegungen haben[1]). Um in diesem Falle die Fehler zu vermeiden oder wenigstens zu vermindern, hat man nur mehrere auf einander folgende Coincidenzen zu beobachten und aus allen das Mittel zu nehmen. Ich beobachtete daher, ähnlich wie Bessel, alle im Verlaufe von 2 bis 3 Minuten eintretenden Coincidenzen und wiederholte diese Beobachtung jede Viertelstunde.

Gröfsere Schwierigkeit machte die Messung der Länge der Pendelfäden, die zu lang waren, als dafs ich sie mit einem Maafsstab hätte direct messen können. Ich mafs sie daher trigometrisch. Dazu stand mir durch die freundliche Güte meines Collegen, des Hrn. Professor Galle, dem ich meinen Dank hier ausspreche, ein der Breslauer Sternwarte angehörender Höhenkreis *h* zur Verfügung, dessen Nonius eine Ablesung bis auf 10 Secunden gestattete. Das Instrument wurde auf einem der Treppen-Absätze auf schweren festen Stativen zu jeder Längenmessung so aufgestellt, dafs es der Mitte des Pendelfadens gegenüber stand. Von dieser Stellung aus wurde sein Fernrohr auf das obere und das untere Ende des Pendelfadens gerichtet und die dazu nöthige Drehung am vertikal gestellten Kreise abgelesen. Um auch die horizontale Richtung des Fernrohrs und die dazu erforderliche Stellung des Kreises auffinden zu können, ist an dem Instrumente die Einrichtung getroffen, dafs Kreis und Fernrohr um eine vertikale Axe drehbar sind. Beide können also zur Rechten und zur Linken des Beobachters gestellt werden. Beobachtet man bei beiden Stellungen des Kreises die Richtung des Fernrohrs nach dem oberen Ende des Pendelfadens, so genügen diese Beobachtungen zur Bestimmung der Neigungswinkel, welche die Fernrohraxe gegen die horizontale Richtung bildet, wenn sie auf die Enden des Pendelfadens gerichtet ist. Sie würden also auch

1) Unters. S. 13.



genügen, die Länge des Pendelfadens zu berechnen, wenn die Entfernung desselben von der Axe des Höhenkreises bekannt wäre.

Um diese Entfernung zu finden, stellte ich dem Höhenkreise gerade gegenüber hart am Pendelfaden einen Metermaafsstab μ auf, auf dessen Enden ich das Fernrohr des Höhen-Instrumentes ebenso einstellte, wie auf die des Pendelfadens. Aus diesen Messungen liefs sich die gesuchte Entfernung leicht finden.

Der zu diesen Messungen benutzte Metermaafsstab aus der Sammlung des physikalischen Cabinets der Universität Breslau ist ein von Perreaux in Paris aus Rothgufs verfertigtes Strichmaafs. Nach einer am 21. December 1863 von Hrn. Th. Baumann in Berlin bei 12° C. vorgenommenen Vergleichung desselben mit dem von Fortin angefertigten Endmaafs-Meter der Normal-Eichungs-Commission, welches $0^{mm},0527$ zu kurz seyn soll, ist das Meter von Perreaux $0^{mm},0076$ zu lang. Diesen kleinen Fehler habe ich vernachlässigt; ebenso den Einflufs der am Thermometer ϑ abgelesenen Temperatur des Maafsstabs.

Wenn in dieser Weise die Pendelfäden gemessen werden, so ist zweifellos, dafs die Fehler der Messung sich in demselben Maafse vergröfsern, in welchem der Pendelfaden länger ist als das Meter. Indefs zeigt die Uebereinstimmung verschiedener, unabhängig von einander ausgeführten Messungen desselben Fadens, welche in der Folge mitgetheilt werden, dafs die gemessene Länge bis auf mindestens den 10000sten Theil zu verbürgen ist.

Die Temperatur der Pendel und des Maafsstabs wurde durch Thermometer ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3, ϑ_4, ϑ bestimmt, welche neben denselben aufgehängt waren. Neben dem Pendelfaden hing eins am oberen Ende, eins unten in der Höhe der Kugel, dazwischen andere in jedem Stockwerk des Hauses. Diese Thermometer zeigten erhebliche Differenzen, das oberste zeigte immer den höchsten Stand. Aufserdem wurde zu Anfang und zu Ende jeder Reihe von Schwingungsbeobach-



tungen ein im Erdgeschofs hängendes Heberbarometer β und ein daneben aufgestelltes August'sches Psychrometer ψ abgelesen.

3.

Beobachtungen.

Nachdem ich alle Einrichtungen und Umstände, deren Kenntnifs nöthig zu seyn scheint, angegeben habe, werde ich jetzt die Ergebnisse der Beobachtungen mittheilen.

1. Längstes Pendel.

Am 8. September 1868 führte ich eine erste Reihe von Beobachtungen aus, bei welcher ich noch nicht die Methode der Coincidenzen anwandte; vielmehr beobachtete ich mit dem Auge die Schwingungen des Pendels, während ich mit dem Ohre die Schläge einer halbe Secunden schlagenden Pendeluhr zählte. Ich beobachtete von 5 zu 5 Minuten die Zeit eines Durchgangs durch die Gleichgewichtslage und die Gröfse des unmittelbar vorausgehenden und des unmittelbar folgenden Ausschlages des Pendels.

Um 9 Uhr 8 Min. 0 Sec. wurde das Pendel in Gang gesetzt. Das oberste Thermometer im dritten Stock zeigte 21°,6 C., das im zweiten Stock 21,5, das im ersten 19,75, endlich das unterste bei der Kugel 18°,1. Das Barometer stand auf 28″ 1‴,1, das Thermometer an demselben auf 13°,9 R.; daraus berechnet sich der reducirte Stand des Barometers auf 758^{mm}. Die Thermometer des Psychrometers zeigten 14,86 und 13°,08 R.; daraus folgt die absolute Feuchtigkeit, d. h. der Druck des Wasserdampfes 12^{mm},8, die relative Feuchtigkeit 0,80 des möglichen Maximums.

Um 9^h 40′ begann ich die Beobachtungen und erhielt folgende Resultate:



Tabelle 1.

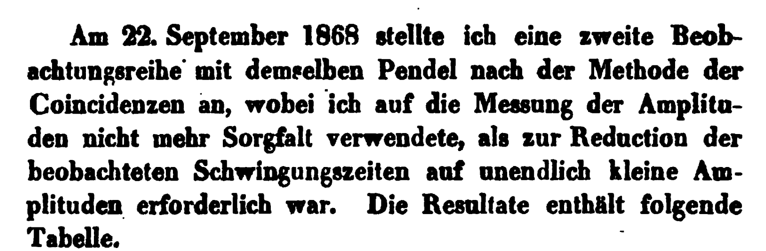
Amplitude links	rechts	Summe	Zeit des Durchgangs
28,0	28,4	56,4	
26,0	26,2	52,2	9h 45′ 37″,5
24,2	24,6	48,8	50′ 37″,5
22,3	22,6	44,9	55′ 37″,5
20,8	21,25	42,05	10h 0′ 37″,5
19,4	19,75	39,15	5′ 37″,0
18,1	18,4	36,5	10′ 37″,0
17,0	17,4	34,4	
15,9	16,3	32,2	20′ 36″,5
14,8	15,25	30,05	25′ 36″,2
13,9	14,3	28,2	30′ 36″,5
13,1	13,4	26,5	35′ 36″,2
12,3	12,6	24,9	
11,5	11,8	23,3	45′ 36″,0
10,8	11,2	22,0	50′ 36″,0
10,25	10,6	20,85	55′ 35″,7
9,6	9,9	19,5	11h 0′ 35″,7
9,0	9,3	18,3	5′ 35″,5
8,6	8,8	17,4	10′ 35″,5
7,95	8,25	16,2	15′ 35″,2
7,8	7,6	15,4	20′ 35″,0
7,1	7,3	14,4	25′ 34″,7
6,7	6,9	13,6	30′ 34″,5
6,3	6,5	12,8	35′ 34″,6
5,9	5,9	11,8	40′ 34″,5

Der zwischen je zwei Beobachtungen liegende Zeitraum umfafst 78 Schwingungen des Pendels.

Nach Schlufs dieser Beobachtungsreihe zeigten die Thermometer des Psychrometers 15,50 und 13°,52 R., woraus sich die absolute Feuchtigkeit = 13mm,1, die relative = 0,78 berechnet. Das Barometer zeigte 28″ 1‴,0, das angehängte Thermometer 14°,45 R.; daraus folgt der reducirte Barometerstand 758mm. Von den Thermometern am Pendel zeigte das unterste 18°,9 C., das folgende 21,5, das dritte im zweiten Stock 22,5 und das oberste 22°,7 C.

Aus den Ablesungen vor und nach der Beobachtungsreihe folgt im Mittel:

Temperatur: 18°,5 C. unten; 20°,6; 22°,0; 22,2 oben.
reducirter Barometerstand 758mm,0.
absolute Feuchtigkeit 12mm,9; relative 0,79.



Am 22. September 1868 stellte ich eine zweite Beobachtungsreihe mit demselben Pendel nach der Methode der Coincidenzen an, wobei ich auf die Messung der Amplituden nicht mehr Sorgfalt verwendete, als zur Reduction der beobachteten Schwingungszeiten auf unendlich kleine Amplituden erforderlich war. Die Resultate enthält folgende Tabelle.

Tabelle 2.

Amplitude		Coincidenzen		Amplitude	
26,2	25,3	0	11^h 52′ 24″		
		12	53′ 10″		
		19	53′ 37″	24,4	23,9
		220	12^h 6′ 30″		
		225	6′ 49″		
		232	7′ 16″		
		239	7′ 43″	20,2	19,4
16,9	16,2	464	12^h 22′ 8″		
		471	22′ 35″		
		478	23′ 2″		
		483	23′ 21″	16,3	15,6
13,8	13,0	703	12^h 37′ 27″		
		710	37′ 54″		
		715	38′ 13″	13,3	12,4
11,25	10,35	935	12^h 52′ 19″		
		942	52′ 46″		
		947	53′ 5″		
		956	53′ 40″	10,9	10,0
9,4	8,4	1150	1^h 6′ 6″		
		1155	6′ 25″		
		1162	6′ 52″		
		1176	7′ 46″	9,0	8,1
7,6	6,7	1408	1^h 22′ 38″		
		1413	22′ 57″		
		1420	23′ 24″	7,4	6,35

Die erste Columne der Tabelle enthält die vor Beginn einer Coincidenzen-Beobachtung gesehene Amplitude, die letzte dieselbe nach Schlufs einer Beobachtung. Die mittlere Columne mit der Ueberschrift Coincidenzen enthält in ihrer ersten Spalte die laufende Zahl der Schwingungen des Pendels, welche seit der ersten beobachteten Coincidenz ausgeführt worden waren; in der zweiten Spalte steht der mit der Pendelschwingung coincidirende Secundenschlag.

Das Pendel war genau um 11 Uhr in Gang gesetzt



worden. Vor und nach der Beobachtungsreihe wurden alle Hülfsinstrumente abgelesen:

	vorher	nachher	Mittel
Unterstes Thermometer	17,0 C.	17,2	17,1 C.
Zweites »	18,5 C.	18,7	18,6 C.
Drittes »	20,2 C.	20,2	20,2 C.
Oberstes »	20,4 C.	20,5	20,5 C.
Barometer	27″ 7‴,0	27″ 6‴,8	
Temperatur desselben	13,2 R.	13,3	
Reducirter Barometerstand	744^{mm},5	744,0	744^{mm},2
Psychrometer trocken	14,10 R.	14,21	
» feucht	13,14 R.	13,20	
Absolute Feuchtigkeit	13^{mm},3	13,4	13^{mm},4
Relative »	0,89	0,88	0,89.

Am folgenden Tage, am 23. September mafs ich die Länge des Pendelfadens. Die Thermometer neben demselben zeigten: das untere 17°,5 C., das zweite 19,1, das dritte 20,2, das obere 20,4. Ein fünftes Thermometer dicht am Meterstab zeigte 20°,1 C.. Aus den Einstellungen auf das Ende des Metermaafses fand ich die Entfernung des Meters, also auch die des Pendelfadens von der Axe des Höhenkreises

$$= 4^{m},0894.$$

Mit Hülfe dieser Zahl berechnete ich aus den Einstellungen auf die Enden des Pendelfadens die Länge desselben

$$= 14^{m},5513.$$

Nachmittags wiederholte ich diese Messungen bei folgenden Ständen der Thermometer in Centesimalgraden:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	17,9	18,2	18,0
zweites	19,4	19,9	19,6
drittes	20,4	20,5	20,5
oberes	20,8	20,9	20,9
am Meter			20,5.

Ich fand die Entfernung des Instruments vom Pendelfaden

$$= 4^{m},0901$$

und die Länge des Fadens

$$= 14^{m},5542.$$

Aus beiden Messungen ergiebt sich im Mittel der Werth

$$14^{m},5528,$$

von welchem jede einzelne um nicht mehr als

$$\pm 1^{mm},4$$

abweicht. Diese Uebereinstimmung zweier von einander unabhängigen Messungen ist der beste Beweis für die Genauigkeit der trigonometrischen Messungsmethode. Ihre Fehler scheinen nur durch die Unsicherheit bedingt zu seyn, welche die Einstellung auf das obere Fadenende, das mit einer etwa 2^{mm} dicken Schraube festgeklemmt war, mit sich bringt.

Endlich wurde noch mit Hülfe eines auf die Kugel aufgesetzten leichten Maafsstabs festgestellt, dafs die Stelle am Pendelfaden, deren Bild in die Mitte der Fernrohrscale fiel, 193^{mm} über der Kugel, also nach vorstehender Messung

$$14^{m},360$$

unter dem Aufhängepunkte des Pendels lag.

2. Mittleres Pendel.

Am 25. September 1868 stellte ich gleiche Reihen von Beobachtungen mit dem auf etwa $\frac{2}{3}$ seiner Länge verkürzten Pendel an. Es wurde um $9^{h}\ 1'\ 0''$ in Bewegung versetzt.

Ich beobachtete folgende Reihe von Coincidenzen und zugleich die hinzugefügte Reihe von Amplituden.

Tabelle 3.

Coincidenzen		Amplituden			
Pendel	Uhr	Zeit	links	rechts	Summe
0	9^{h} 26′ 38″	9^{h} 25′	27,4	28,3	55,7
18	27′ 34″	30′	25,3	26,4	51,7
36	28′ 30″	35′	23,9	24,8	48,7
286	9^{h} 41′ 28″	40′	22,2	23,1	45,3
302	42′ 18″	45′	20,8	21,7	42,5
320	43′ 14″	50′	19,25	20,2	39,45
570	9^{h} 56′ 12″	55′	18,0	19,0	37,0
587	57′ 5″	10^{h} 0′	16,9	17,8	34,7
605	58′ 1″	5′	15,7	16,6	32,3



Coincidenzen		Amplituden			
Pendel	Uhr	Zeit	links	rechts	Summe
872	10h 11′ 52″	10h 10′	14,7	15,6	30,3
890	12′ 48″	15′	13,75	14,6	28,35
908	13′ 44″	20′	12,85	13,7	26,55
1157	10h 26′ 39″	25′	12,1	12,9	25,0
1175	27′ 35″	30′	11,3	12,1	23,4
1193	28′ 31″	35′	10,6	11,35	21,95
1441	10h 41′ 23″	40′	9,9	10,7	20,6
1459	42′ 19″	45′	9,3	10,1	19,4
1477	43′ 15″	50′	8,7	9,4	18,1
1761	10h 57′ 59″	55′	8,05	8,95	16,95
1779	58′ 55″	11h 0′	7,6	8,4	16,0
1797	59′ 51″	5′	7,1	7,95	15,05
2012	11h 11′ 0″	10′	6,6	7,4	14,0
2030	11′ 56″	15′	6,2	7,05	13,25
2046	12′ 46″				

Vor dem Beginne und nach dem Schlusse dieser Beobachtungen las ich ferner folgende Instrumente ab und berechnete aus ihren Angaben:

	vorher	nachher	Mittel
Unteres Thermometer	16,7 C.	17,4	17°,0 C.
Mittleres »	17,6 C.	19,1	18,3
Oberes »	19,1 C.	20,0	19,5
Barometer	27″ 9‴,0	27″ 7‴,65	
Temperatur desselben	13,3 R.	13,4	
Reducirter Barometerstand	748mm,9	745,9	747mm,4
Psychrometer trocken	13,90 R.	14,40	
» feucht	12,62 R.	13,10	
Absolute Feuchtigkeit	12mm,6	13,1	12mm,8
Relative »	0,85	0,85	0,85

Am folgenden Tage wurde die Länge des Pendelfadens gemessen; dabei stand der Höhenkreis entsprechend niedriger, der Mitte des Pendelfadens gegenüber. Ich fand die Entfernung des Instruments vom Faden

3m,9252

und dadurch die Länge des letzteren

9m,4893.

Die Thermometer zeigten:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	17,2	17,3	17°,2 C.
mittleres	18,3	18,5	18,4
oberes	19,3	19,5	19,4
am Meter	18,6	19,1	18,8

Nachmittags wiederholte ich die Messungen bei folgendem Stande der Thermometer:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	17,5	17,5	17°,5 C.
mittleres	19,1	19,1	19,1
oberes	19,9	19,9	19,9
am Meter	19,0	19,0	19,0

Ich fand jetzt die Entfernung

$$3^{m},9255$$

und die Länge des Pendelfadens

$$9^{m},4887.$$

Im Mittel ergiebt sich aus beiden Bestimmungen der Werth

$$9^{m},4890,$$

von welchem die beiden Einzelbestimmungen nur um

$$\pm 0^{mm},3,$$

also um den 30000sten Theil abweichen.

Endlich mafs ich noch, dafs die Stelle des Pendelfadens, auf welche das Beobachtungs-Fernrohr gerichtet war, 189^{mm} über der Pendelkugel, folglich $9^{m},300$ unter dem Aufhängungspunkte gelegen war.

3. Kürzestes Pendel.

Dieselben Beobachtungen stellte ich endlich mit dem auf etwa $\frac{1}{3}$ seiner ursprünglichen Länge verkürzten Pendel an.

Am 28sten September setzte ich dasselbe um $10^{h}\ 16'\ 30''$ in Gang. Ich beobachtete darauf nachstehende Reihen von coincidirenden Schwingungen und von Schwingungsamplituden.



Tabelle 4.

Coincidenzen

Pendel	Uhr
0	10^h 46′ 10″
12	46′ 36″
26	47′ 6″
33	47′ 21″
52	48′ 2″
437	11^h 1′ 51″
444	2′ 6″
463	2′ 47″
470	3′ 2″
482	3′ 28″
836	11^h 16′ 10″
848	16′ 36″
855	16′ 51″
874	17′ 32″
881	17′ 47″
1266	11^h 31′ 36″
1273	31′ 51″
1292	32′ 32″
1299	32′ 47″
1318	33′ 28″
1670	11^h 46′ 6″
1677	46′ 21″
1696	47′ 2″
1717	47′ 47″
1722	47′ 58″
2095	12^h 1′ 21″
2114	2′ 2″
2121	2′ 17″
2140	2′ 58″
2506	12^h 16′ 6″
2532	17′ 2″
2539	17′ 17″
2565	18′ 13″

Amplituden

Zeit	links	rechts	Summe
10^h 45′	28,8	26,4	55,2
50′	26,6	24,4	51,0
55′	24,8	22,5	47,3
11^h 0′	23,0	20,9	43,9
5′	21,3	19,1	40,4
10′	20,0	17,7	37,7
15′	18,5	16,2	34,7
20′	17,3	15,1	32,4
25′	16,2	13,95	30,15
30′	15,2	12,9	28,1
35′	14,1	11,9	26,0
40′	13,3	11,0	24,3
45′	12,6	10,2	22,8
50′	11,7	9,4	21,1
55′	11,0	8,7	19,7
12^h 0′	10,4	8,1	18,5
5′	9,8	7,4	17,2
10′	9,3	6,9	16,2
15′	8,8	6,3	15,1
20′	8,2	5,9	14,1

Vor und nach diesen Beobachtungen wurde abgelesen wie folgt:

	vorher	nachher	Mittel
Unteres Thermometer	17,6	17,7	17°,7 C.
Oberes »	18,9	19,0	19,0
Barometer	27″ 8‴,15	27″ 8‴,4	
Temperatur desselben	13,6 R.	13,7	
Reducirter Barometerstand	747,0	747,5	747mm,3
Psychrometer trocken	14,68 R.	14,70	
» feucht	13,62	13,57	
Absolute Feuchtigkeit	13,8	13,7	13mm,8
Relative »	0,88	0,87	0,88

Am 30. September mafs ich die Länge des Pendelfadens. Ich fand zunächst die Entfernung des Instruments von demselben

$3^{m},7111$

und dann die gesuchte Länge

$4^{m},4865$.

Die Thermometer zeigten:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	17,6	18,0	17°,8 C.
oberes	19,3	19,8	19,6
am Meter	18,6	19,4	19,0

Bei einer zweiten Messung war der Stand derselben Instrumente:

	vorher	nachher	Mittel
unteres	18,0	18,2	18,1
oberes	19,8	20,1	20,0
am Meter		20,0	

Ich fand die Entfernung

$3^{m},7114$

und die Länge des Pendelfadens

$4^{m},4870$.

Der Mittelwerth aus beiden Messungen beträgt

$4^{m},4868$,

von dem jede einzelne Bestimmung um $\pm 0,25$ Millimeter abweicht.

Endlich wurde durch Messung gefunden, dafs die Sehrichtung des Fernrohrs einen Punkt am Pendelfaden traf, der 195^{mm} über der Kugel, folglich

$4^{m},292$

unter dem Aufhängungspunkte des Pendels lag.

4. Ausmessungen und Wägungen.

Nach Vollendung der Schwingungsbeobachtungen blieben noch Wägungen und Gröfsenbestimmungen der Theile des Pendels auszuführen übrig.

Den *Durchmesser der hölzernen Pendelkugel* mafs ich am 12. Juni 1869 auf folgende Weise. Ich stellte die Kugel

auf einem Stative auf, legte einen feinen Draht, dessen beide Enden gleiche Gewichte trugen, über sie und stellte unter ihr horizontal einen Millimeter-Maafsstab auf (Fig. 6 Taf. VIII). An diesem Maafsstab machte ich folgende Ablesungen.

Erst mafs ich einen Durchmesser, der bei den Schwingungen der Kugel horizontal gewesen war; ich las an zwei Stellen des Maafsstabs ab, erst 20,85, dann 20,88 Centimeter, denn nach einer neuen Auflegung des Drahtes 20,88 und 20,85. Darauf drehte ich die Kugel um einen rechten Winkel und erhielt durch dasselbe Verfahren die vier Ablesungen 20,88; 20,89; 20,89; 20,88. Im Mittel erhalte ich also für den *horizontalen* Durchmesser der Kugel 20,87 Centimeter.

Darauf mafs ich ebenso den *verticalen* Durchmesser. Ich erhielt die vier Ablesungen 21,18; 21,19; 21,19; 21,18, aus denen der Mittelwerth 21,18 Centimeter folgt.

Die Kugel ist demnach nicht eine genaue Kugel, sondern sie ist als ein verlängertes Rotationsellipsoïd zu betrachten. Hieraus folgt, dafs ihr *Volumen* zu 4830 Kubik-Centimetern zu berechnen ist; ferner, dafs bei Berechnung des Widerstandes der Luft, welcher von ihrem verticalen Querschnitte abhängt, als Werth ihres Durchmessers das geometrische Mittel

$$\sqrt{20{,}87 \,.\, 21{,}18} = 21{,}02 \text{ Centimeter}$$

anzunehmen ist.

Das *Gewicht der Kugel* in der Luft ergab sich durch vierfach wiederholte Wägung am 14. December 1868 im Mittel

$$= 2465{,}6 \text{ Gramm,}$$

welche Zahl einen möglichen Fehler von $\pm 0{,}2$ Grm. enthalten kann. Aus dem angegebenen Volumen der Kugel habe ich berechnet, dafs sie in der Luft einen Gewichtsverlust von 5,7 Grm. erleidet. Im luftleeren Raume würde sie also

$$2471{,}3 \text{ Grm.}$$

wiegen.

Das *Gewicht des Kupfer-Drahtes*, welcher als Pendelfaden gedient hatte, bestimmte ich am 24. März 1869 durch ein System von sieben Wägungen; ich mafs das Gewicht seiner drei Stücke einzeln, dann je zweier zusammen, endlich aller drei zusammen. Durch eine symmetrische Verbindung dieser sieben Wägungen zu drei Gleichungen erhielt ich das Gewicht

des oberen Stücks = 4,2390 Grm.
» mittleren » = 4,2028 »
» unteren » = 3,7908 » ;

der Fehler einer jeden dieser Zahlen beträgt höchstens ½ Milligramm. Hieraus ergiebt sich das Gewicht

des langen Pendelfadens = 12,2326 Grm.
» mittleren » = 7,9819 »
» kurzen » = 3,7739 »

in der Luft. Vergleicht man diese Zahlen mit den oben angegebenen Längen der Drähte, 14,5528, 9,4893, 4,4868 Meter, so findet man übereinstimmend, dafs ein Meter Draht 0,841 Grm. wog.

Den *Durchmesser des Drahtes* mafs ich auf die Weise, dafs ich ihn, belastet durch ein der Kugel gleiches Gewicht, auf eine Glasröhre aufwickelte und die Breite einer gewissen Zahl von Windungen durch einen in pariser Linien getheilten Maafsstab bestimmte, dessen Nonius den 100sten Theil einer Linie abzulesen gestattet. Im Mittel aus mehreren Messungen fand ich den Durchmesser

des unteren Stücks 0,151 Linien
» mittleren » 0,152 »
» oberen » 0,154 »

Daraus ergiebt sich im Mittel der Durchmesser

des langen Pendelfadens 0,152 Linien
» mittleren » 0,1515 »
» kurzen » 0,151 »

Also ist hinreichend genau für alle drei Pendel der Durchmesser des Fadens

$$= 0''{,}1515 = 0^{mm}{,}342$$

anzunehmen.



4.

Berechnung der Schwingungszeiten.

Um aus den beobachteten Coincidenzen die Dauer einer Pendelschwingung zu berechnen, habe ich das von Bessel vorgeschriebene Verfahren angewandt, nach welchem zunächst aus jedem Satze von Coincidenzbeobachtungen die Mittelwerthe gezogen werden [1]). Mit Hülfe des angenähert bekannten Werthes der Schwingungszeit berechnet man dann aus diesen Mitteln abgerundete Mittelwerthe, welche so beschaffen sind, dafs ihre Intervalle immer die gleiche Zahl von Schwingungen umfassen [2]). An diesen abgerundeten Mittelwerthen ist noch die Correction anzubringen, durch welche die Schwingungszeit auf unendlich kleine Schwingungen reducirt wird. Die so erhaltenen reducirten Mittel werden endlich nach der Methode der kleinsten Quadrate zu einer Rechnung verbunden, welche den wahrscheinlichsten Werth der Dauer einer Schwingung liefert.

Zur Berechnung der Correction zur Reduction auf unendlich kleine Schwingungen ist die Kenntnifs der absoluten Werthe der Schwingungswinkel erforderlich. Diese ist aus den mit dem Fernrohr abgelesenen Schwingungsweiten herzuleiten. Zu diesem Zwecke ist zuvörderst die beobachtete Gröfse mit dem Factor zu multipliciren, welcher den Werth eines Scalentheils ausdrückt; dieser beträgt, wie oben angegeben, 2,824^{mm}. Dividirt man dieses Product durch die Entfernung des durch das Fernrohr gesehenen Punktes des Pendelfadens vom Aufhängepunkte, so erhält man die scheinbare Tangente des Ausschlages oder des halben Schwingungswinkels. Für die drei verschiedenen Pendel sind also die zur Auffindung dieser Tangente nöthigen Factoren:

für das lange Pendel	2,824 :	14360;
» » mittlere »	2,824 :	9300;
» » kurze »	2,824 :	4292.

1) Unters. Art. 5, S. 14.
2) Unters. Art. 12, S. 28.



Diese Rechnung liefert aber nur die scheinbaren Tangenten, nicht die wahren. Denn die Schwingungsebene des Pendels, welche anfangs senkrecht gegen die Fernrohraxe stand, dreht sich mit einer dem Sinus der geographischen Breite des Ortes proportionalen constanten Geschwindigkeit. Um die wahren Tangenten der Schwingungswinkel zu finden, habe ich die scheinbaren also noch durch

$$\cos\left(2\pi \frac{t}{T} \sin b\right)$$

zu dividiren [1]), wenn t die seit dem Beginne der Pendelbewegung verstrichene Zeit, T die Dauer eines Tages und b die Breite von Breslau bedeutet.

Nimmt man für diese Correctionsrechnung $b = 51^\circ 7'$ an, so erhält man nach obigen Daten folgende gröfsten und kleinsten beobachteten Werthe der wahren Ausschlagswinkel

des langen Pendels	17'	und	5',
» mittleren »	30'	»	8',
» kurzen »	63'	»	18'.

Bei einer so geringen Gröfse dieses Winkels ist es erlaubt den Bogen seiner Tangente gleich zu setzen, ohne dafs dadurch der Genauigkeit der Beobachtungen Eintrag geschähe. Man darf ebenso die gewöhnliche Correction der Schwingungszeit, durch welche dieselbe auf unendlich kleine Amplituden reducirt wird, auf ihr erstes Glied beschränken.

Auf diese Weise habe ich zunächst aus den Beobachtungen des langen Pendels, welche ich am 8. September ohne Anwendung der Methode der Coincidenzen angestellt hatte, den Werth der auf unendlich kleine Schwingungen reducirten Schwingungszeit berechnet; durch die nach der Methode der kleinsten Quadrate geführte Rechnung fand ich die Schwingungsdauer

$$3'',8444,$$

bezogen auf den Gang der angewandten Halbsecundenuhr.

1) Dieser Umstand ist bei keiner Messung des Secundenpendels berücksichtigt worden. Es verdient daher erwähnt zu werden, dafs alle Pendelmessungen, bei denen der Faden nach jeder Richtung hin biegsam war, hierdurch einen geringen Fehler erhalten haben.



Mit dieser Zahl wurden rückwärts die Fehler der einzelnen Beobachtungen berechnet und Zahlen gefunden, unter denen keine den möglichen Fehler von $\frac{1}{4}''$ erheblich überstieg. Der mittlere wahrscheinliche Fehler ergab sich zu

0",136.

Obiger Werth der Schwingungsdauer bedarf jedoch noch einer Verbesserung wegen des fehlerhaften Ganges der Uhr. Durch wiederholte Vergleichung desselben mit der Uhr der Sternwarte, deren Gang durch astronomische Beobachtung controlirt wird, fand ich, dafs die von mir benutzte Uhr in einer Stunde 0",76 zurückblieb. Dadurch ergiebt sich die Dauer einer Schwingung des langen Pendels

3",8452 mittlere Zeit.

Einen etwas abweichenden, ohne Zweifel zuverlässigeren Werth haben die nach der Methode der Coincidenzen angestellten Beobachtungen desselben Pendels geliefert. Aus den unmittelbaren Beobachtungen habe ich zunächst die in folgender Tabelle enthaltenen Mittelwerthe berechnet.

Tabelle 5.

	Mittel	$234\ T_1 =$	$\varDelta$
10	11^h 53' 2",385		— 0",0130
244	12^h 8' 2",173	14' 59",789	— 0",0418
478	23' 1",880	706	+ 0",0113
712	38' 1",587	707	+ 0",0629
946	53' 1",359	772	+ 0",0500
1180	1^h 8' 1",214	855	— 0",0467
1414	23' 0",948	734	— 0",0225.

Nach Reduction auf unendlich kleine Schwingungen habe ich aus je zwei auf einander folgenden dieser Mittel die in der mittleren Columne stehenden Werthe der Dauer von 234 Schwingungen hergeleitet. Diese Zahlen habe ich nach der Methode der kleinsten Quadrate verbunden und aus ihnen das Resultat gezogen, dafs die Schwingungszeit des langen Pendels

3,84512

Secunden der Pendeluhr beträgt. Aus diesem Resultate

sind rückwärts die Fehler Δ jeder der Mittelwerthe berechnet, welche eine unmittelbare Anschauung von der Genauigkeit der Methode gewähren [1]).

Da die Pendeluhr täglich 3",43 gegen mittlere Zeit voreilte, so ist obige Zahl noch dahin zu verbessern, dafs die Dauer einer Schwingung des langen Pendels

$$T_1 = 3'',84497$$

mittlere Zeit beträgt.

Ganz ebenso habe ich aus den Beobachtungen des mittleren Pendels hergeleitet:

Tabelle 6.

	Mittel	287 T_2 =	Δ
20	9ʰ 27' 40",225		+ 0",0017
307	42' 33",487	14' 53" 258	− 0",0015
594	57' 26",749	259	− 0",0057
881	10ʰ 12' 19",989	238	+ 0",0110
1168	27' 13",214	224	+ 0",0421
1455	42' 6",549	334	− 0",0375
1742	56' 59",837	288	− 0",0702
2029	11ʰ 11' 52",963	125	+ 0",0599.

Der Werth der Schwingungszeit dieses mittleren Pendels ist

$$T_2 = 3'',11239 \text{ Uhrzeit}$$
$$= 3'',11224 \text{ mittlere Zeit.}$$

Endlich folgt aus den Beobachtungen des kurzen Pendels:

Tabelle 7.

	Mittel	418 T_3 =	Δ
25	10ʰ 47' 3",861		− 0",0107
443	11ʰ 2' 3",917	15' 0" 036	− 0",0072
861	17' 3",937	007	+ 0",0249
1279	32' 3",976	031	+ 0",0330
1697	47' 4",092	111	− 0",0387
2115	12ʰ 2' 4",117	022	− 0",0213
2533	17' 4",117	14' 59" 998	+ 0",0200.

1) Der regelmäfsig wiederkehrende Zeichenwechsel der Fehler scheint darauf hinzudeuten, dafs die übliche Art, die Schwingungen auf unendlich kleine Amplituden zu reduciren, nicht genügt. In der That wird bei dieser Rechnung fehlerhaft vorausgesetzt, dafs die Amplituden in geometrischer Progression abnehmen.

Die Dauer einer Schwingung dieses kurzen Pendels beträgt

$$T_3 = 2'',15320 \text{ Uhrzeit}$$
$$= 2'',15312 \text{ mittlere Zeit.}$$

Diese genau bestimmten Schwingungszeiten würden zu einer ebenso genauen Kenntnifs der meines Wissens noch nicht gemessenen Länge des Secundenpendels in Breslau führen, wenn die Länge der drei Pendel mit derselben Sicherheit bekannt wäre, wie ihre Schwingungszeiten. Allerdings habe ich mit ähnlicher Schärfe die Längen der Pendelfäden gemessen. Jedoch ist keineswegs ausgemacht, dafs der Punkt, an welchem der Draht befestigt ist, auch der sey, um den das Pendel sich bei seinen Schwingungen dreht. Im Gegentheile ist, weil der Faden sich bei jeder Schwingung biegt, anzunehmen, dafs der Drehungspunkt etwas tiefer liege als der Befestigungspunkt. Dazu kommt, dafs der Schwerpunkt der Kugel nicht genau in ihren Mittelpunkt fällt. Aus diesen beiden Gründen folgt, dafs die Länge meiner Pendel beiweitem nicht so scharf zu bestimmen ist, wie die der Pendelfäden. Die Ungenauigkeit der ersteren kann mehrere Millimeter betragen; sie sind vielleicht nur bis auf den 1000sten oder 2000sten Theil ihres eignen Werthes zu verbürgen, obwohl die Messungen der Pendelfäden bis auf den 10000sten Theil übereinstimmen.

Nichts desto weniger habe ich die Berechnung der Länge des einfachen Secundenpendels aus meinen Beobachtungen durchgeführt. Die Länge l des einfachen Pendels, welches mit dem beobachteten gleiche Schwingungsdauer besitzt, habe ich nach der Formel

$$l = \frac{(M + kM')(\lambda + a)^2 + \mu + \frac{1}{3} m \lambda^2}{(M - M')(\lambda + a) + \frac{1}{2}(m - m')\lambda}$$

berechnet. In dieser bezeichnet M die Masse der Pendelkugel, a ihren verticalen Halbmesser, μ das Trägheitsmoment der Kugel in Bezug auf eine durch ihren Mittelpunkt gelegte horizontale Drehungsaxe; ferner ist λ die Länge des Pendelfadens und m seine Masse; endlich ist M' die Masse eines der Kugel gleichen Luftvolumens, m' die vom Faden

verdrängte Luftmasse und k der von Bessel eingeführte Coëfficient. Für diesen ist nach der Theorie [1]) der Werth

$$k = \frac{1}{2} + \frac{9}{4\nu a}$$

zu setzen. Den Zahlenwerth der Gröfse ν habe ich aus den im folgenden Abschnitt berechneten, gleichzeitig ausgeführten Amplituden-Beobachtungen hergeleitet.

Auf diese Weise habe ich zunächst für k folgende drei Werthe erhalten:

für das lange	Pendel		$k = 0{,}637$;
» » mittlere	»		$k = 0{,}623$;
» » kurze	»		$k = 0{,}603$.

Diese Zahlen sind nahezu gleich. Es zeigt sich also, dafs Bessel's ursprüngliche Annahme, k sey von der Schwingungsdauer unabhängig, für Pendel von so bedeutender Länge, wie die meinigen, berechtigt gewesen wäre.

Ferner sieht man, dafs für so lange Pendel k nicht erheblich gröfser ist als $\frac{1}{2}$. Daraus folgt, dafs der Einflufs der Luftreibung auf den Werth von k bei sehr grofser Länge der Pendel verschwindend klein wird. Es ist also auch die Vergröfserung, welche die Schwingungszeit eines sehr langen Pendels durch die Reibung der Luft erfährt, sehr gering. Demnach ist es vortheilhaft, recht lange Pendel der Beobachtung zu unterwerfen, wenn man die Länge des Secundenpendels messen will.

Nach obiger Formel finde ich nun die Länge des correspondirenden einfachen Pendels

für das lange Pendel	$l = 14^m{,}703$,
» » mittlere »	$9^m{,}626$,
» » kurze »	$4^m{,}609$.

Dividire ich diese Zahlen durch das Quadrat der Schwingungszeit, so erhalte ich folgende drei Werthe der Länge des einfachen Secundenpendels

$0^m{,}9945$,
$0\ {,}9938$,
$0\ {,}9943$,

1) Stokes, *Cambr. phil. Tr.* Bd. 9, S. [32]; O. E. Meyer, Cr. Journ. f. Math. Bd. 73, S. 66.



welche um weniger als $\frac{1}{3}$ Millimeter von ihrem Mittelwerthe

$$0^{m},9942$$

abweichen.

Diese für Breslau gefundene Länge des Secundenpendels stimmt vollkommen genau mit dem von Bessel für Berlin gemessenen Werthe

$$440{,}7354 \text{ Linien} = 0{,}994224 \text{ Meter}$$

überein.

Die Intensität der Schwerkraft in Breslau wird hiernach

$$\pi^2 \,.\, 0{,}9942 = 9{,}812 \text{ Meter}$$

mit einem möglichen Fehler von etwa 4 Millimeter.

Man könnte noch an eine andere Verwerthung der Beobachtungen der Schwingungszeiten denken. Der Werth von k könnte ähnlich, wie es Bessel gethan hat, aus den Schwingungs*zeiten* berechnet und zu einer Prüfung der Theorie verwandt werden, wie ich im ersten Abschnitte Bessel's Bestimmungen von k benutzt habe. Indefs sind dazu Beobachtungen mit so langen Pendeln, weil für sie k zu wenig von $\frac{1}{2}$ verschieden ist, nicht günstig. Desto bessere Resultate verspricht die Vergleichung der Beobachtungen der abnehmenden Schwingungs*bogen* mit der Theorie.

5.

Gesetz der Abnahme der Schwingungsbogen.

Eine Theorie, welche die Voraussetzung so kleiner Schwingungsweiten enthält, dafs die Quadrate der Geschwindigkeiten des Pendels und der Luft gegen diese Geschwindigkeiten selber vernachlässigt werden dürfen, mufs zu dem Resultate führen, dafs die Gröfse der Schwingungsbogen nicht anders als in geometrischer Progression abnehmen könne. Nach diesem Gesetze würden also zwei auf einander folgende Schwingungsbogen in der Beziehung zu einander stehen, dafs der nachfolgende um eine dem vorausgehenden proportionale Gröfse kleiner ist als dieser, dafs also im Verlaufe jeder Schwingung eine Abnahme, d. h. eine

negative Zunahme, des Schwingungswinkels φ eintritt, welche φ proportional ist:

$$-\delta\varphi = \varepsilon\varphi,$$

wo ε eine von der Schwingungszeit abhängige Constante ist, welche man das logarithmische Decrement nennt.

Ist φ nicht so klein, dafs jene Voraussetzung berechtigt wäre, so wird in dieser Formel rechts eine Function von φ zu setzen seyn, welche bei unendlich abnehmendem φ mit $\varepsilon\varphi$ zusammen fällt. Ist der Werth von φ kleiner als eine gewisse Gränze, so läfst sich diese Function durch eine nach steigenden Potenzen von φ fortschreitende Reihe darstellen, welche sich für hinreichend kleine φ mit für die Praxis genügender Annäherung auf ihre zwei ersten Glieder

$$-\delta\varphi = \varepsilon\varphi\,(1 + \beta\varphi),$$

wo β eine neue Constante ist, beschränken läfst.

Aus diesem allgemeineren Gesetze für die Abnahme der Amplituden hat Gronau eine für die Rechnung geeignetere Form auf folgende Weise hergeleitet [1]).

Wenn die Schwingungen des Pendels sehr langsam abnehmen, so ist das Decrement $\delta\varphi$ für eine längere Reihe von Schwingungen angenähert constant. Umsomehr ist man berechtigt anzunehmen, dafs der Schwingungsbogen während der Dauer T einer einzigen Schwingung gleichmäfsig stark abnehme. Nennen wir die Abnahme, welche dieser Bogen während der unendlich kleinen Zeit dt erleidet, $d\varphi$, so findet die Proportion statt

$$\frac{\delta\varphi}{T} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Setzt man in diese Gleichung den Werth von $\delta\varphi$ ein, so findet man

$$-\frac{d\varphi}{\varphi\,(1 + \beta\varphi)} = \varepsilon\,\frac{dt}{T}.$$

Diese Differentialgleichung integrirt Gronau über den Zeitraum von p Schwingungen. War zu Anfang dieser Zeit

1) Gronau. Ueber die Bewegung schwingender Körper im widerstehenden Mittel. Danzig 1850. Auch als Programm der Johannesschule in Danzig erschienen.

der Werth der Amplitude φ_0, dagegen nach Verlauf der p Schwingungen φ_p, so erhält man

$$\log \text{nat} \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_p} \frac{1 + \beta \varphi_p}{1 + \beta \varphi_0} \right) = p \varepsilon,$$

eine Formel, welche φ_p als Function von p, das heifst als Function der Zeit liefert.

Diese Formel habe ich der Berechnung meiner Beobachtungsreihen zu Grunde gelegt. Dazu habe ich ihr folgende auf Briggs'sche Logarithmen reducirte Form gegeben

$$\log \frac{1 + \beta \varphi_n}{\varphi_n} = C + n \lambda.$$

Hierin ist n eine Zahl, welche mit p durch die Gleichung

$$p = q n$$

zusammenhängt; in dieser ist q die Anzahl der in jedem Intervall zwischen zwei Ablesungen ausgeführten Schwingungen, so dafs n die Stellenzahl einer einzelnen Beobachtung ist. Wie β, so sind auch C und λ von der Schwingungszeit T abhängige, dagegen von n unabhängige Constanten; erstere hat die Bedeutung

$$C = \log \frac{1 + \beta \varphi_0}{\varphi_0};$$

letztere ist

$$\lambda = q \varepsilon \log e = q \varepsilon \,.\, 0{,}43429 \ldots$$

Um nun einen vorläufigen Versuch zu machen, ob durch eine passende Bestimmung der Constanten β, λ, C erreicht werden kann, dafs sich die Beobachtungen durch die Formel darstellen lassen, habe ich die Werthe der drei Constanten zunächst nicht nach der Methode der kleinsten Quadrate, sondern auf bequemere Weise die eine nach der anderen berechnet.

Zunächst berechnete ich β. Dazu ist eine Reihe beobachteter Gröfsen

$$\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \ldots \varphi_n \ldots \varphi_m$$

gegeben. Die Formel liefert

$$\log \frac{\varphi_0}{\varphi_n} \frac{1 + \beta \varphi_n}{1 + \beta \varphi_0} = n \lambda$$

und ebenso

$$\log \frac{\varphi_{m-n}}{\varphi_m} \frac{1+\beta\varphi_m}{1+\beta\varphi_{m-n}} = n\lambda.$$

Also ist

$$\frac{1+\beta\varphi_n}{\varphi_n} \frac{1+\beta\varphi_{m-n}}{\varphi_{m-n}} = \frac{1+\beta\varphi_0}{\varphi_0} \frac{1+\beta\varphi_m}{\varphi_m}$$

und hieraus

$$\left(\frac{1}{\varphi_0} + \frac{1}{\varphi_m} - \frac{1}{\varphi_n} - \frac{1}{\varphi_{m-n}}\right)\beta = \frac{1}{\varphi_n} \frac{1}{\varphi_{m-n}} - \frac{1}{\varphi_0} \frac{1}{\varphi_m}.$$

Man kann also β aus je vier Beobachtungen, der ersten, der letzten und zwei beliebigen, gleich weit vom Anfang und Ende entfernten Beobachtungen herleiten. Es ist aber klar, dafs diese Berechnung nur dann gute Werthe liefern kann, wenn die letzteren zwei Beobachtungen weit genug vom Anfang und vom Ende der Reihe entfernt liegen, weil sonst die in der Formel enthaltenen Differenzen zu klein und ungenau werden. Ich habe daher nur solche Paare zur Rechnung benutzt, für welche die Stellenzahl n gröfser als $\frac{1}{3}m$ ist. Auf diese Weise blieben mir aus jeder Reihe sechs bis acht Werthbestimmungen von β, aus denen ich das Mittel zog.

Nachdem somit β mit genügender Genauigkeit bestimmt war, konnte die wichtigere Constante λ leicht mit gröfserer Schärfe berechnet werden. Ich berechnete zunächst

$$\log \frac{1+\beta\varphi_n}{\varphi_n} = \psi_n$$

für jedes n. Dadurch erhielt ich zur Bestimmung von λ folgendes System von Gleichungen:

$$\begin{array}{llll} \lambda = \psi_1 - \psi_0 & 2\lambda = \psi_2 - \psi_0 & 3\lambda = \psi_3 - \psi_0 & \ldots\ldots \\ & \lambda = \psi_2 - \psi_1 & 2\lambda = \psi_3 - \psi_2 & \ldots\ldots \\ & & \lambda = \psi_3 - \psi_1 & \ldots\ldots \\ & & & \ldots\ldots \end{array}$$

von denen jede mit dem ihr zukommenden Gewichte berücksichtigt wird, wenn ich sie einfach addire. So erhalte ich

$$\tfrac{1}{6}m(m+1)(m+2)\lambda = \Sigma(m-2n)(\psi_{m-n} - \psi_n),$$

welche Summe über alle Werthe von n von 0 bis $\frac{1}{2}m$ auszudehnen ist, vorausgesetzt, dafs m, wie es bei meinen Beobachtungen der Fall war, eine gerade Zahl ist.

Nachdem so β und λ bestimmt waren, hatte die Berechnung von C keine Schwierigkeit. Es wurde einfach der Mittelwerth genommen.

Aus den in Tabelle 1 mitgetheilten Beobachtungen des längsten Pendels habe ich, nachdem aus den beobachteten scheinbaren Amplituden die wahren berechnet waren, auf diese Weise die Formel hergeleitet

$$\log\left(\frac{1}{\varphi_n} + 0{,}010444\right) = 8{,}45050 - 10 + n \,.\, 0{,}019585,$$

welche die Schwingungsweite φ_n in Theilen der Fernrohrscale ausgedrückt darstellt. Desgleichen habe ich für das mittlere Pendel aus den Beobachtungen in Tabelle 3 berechnet

$$\log\left(\frac{1}{\varphi_n} + 0{,}007483\right) = 8{,}40331 - 10 + n \,.\, 0{,}021573;$$

endlich aus den in Tabelle 4 enthaltenen Beobachtungen des kürzesten Pendels die Formel

$$\log\left(\frac{1}{\varphi_n} + 0{,}009667\right) = 8{,}44155 - 10 + n \,.\, 0{,}022670.$$

Um zu prüfen, wie genau diese Formeln den Gang der Beobachtungen darstellen, habe ich die aus ihnen folgenden Werthe der Amplituden berechnet und mit den wahren Werthen der Amplituden verglichen, welche aus den beobachteten scheinbaren sich ergeben.

Tabelle 8.

	Langes Pendel			Mittleres Pendel			Kurzes Pendel		
n	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
0	56,75	56,30	+ 0,45	55,89	56,09	− 0,20	55,45	55,64	− 0,19
1	52,64	52,43	+ 0,21	51,95	52,31	− 0,36	51,33	51,40	− 0,07
2	49,32	48,94	+ 0,38	49,02	48,85	+ 0,17	47,71	47,59	+ 0,12
3	45,50	45,75	− 0,25	45,70	45,67	+ 0,03	44,39	44,13	+ 0,26
4	42,73	42,83	− 0,10	42,98	42,75	+ 0,23	40,95	41,00	− 0,05
5	39,91	40,15	− 0,24	40,00	40,06	− 0,06	39,33	38,14	+ 0,19
6	37,35	37,68	− 0,33	37,63	37,57	+ 0,05	35,39	35,54	− 0,15
7	35,34	35,40	− 0,06	35,41	35,27	+ 0,14	33,17	33,15	+ 0,02
8	33,21	33,30	− 0,09	33,07	33,14	− 0,07	30,99	30,96	+ 0,03
9	31,13	31,35	− 0,22	31,15	31,16	− 0,01	29,00	28,94	+ 0,06
10	29,34	29,54	− 0,20	29,38	29,32	+ 0,06	26,95	27,09	− 0,14



n	Langes Pendel			Mittleres Pendel			Kurzes Pendel		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
11	27,71	27,86	— 0,15	27,53	27,60	— 0,07	25,31	25,37	— 0,06
12	26,18	26,29	— 0,11	26,05	26,00	+ 0,05	23,87	23,78	+ 0,09
13	24,64	24,83	— 0,19	24,51	24,51	0	22,21	22,31	— 0,10
14	23,41	23,47	— 0,06	23,11	23,12	0	20,86	20,95	— 0,09
15	22,32	22,20	+ 0,12	21,82	21,82	0	19,71	19,68	+ 0,03
16	21,02	21,00	+ 0,02	20,67	20,60	+ 0,07	18,44	18,50	— 0,06
17	19,86	19,88	— 0,02	19,41	19,45	— 0,04	17,48	17,40	+ 0,08
18	19,02	18,83	+ 0,19	18,31	18,38	— 0,07	16,41	16,38	+ 0,03
19	17,84	17,85	— 0,01	17,40	17,37	+ 0,03	15,44	15,42	+ 0,02
20	17,10	16,92	+ 0,18	16,49	16,43	+ 0,06			
21	16,14	16,05	+ 0,09	15,46	15,54	— 0,08			
22	15,37	15,23	+ 0,14	14,75	14,70	+ 0,05			
23	14,60	14,46	+ 0,14						
24	13,58	13,73	— 0,15						

Die Abweichung der Rechnung von der Beobachtung hält sich in allen drei Reihen innerhalb der möglichen Fehler der Beobachtung. In der Mitte des Gesichtsfeldes des Fernrohrs konnte ich allerdings bei der Ablesung nach 0,1 Scalentheil schätzen, am Rande desselben jedoch mit Sicherheit nicht mehr als 0,2. Bei der Addition der Amplituden rechts und links wachsen diese Fehler auf das Doppelte, und durch die Division mit dem Cosinus des Drehungswinkels der Pendelebene auf noch etwas mehr.

Die somit durch die Beobachtung bestätigte Endformel der von Gronau entwickelten Theorie

$$\log \text{nat} \left(\frac{\varphi_0}{\varphi_p} \frac{1 + \beta \varphi_p}{1 + \beta \varphi_0} \right) = p\,\varepsilon$$

kann als eine Definition des logarithmischen Decrements ε der Amplituden angesehen werden, welche allgemeiner als die gebräuchliche ist. Letztere gilt nur für den Gränzfall unendlich kleiner Amplituden,

$$\log \text{nat} \frac{\varphi_0}{\varphi_p} = p\,\varepsilon,$$

und entsteht aus der allgemeineren, wenn die φ, also auch $\beta\varphi$ gegen 1 vernachlässigt werden.

Die numerischen Werthe dieses logarithmischen Decrements erhält man aus den oben für die Constante λ angegebenen, welche mit ε durch die Formel

$$\lambda = q\varepsilon \log e$$

oder

$$\varepsilon = \frac{1}{q} \lambda \log \text{nat } 10$$

verbunden ist. Die Zahl q ist die Anzahl der in jedem Beobachtungs-Intervall vorübergegangenen Pendelschwingungen. Für das lange Pendel ist diese Anzahl, wie oben angegeben, $q = 78$; für die beiden anderen Pendel findet man sie, wenn man die Zeit von 5 Minuten oder 300 Secunden durch die Dauer einer Schwingung dividirt. So erhält man

für das lange Pendel $\varepsilon = 0{,}000578$;
» » mittlere » $\varepsilon = 0{,}000515$;
» » kurze » $\varepsilon = 0{,}000375$.

Aus der im Eingange dieser Abhandlung erwähnten mathematischen Theorie, welche den Einflufs der Luft auf eine Pendelkugel unter Rücksicht auf die innere Reibung der Luft behandelt, folgt für das logarithmische Decrement im Gränzfall unendlich kleiner Amplituden der theoretische Werth[1])

$$\varepsilon = \frac{\frac{1}{2}\pi k' M'}{M + k M'}.$$

Hierin bedeutet, wie früher, M die Masse der Pendelkugel, M' die Masse einer ihr an Volumen gleichen Luftkugel; k ist die von Bessel so bezeichnete Zahl, deren Bedeutung

$$k = \tfrac{1}{2} + \frac{9}{4\nu a}$$

ist; ähnlich ist

$$k' = \frac{9}{4\nu a}\left(1 + \frac{1}{\nu a} + \tfrac{1}{2}\frac{\varepsilon}{\pi}\right),$$

wenn, wie oben, a den Radius der Pendelkugel bedeutet und

$$\nu^2 = \frac{\pi}{2\gamma^2 T}$$

ist, wo T die Schwingungsdauer des Pendels und γ^2 den Reibungsindex der Luft oder das Verhältnifs des Reibungscoëfficienten η zur Dichtigkeit ϱ bedeutet:

$$\varrho\gamma^2 = \eta.$$

1) Crelle's Journal f. Math. Bd. 73, S. 66. Diese meine Formeln stimmen mit den von Stokes aufgestellten (*Cambr. phil. Transact. Vol.* 9 *Part.* 2, *p.* [32]) nach Einführung erlaubter Vernachlässigungen überein.

Mit hinreichender Genauigkeit darf ich statt dieser Formel setzen

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2} k' \frac{M'}{M},$$

$$k' = \frac{9}{4\nu a}\left(1 + \frac{1}{\nu a}\right).$$

Diese Formel habe ich zu einer neuen Bestimmung des Reibungscoëfficienten η der atmosphärischen Luft benutzt. Die bis jetzt angewandten Methoden, diese Constante zu messen, haben eine sehr geringe Uebereinstimmung ergeben. Es erscheint daher wünschenswerth, die Ergebnisse der früheren Messungen durch eine neue Methode zu prüfen.

Bei dieser Rechnung hatte ich zu berücksichtigen, dafs die Dichtigkeit der Luft bei den drei Versuchen nicht dieselbe war. Aus den Ablesungen des Barometers, Psychrometers und Thermometers ergeben sich folgende drei Werthe:

Sept. 8. $M' = 5{,}80$ Grm. für das lange Pendel,
» 25. $M' = 5{,}75$ » » » mittlere » ,
» 28. $M' = 5{,}73$ » » » kurze » .

Aus diesen drei Werthen erhielt ich zunächst drei Werthe von k', aus diesen diejenigen von ν, welche ich nicht allein zum Zwecke dieser Rechnung, sondern auch für die im vorigen Abschnitt benutzten Werthe von k berechnete. Endlich fand ich aus der Beobachtung

des langen Pendels $\eta = 0{,}000232$,
» mittleren » $\eta = 0{,}000233$,
» kurzen » $\eta = 0{,}000184$,

bezogen, wie oben, auf Centimeter und Secunden.

Der Mittelwerth dieser Zahlen

$$\eta = 0{,}000216$$

ist in ziemlicher Uebereinstimmung mit denjenigen Bestimmungen, welche Maxwell [1]) und ich [2]) nach einer Methode

1) *Phil. Transact. f.* 1866. *Vol.* 156, *p.* 249.

2) Diese noch nicht publicirten Beobachtungen erscheinen in meiner dritten Abhandlung über die innere Reibung der Gase in diesen Annalen.

Maxwell's ausgeführt haben. Aus der von Maxwell aufgestellten Formel

$$\eta = 0{,}0001878\ (1 + 0{,}00365\,.\,\vartheta)$$

ergiebt sich für die mittlere Temperatur $\vartheta = 18^0$ C., in der sich die Kugel bei meinen Versuchen befand,

$$\eta = 0{,}000200.$$

Alle anderen Bestimmungen haben theils erheblich gröfsere, theils viel kleinere Werthe geliefert; und es lassen sich gegen alle diese andern Methoden Einwendungen von Gewicht erheben. Es kann also, zumal nach dieser Bestätigung, kein Zweifel bestehen, dafs die nach der Maxwell-schen Methode bestimmten Werthe des Reibungscoëfficienten der Luft die genauesten sind.

Ich habe deshalb unter Voraussetzung der Richtigkeit des Werthes

$$\eta = 0{,}000200$$

für meine drei Beobachtungsreihen neue Formeln von derselben Gestalt wie die früheren berechnet. Der Werth von λ ist durch den von η gegeben; es blieben also nur zwei Constanten, β und C zu bestimmen; diese habe ich nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet und dadurch folgende Formeln erhalten:

erstens für das lange Pendel

$$\log\left(\frac{1}{\varphi_n} + 0{,}014239\right) = 8{,}50253 - 10 + n\,.\,0{,}01810;$$

zweitens für das mittlere Pendel

$$\log\left(\frac{1}{\varphi_n} + 0{,}011347\right) = 8{,}46042 - 10 + n\,.\,0{,}01987;$$

endlich für das kurze Pendel

$$\log\left(\frac{1}{\varphi_n} + 0{,}007662\right) = 8{,}41157 - 10 + n\,.\,0{,}02367.$$

Eine Vergleichung der nach diesen Formeln berechneten Amplituden mit den beobachteten enthält folgende Tabelle.

Tabelle 9.

	Langes Pendel			Mittleres Pendel			Kurzes Pendel		
n	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
0	56,75	56,92	— 0,17	55,89	57,08	— 1,19	55,45	55,14	+ 0,31
1	52,64	52,85	— 0,21	51,95	52,99	— 1,04	51,33	51,07	+ 0,26
2	49,32	49,18	+ 0,14	49,02	49,29	— 0,27	47,71	47,38	+ 0,33
3	45,50	45,86	— 0,36	45,70	45,94	— 0,24	44,39	44,02	+ 0,37
4	42,73	42,85	— 0,12	42,98	42,88	+ 0,10	40,95	40,95	0
5	39,91	40,10	— 0,19	40,00	40,09	— 0,09	38,33	38,14	+ 0,19
6	37,35	37,59	— 0,24	37,63	37,54	+ 0,09	35,39	35,57	— 0,18
7	35,34	35,28	+ 0,06	35,41	35,19	+ 0,22	33,17	33,20	— 0,03
8	33,21	33,16	+ 0,05	33,07	33,02	+ 0,05	30,99	31,02	— 0,03
9	31,13	31,21	— 0,08	31,15	31,03	+ 0,12	29,00	29,01	— 0,01
10	29,34	29,40	— 0,06	29,38	29,18	+ 0,20	26,95	27,15	— 0,20
11	27,71	27,73	— 0,02	27,53	27,47	+ 0,06	25,31	25,43	— 0,12
12	26,18	26,17	+ 0,01	26,05	25,88	+ 0,17	23,87	23,84	+ 0,03
13	24,64	24,73	— 0,09	24,51	24,40	+ 0,11	22,21	22,36	— 0,15
14	23,41	23,38	+ 0,03	23,11	23,02	+ 0,09	20,86	20,98	— 0,12
15	22,32	22,13	+ 0,19	21,82	21,74	+ 0,08	19,71	19,70	+ 0,01
16	21,02	20,95	+ 0,07	20,67	20,54	+ 0,13	18,44	18,50	— 0,06
17	19,86	19,86	0	19,41	19,42	— 0,01	17,48	17,39	+ 0,09
18	19,02	18,83	+ 0,19	18,31	18,37	— 0,06	16,41	16,35	+ 0,06
19	17,84	17,86	— 0,02	17,40	17,39	+ 0,01	15,44	15,38	+ 0,06
20	17,10	16,96	+ 0,14	16,49	16,47	+ 0,02			
21	16,14	16,11	+ 0,03	15,46	15,60	— 0,04			
22	15,37	15,31	+ 0,06	14,75	14,78	— 0,03			
23	14,60	14,55	+ 0,05						
24	13,58	13,84	— 0,26						

Die Uebereinstimmung der ersten Reihe ist besser als nach der früheren Rechnung, der zweiten schlechter, der dritten ebenso gut; im Ganzen stimmen also die neuen Formeln ebenso gut mit den Beobachtungen überein, wie die alten.

Die neue Berechnung läfst jetzt auch das Gesetz erkennen, nach welchem die zweite Constante β der Formel sich mit der Schwingungszeit verändert. Dieselbe ist ziemlich genau der Schwingungszeit proportional. Es ist gefunden worden

	langes Pendel	mittl. Pendel	kurzes Pendel
Constante β	0,01424	0,01135	0,00766
Schwingungszeit T	3'',8450	3,1122	2,1531
$\frac{\beta}{T}$	0,00370	0,00365	0,00354.

Ueber die Bedeutung dieser Constante β giebt die von Stokes und mir entwickelte Reibungs-Theorie, welche



nur die erste Potenz der Geschwindigkeiten berücksichtigt, keine Auskunft. Die Gröfse β enthält also die Widerstandskräfte, welche von den höheren, besonders von der zweiten Potenz der Geschwindigkeiten abhängen.

Bei diesem Mangel einer strengen analytischen Theorie bleibt nichts übrig, als eine Theorie zu Hülfe zu ziehen, welche auf weniger tief eindringenden, aber annäherungsweise zulässigen Vorstellungen beruht. Im ersten Abschnitte dieser Abhandlung wurde bereits erwähnt, dafs es zwar keine eigentliche Widerstandskraft der Flüssigkeiten und der Luft giebt, dafs aber der Ausdruck Widerstand dennoch berechtigt ist, wenn man damit den Verlust an Geschwindigkeit bezeichnet, den ein bewegter Körper erleidet. Dieser Verlust ist eine Function der Geschwindigkeit, welche sich, wenn die Geschwindigkeit des Körpers gering ist, in eine nach aufsteigenden Potenzen derselben fortschreitende Reihe, welche mit der ersten Potenz beginnt, entwickeln lassen wird. Angenähert kann man diese Reihe auf ihre zwei ersten Glieder beschränken.

So kommt man für eine Pendel-Kugel zu der Differential-Gleichung

$$0 = Ml\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + Mg\sin\vartheta + cl\frac{d\vartheta}{dt} - c'l^2\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2,$$

welche den Winkel ϑ, um den das Pendel zur Zeit t aus der Gleichgewichtslage abgelenkt ist, als Function von t bestimmt. M ist wie bisher die Masse der Kugel, l die Pendellänge, g die Schwere, c und c' Constanten. Diese Differentialgleichung ist von Gronau in dem citirten Programme aufgelöst worden. Die Auflösung stimmt mit der bereits benutzten Formel überein. In derselben hat β die Bedeutung

$$\beta = \frac{8c'l}{3cT};$$

es ist aber die Schwingungsdauer T durch die Gleichung

$$gT^2 = \pi^2 l$$

bestimmt; also ist auch

$$\beta = \frac{8 c' g T}{3 \pi^2 c}$$

d. h. die Constante β ist nach dieser angenäherten Theorie der Schwingungszeit proportional. Die Theorie befindet sich also mit der Beobachtung in Uebereinstimmung.

Die Theorie ist entwickelt ohne Rücksicht auf den Widerstand, den der Pendelfaden von der Luft erleidet. Würde dieser berücksichtigt worden seyn, so hätte sich eine andere Art der Abhängigkeit ergeben, in welcher β von l, folglich von T steht. Daraus folgt, daſs der Widerstand des Pendelfadens trotz der Länge desselben gegen denjenigen, den die Kugel erleidet, verschwindend klein ist. So wird also schlieſslich gerechtfertigt, daſs an keiner Stelle dieser Abhandlung auf den Widerstand des Fadens Rücksicht genommen worden ist.

Fassen wir das Ergebniſs unserer Untersuchung zusammen, so ist das im Eingange erwähnte Ziel erreicht. Durch dieselbe Theorie und durch dieselben numerischen Werthe der in die Rechnung eingehenden Constanten ist sowohl die von Bessel gemessene Vergröſserung der Schwingungsdauer eines Pendels in der Luft, als auch die allmähliche Abnahme seiner Schwingungsweite erklärt worden.

Breslau den 4. März 1871.

II. *Ueber die Periodicität und heliographische Verbreitung der Sonnenflecken; von F. Zöllner.*

(Aus d. Berichten d. K. Sächs. Gesellsch. d. Wiss. 1870; vom Hrn. Verf. übersandt.)

Es ist mehrfach versucht worden, die merkwürdige Thatsache der Periodicität in der Häufigkeit und Entwickelung der Sonnenflecken durch extrasolare Einflüsse zu erklären,



unter denen die Einwirkung gewisser Planeten-Constellationen die bekannteste Hypothese ist.

Ein Versuch, jene Periodicität aus der Natur und physischen Beschaffenheit der Sonnenoberfläche auf Grund bekannter physikalischer Gesetze zu erklären, ist meines Wissens noch nicht gemacht worden, obschon unsere gegenwärtigen Kenntnisse, wie ich in Folgendem zu zeigen hoffe, ausreichend sind, um einen derartigen Versuch zu rechtfertigen.

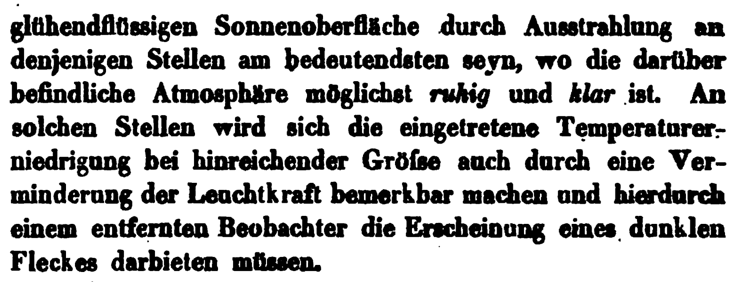
Nach der von mir vertheidigten Ansicht über die Natur der Sonnenflecken sind dieselben schlackenartige Producte [1]) localer Abkühlungen auf der glühend-flüssigen Sonnenoberfläche. Durch den unzweifelhaft eruptiven Charakter einer grofsen Anzahl von Protuberanzgebilden wird die Annahme einer tropfbarflüssigen Oberfläche des Sonnenkörpers wesentlich gestützt, wenn nicht nothwendig gefordert, wie ich diefs in einer früheren Abhandlung »über die Temperatur und physische Beschaffenheit der Sonne« [2]) ausführlicher erörtert habe. Ueber dieser glühenden Flüssigkeit lagert eine glühende Atmosphäre, die einen Theil der die Flüssigkeit constituirenden Stoffe im gas- oder dampfförmigen Zustande enthält.

Die Beschaffenheit dieser Atmosphäre mufs die Intensität der Wärmeausstrahlung der von ihr eingehüllten Sonnenoberfläche in ähnlicher Weise beeinflussen, wie die Beschaffenheit der irdischen Atmosphäre die Wärmeausstrahlung der erwärmten Erdoberfläche beeinflufst. Ist nämlich die Atmosphäre unserer Erde *ruhig* und *wolkenfrei*, so ist die durch nächtliche Ausstrahlung erzeugte Temperaturerniedrigung am stärksten und als Resultate dieser Ausstrahlung bilden sich je nach der Temperatur Thau oder Reif.

In analoger Weise mufs die Temperaturerniedrigung der

1) *Emile Gautier, de la constitution du Soleil. Archives de Genève T. XVIII, p.* 209. *T. XIX, p.* 265. *T. XXIV, p.* 21, 1869. *Août.*

2) Berichte der königl. sächs Gesellschaft d. W. Sitzung vom 2. Juni 1870, S. 103 ff.



glühendflüssigen Sonnenoberfläche durch Ausstrahlung an denjenigen Stellen am bedeutendsten seyn, wo die darüber befindliche Atmosphäre möglichst *ruhig* und *klar* ist. An solchen Stellen wird sich die eingetretene Temperaturerniedrigung bei hinreichender Gröfse auch durch eine Verminderung der Leuchtkraft bemerkbar machen und hierdurch einem entfernten Beobachter die Erscheinung eines dunklen Fleckes darbieten müssen.

Sind nun aber durch diesen Vorgang, der sich offenbar unter den erwähnten Bedingungen an verschiedenen Stellen *gleichzeitig* vollziehen kann, Temperaturverschiedenheiten auf der flüssigen Sonnenoberfläche eingetreten, so müssen sich dieselben, theils durch veränderte Ausstrahlung, theils durch Berührung und Leitung der darüber lagernden Atmosphäre mittheilen und hierdurch in derselben nothwendig Gleichgewichtsstörungen hervorrufen.

Wie diese Störungen an den Gränzen der Sonnenflecken die Form von Wirbelwinden annehmen — nach Analogie unserer Land- und Seewinde — und hierdurch zur Bildung von wolkenartigen Condensationserscheinungen Veranlassung geben, welche in einer gewissen Höhe die Küsten jener Schlackeninseln umkränzen und uns als Penumbren erscheinen, habe ich bereits im vergangenen Jahre an einem anderen Orte entwickelt [1]). Für die vorliegenden Betrachtungen ist es nur nothwendig zu berücksichtigen, dafs die in der beschriebenen Weise erzeugten Bewegungen in der Sonnenatmosphäre gerade diejenigen Bedingungen wieder aufheben, welche oben zu einer möglichst starken Temperaturerniedrigung durch Ausstrahlung als nothwendig erkannt wurden: nämlich die *Ruhe* und *Klarheit* der Atmosphäre.

Die Ausstrahlung und die durch sie vermittelte Temperaturerniedrigung wird also beim Beginn der erwähnten Bewegungen durch Trübungen der Atmosphäre gehemmt und die abgekühlten Stellen können sich unter dem Einflusse dieser Hemmung allmählich wieder erwärmen, theils

1) Vierteljahrsschrift der astronomischen Gesellschaft, IV, S. 172 ff.

durch Berührung mit den darunter befindlichen heifseren Theilen der glühenden Flüssigkeit, theils von oben durch Berührung mit den von heifseren Stellen herbeiströmenden Gasmassen. Haben sich durch diesen Procefs die durch Ausstrahlung entstandenen Temperaturdifferenzen wieder ausgeglichen, so sind hierdurch auch die Sonnenflecken aufgelöst worden und es tritt in der Atmosphäre allmählich wieder jener ursprüngliche Gleichgewichtszustand ein, der von Neuem diejenigen Bedingungen herstellt, welche eine Wiederholung des geschilderten Vorganges herbeiführen können.

Es folgt aus dieser Betrachtung, dafs jeder einzelne Sonnenfleck den Bedingungen seiner Bildung und Auflösung gemäfs nothwendig den Charakter eines *Intermittenzphänomens* trägt; aber sowohl der Eintritt wie die Dauer dieses Phänomens müssen mit Berücksichtigung der mannigfachen Complication meteorologischer Processe zunächst als vollkommen zufällig angesehen werden. Je gröfser im Allgemeinen die Verbreitungsbezirke der zur Fleckenentwickelung günstigen Bedingungen, also der atmosphärischen *Ruhe* und *Klarheit*, sind, desto gröfser müssen auch die durch Ausstrahlung abgekühlten Stellen, nämlich die Sonnenenflecke seyn.

Da die Auflösung eines Fleckes nach der entwickelten Theorie *wesentlich* durch eine Ausgleichung der vorhandenen Temperaturdifferenzen bedingt ist, und diese Ausgleichung bei gegebener Leitungsfähigkeit und Beweglichkeit der sich berührenden Stoffe desto schneller vollendet seyn mufs, je kleiner die Ausdehnung der abgekühlten und wieder zu erwärmenden Masse ist, so mufs die Dauer eines Fleckes aufs Engste mit seiner Gröfse zusammenhängen. Ebenso nothwendig ist es, dafs die Verbreitungsbezirke der Störungen, welche durch die Anwesenheit eines Fleckes erzeugt werden, um so gröfsere Dimensionen annehmen und sich in um so gröfserer Entfernung von dem eigentlichen Sitze der störenden Ursache, nämlich dem betreffenden

Flecke, bemerklich machen, je gröfsere Ausdehnung der Letztere hat.

Es folgt hieraus, dafs in der Umgebung eines grofsen und vollständig entwickelten Fleckes im Allgemeinen die Bedingungen zur Bildung anderer Flecke ungünstig sind, indem durch die vorhandenen Bewegungen der Atmosphäre einerseits die durch Ausstrahlung abgekühlten Stellen wieder mit anderen, wärmeren Theilen der Atmosphäre in Berührung kommen, andererseits diese Bewegungen Veranlassung zur Mischung verschieden warmer Theile der Atmosphäre untereinander geben und dadurch Condensationserscheinungen erzeugen, welche die Durchstrahlbarkeit der Atmosphäre in dem betrachteten Bezirke vermindern müssen.

Man kann demgemäfs auf Grund der entwickelten Theorie allgemein den folgenden Satz aufstellen:

Ein Sonnenfleck übt innerhalb einer gewissen, von seiner Gröfse abhängigen Entfernung, eine derartige Wirkung auf seine Umgebung aus, dafs innerhalb dieses Bezirkes die fernere Bildung von Flecken verhindert oder erschwert wird.

Untersucht man ebenso die Bedingungen der Coëxistenz derjenigen Zustände der Sonnenatmosphäre, welche nach unserer Theorie die Bildung von Flecken begünstigen müssen — nämlich die Zustände der *Ruhe* und *Klarheit* — so zeigt eine einfache Betrachtung, dafs diese Zustände, wenn sie an einer bestimmten Stelle *längere Zeit* hindurch wirksam seyn sollen, — wie diefs zur Erzeugung einer genügenden Temperaturerniedrigung erforderlich ist — auch nothwendig eine allgemeinere Verbreitung haben müssen.

Qualitativ walten hier ganz ähnliche Verhältnisse wie in unserer irdischen Atmosphäre ob; auch hier sind Zustände von *längerer* Dauer an einem bestimmten Orte nur möglich, wenn der Verbreitungsbezirk der sie bedingenden Ursachen eine gröfsere und allgemeinere Ausdehnung in der Atmosphäre hat.

Wenn wir daher an einer bestimmten Stelle der Sonnenoberfläche das Entstehen eines Fleckes beobachten und *hieraus* auf einen an dieser Stelle *vor* der Entstehung län-



gere Zeit hindurch wirksam gewesenen Zustand relativer Ruhe und Klarheit der Atmosphäre schliefsen müssen, so wird dieser Zustand nach den soeben angestellten Betrachtungen nicht nur auf die vom Flecke eingenommene Stelle beschränkt gewesen seyn, sondern auch noch innerhalb einer gewissen Entfernung in der Umgebung dieser Stelle vorausgesetzt werden müssen. Es werden folglich innerhalb dieses Verbreitungsbezirkes die Bedingungen zur *gleichzeitigen* Entstehung anderer Flecken günstiger und daher die Bildung der letzteren wahrscheinlicher als an entfernteren Stellen seyn, so dafs man allgemein den folgenden Satz aussprechen kann:

Diejenigen Zustände der Sonnenatmosphäre, welche an einer bestimmten Stelle die Bildung eines Fleckes bedingen, besitzen im Allgemeinen eine gröfsere Ausdehnung als der sich entwickelnde Fleck, so dafs innerhalb des Verbreitungsbezirkes dieser günstigen Bedingungen die gleichzeitige Entstehung noch anderer Flecke wahrscheinlicher als an anderen Stellen ist.

Durch diesen Umstand erklärt sich vielleicht ganz ungezwungen das *Auftreten der Flecken in Gruppen*; denn die Gröfse der einzelnen Flecke hängt offenbar nicht nur von der Gröfse der die Ausstrahlung vermittelnden klaren Stellen der Atmosphäre ab, sondern, ähnlich wie die Gröfse unserer Eisschollen, auch von den Cohäsionsverhältnissen der Abkühlungsproducte und der Ruhe der Flüssigkeit, auf welcher dieselben schwimmen.

Die in beiden Sätzen enthaltenen Resultate lassen sich kürzer dahin aussprechen, dafs in der Sonnenatmosphäre innerhalb einer gewissen Ausdehnung *gleichartige Zustände sich begünstigen, ungleichartige sich hemmen oder ausschliefsen.* Hierdurch entsteht innerhalb der betrachteten Gränzen *eine Tendenz zur Coëxistenz gleichartiger Zustände.*

Solange diese Tendenz nur auf verhältnifsmäfsig geringe Entfernungen von den betreffenden Stellen beschränkt bleibt, wie diefs bei den bisherigen Betrachtungen vorausgesetzt wurde, mufs jede einzelne Fleckengruppe als eine vollkom-

men isolirte, von anderen Gruppen getrennte Erscheinung angesehen werden, deren Ort, Entstehung und Dauer gegenüber anderen Flecken durch relativ zufällige Umstände bedingt sind. Unter dieser Voraussetzung müfste daher die durchschnittliche Zahl und Gröfse der *gleichzeitig* auf der *ganzen* Sonnenoberfläche vorhandenen Flecken, nach Analogie eines meteorologischen oder statistischen Mittels, eine Constante seyn, welche, wie alle derartige Constanten, durchschnittlich nur als ein besonderer Ausdruck für die innerhalb gewisser Gränzen als constant wirkenden mittleren Zustände der betrachteten Aggregate von Einzelerscheinungen aufzufassen ist. Abstrahirt man im vorliegenden Falle von dem numerischen Werthe dieser Constanten, nämlich der durchschnittlichen Zahl und Gröfse der Sonnenflecken, und untersucht nur diejenigen Umstände, von welchen ihre Eigenschaft eine *Constante* zu seyn, abhängt, so sind *bei Ausschlufs extrasolarer Einflüsse* im Wesentlichen nur zwei Ursachen denkbar, durch welche sich jener Werth in eine mit der Zeit veränderliche Gröfse verwandelt, nämlich:

1) eine Aenderung der mittleren Temperatur der Sonne,
2) eine gegenseitige Abhängigkeit der einzelnen Flecken bezüglich ihrer Entstehung, Dauer und Gröfse.

Beide Ursachen können getrennt oder gemeinsam wirken; es mögen jedoch zunächst die Wirkungen jeder Ursache für sich unter Ausschlufs der anderen näher betrachtet werden.

In Betreff der ersten Ursache ist ohne Weiteres klar, dafs, wenn die Sonnenflecken Abkühlungsproducte sind, ihre durchschnittliche Zahl und Gröfse ein bestimmter Ausdruck für das Abkühlungsstadium der Sonne seyn mufs, da alle anderen Eigenschaften der letzteren — ihre Masse und relative Quantität der chemischen Bestandtheile — unverändert bleiben. Mit Abnahme der Temperatur würde dann die durchschnittliche Menge der Abkühlungsproducte *continuirlich* bis zur Verdunkelung der ganzen Sonnenoberfläche wachsen, im entgegengesetzten Falle bis zum vollständigen Verschwinden der Flecken abnehmen müssen.

Die zweite Ursache, wie sie auch beschaffen seyn mag, hebt diejenige Bedingung der einzelnen Fleckerscheinungen auf, vermöge welcher sie bezüglich ihrer Entstehung, Dauer und Gröfse als relativ *zufällige* Erscheinungen zu betrachten sind. Nur unter dieser Voraussetzung kann aber den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit gemäfs der Mittelwerth jener Gröfsen eine Constante seyn. Folglich mufs unter Einwirkung der zweiten Ursache jener Mittelwerth ebenfalls in eine mit der Zeit veränderliche Gröfse verwandelt werden.

Ueber die besondere Beschaffenheit dieser Veränderlichkeit sind aber nur drei Annahmen möglich, nämlich:

1) der betrachtete Mittelwerth wächst continuirlich;
2) derselbe nimmt continuirlich ab;
3) derselbe oscillirt zwischen Maximis und Minimis.

Die beiden ersten Fälle würden unter der oben gemachten Voraussetzung über die Bedeutung der durchschnittlichen Zahl und Gröfse der Flecken lediglich die Folge einer Aenderung des mittleren Temperaturzustandes der Sonne und zwar beziehungsweise einer Ab- oder Zunahme dieses Zustandes seyn können. Nimmt man daher unserer Voraussetzung gemäfs für die betrachteten Zeiträume jene Aenderungen der mittleren Temperatur der Sonne als verschwindend an, so bleibt für die allgemeine Beschaffenheit der Veränderung des fraglichen Mittelwerthes nur die dritte Möglichkeit übrig, nämlich der Charakter einer *oscillirenden Function.*

Die Dauer der einzelnen Oscillationen hängt wesentlich von denjenigen Ursachen und Bedingungen ab, vermöge welcher sie entstehen. Sind daher diese Umstände längere Zeit hindurch constant, so mufs auch die Dauer der durch sie bedingten Oscillationen constant seyn und hierdurch die durchschnittliche Zahl und Gröfse der betrachteten Erscheinungen in eine *periodische Function* der Zeit verwandelt werden.

Um auf Grund der hier entwickelten Sätze die Periodicität in der Häufigkeit und Gröfse der Sonnenflecken zu erklären, ist es, wie man sieht, nur erforderlich, eine der-

artige Beziehung zwischen den einzelnen Sonnenflecken anzunehmen, wie sie die zweite der betrachteten Ursachen verlangt. Zu diesem Zwecke bedarf es aber nur einer räumlich hinreichend grofsen Ausdehnung der bereits oben für einzelne Bezirke der Sonnenatmosphäre abgeleiteten *Tendenz zur Coëxistenz gleichartiger Zustände.* Eine solche allgemeinere Ausdehnung der Gleichgewichtsstörungen in der Atmosphäre der Sonne ist nun nicht nur wahrscheinlich, sondern wird, wie ich glaube, durch zahlreiche Beobachtungen bestätigt, welche zeigen, dafs sich um die Zeit der Maxima der Flecken auf der *ganzen* Oberfläche der Sonne grofse Umwälzungen vollziehen, die sich unter Anderem auch in der Bildung und Beweglichkeit der sogenannten Fackeln manifestiren [1]). Es würde unter dieser Voraussetzung der Uebergang von einem Maximum zu einem Minimum der Sonnenflecken nichts anderes, als ein grofser, in der ganzen Sonnenatmosphäre gleichzeitig stattfindender Ausgleichungsprocefs von Druck und Temperaturdifferenzen seyn, die sich nach eingetretener Ruhe und Klarheit der Atmosphäre in Folge der hierdurch begünstigsten Ausstrahlung von Neuem erzeugen und so die Wiederholung des ganzen Processes bedingen.

Die Dauer eines solchen Ausgleichungsprocesses wird bei durchschnittlich constanter Gröfse der auszugleichenden Differenzen, im Wesentlichen von drei Umständen abhängen: nämlich von der *Leitungsfähigkeit*, *Beweglichkeit* und *Masse* derjenigen Körper, an welchen sich der Procefs vollzieht.

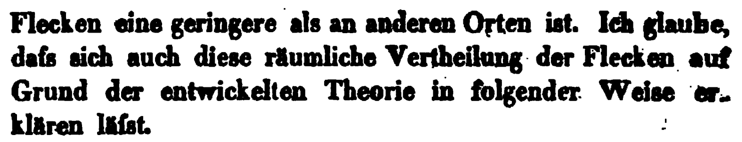
Im vorliegenden Falle würde offenbar die Auflösung der Flecken um so schneller von Statten gehen, je gröfser die *Leitungsfähigkeit* der die Flecken bildenden Abkühlungsproducte und je gröfser die *Beweglichkeit* der über diesen Producten lagernden Atmosphäre ist. Der Zustand atmosphärischer Ruhe und Klarheit, der nach *vollendeter* Auflösung die Bedingung zur Entstehung neuer Flecken ist,

1) R. Wolf, Vierteljahrsschrift der Naturf. Ges. zu Zürich. Jahrg. XIII Heft 2, S. 118.

wird desto früher wieder eintreten, je kleiner die *Masse* der bewegten Luftmengen ist. Diese Masse würde aber im betrachteten Falle durch diejenige der gesammten Sonnenatmosphäre repräsentirt werden und daher constant seyn müssen ebenso wie diese Constanz des mittleren Werthes für die beiden anderen Gröfsen, der *Leitungsfähigkeit*, und *Beweglichkeit* bei Berücksichtigung der *ganzen* Sonnenoberfläche innerhalb langer Zeiträume vorhanden seyn wird. Wenn aber die wesentlichen Bedingungen einer Erscheinung constant sind, so müssen auch die wesentlichen der von ihnen bedingten Momente jener Erscheinung constant bleiben, und ein solches Moment ist im vorliegenden Falle die Zeit, welche zwischen einem Maximum und Minimum in der Zahl und Gröfse der Sonnenflecken verfliefst. Andrerseits ist ersichtlich, dafs im Laufe solcher Zeiträume in denen die Abnahme der mittleren Temperatur der Sonne einen merklichen Einflufs auf die erwähnten Eigenschaften ausübt, auch die Periodendauer solche Aenderungen erleiden mufs, welche bei fortdauernder Abkühlung continuirlich das Ende des ganzen Phänomens durch die schliefsliche Incrustirung des ganzen Sonnenkörpers herbeizuführen geeignet sind [1]).

Die bisherigen Betrachtungen erstreckten sich auf die Abhängigkeit der Anzahl und Gröfse der Sonnenflecken von der *Zeit*. Die Beobachtungen haben jedoch gezeigt, dafs eine solche Abhängigkeit auch bezüglich des *Ortes* stattfindet, indem sowohl in einer schmaleren Aequatorialzone als auch in höheren Breiten die Gröfse und Zahl der

1) Es mag in Kürze darauf hingewiesen werden, dafs das wesentliche Princip der vorstehend für die Periodicität der Sonnenflecken gegebenen Erklärung auch allgemeinere Geltung hat und auf alle solche Erscheinungen anwendbar ist, welche durch das Zusammenwirken einer gröfseren Anzahl von Einzelerscheinungen erzeugt werden. Besitzen letztere einen oscillatorischen oder intermittirenden Charakter und sind durch eine Tendenz zur Coëxistens gleichartiger Zustände verbunden — wie z. B. mehrere auf ein und demselben Brette befestigte Uhren — so mufs im Allgemeinen das hieraus resultirende Summationsphänomen mit der Zeit einen periodischen Charakter annehmen.

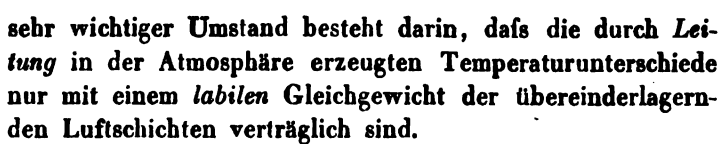


Flecken eine geringere als an anderen Orten ist. Ich glaube, dafs sich auch diese räumliche Vertheilung der Flecken auf Grund der entwickelten Theorie in folgender Weise erklären läfst.

Die einzige uns genauer bekannte Ursache, welche eine Verschiedenheit zwischen den einzelnen Punkten der Sonnenoberfläche nach Mafsgabe ihrer heliographischen Breite bedingt, ist die Rotation des Sonnenkörpers. Durch diese Eigenschaft der Sonne werden jedoch nicht nur *phoronomische*, sondern auch *physische* Unterschiede zwischen den einzelnen Theilen ihrer Oberfläche erzeugt, indem dadurch die Intensität der Schwere in eine Function der heliographischen Breite verwandelt wird, welche am Aequator ein Minimum besitzt. Diese Unterschiede der Gravitation sind von wesentlichem Einflufs auf die *allgemeinen* Bewegungen und Strömungen der Sonnenatmosphäre.

Zur näheren Bestimmung dieses Einflufses denke man sich eine ruhende, von einer Atmosphäre umgebene feste Kugel, deren Oberfläche überall von gleicher Beschaffenheit ist und stets auf einer so hohen constanten Temperatur erhalten wird, dafs fortdauernd eine constante Wärmeausstrahlung stattfindet. Unter diesen Voraussetzungen wird sich mit der Zeit ein bestimmter Gleichgewichtszustand in der Atmosphäre herstellen; die Temperatur derselben wird theils durch *Leitung*, theils durch *Strahlung* von der heifsen Oberfläche in jeder concentrischen Schicht constant erhalten. Es ist hierbei bemerkenswerth, dafs der Antheil, welchen beide Ursachen an der Erwärmung der Atmosphäre haben, von der Temperatur der Kugeloberfläche abhängt, indem die bei niedriger Temperatur ausgesandten, sogenannten dunklen Wärmestrahlen im Allgemeinen viel stärker als die bei hohen Temperaturen ausgesandten leuchtenden Wärmestrahlen von diathermanen Körpern absorbirt werden. Auf der Sonne wird demgemäfs der Einflufs der Wärmeleitung auf die Temperatur der Atmosphäre im Vergleiche mit dem Einflufs der Strahlung ein relativ grofser seyn.

Ein zweiter, und für die gegenwärtigen Betrachtungen



sehr wichtiger Umstand besteht darin, dafs die durch *Leitung* in der Atmosphäre erzeugten Temperaturunterschiede nur mit einem *labilen* Gleichgewicht der übereinderlagernden Luftschichten verträglich sind.

Um sich die Richtigkeit dieser Behauptung zu veranschaulichen, setze man bei der betrachteten Kugel an Stelle der Atmosphäre eine flüssige Umhüllung voraus, deren unterste Schicht durch Berührung mit der heifsen Kugeloberfläche erwärmt, deren oberste durch Ausstrahlung abgekühlt wird. Die unteren Theile der Flüssigkeit haben alsdann vermöge ihres geringeren specifischen Gewichtes das Bestreben emporzusteigen. Da aber dieses Emporsteigen nur möglich ist, wenn an einer anderen Stelle *gleichzeitig* ein Herabsteigen stattfindet, so wird bei der an allen Stellen der Kugel vorausgesetzten, vollkommenen Gleichheit der Bedingungen kein Grund vorhanden seyn, wefshalb an irgend einer Stelle dieses Auf- und Herabsteigen der Flüssigkeit eher stattfinden sollte als an einer anderen. Nach dem Satze vom zureichenden Grunde wird daher überhaupt keine Gleichgewichtsstörung stattfinden können, so lange nicht durch irgend eine, wenn auch noch so geringfügige Ursache, ein Unterschied zwischen zwei verschiedenen Punkten der Kugeloberfläche erzeugt wird. Nimmt man z. B. an, dafs an irgend einer Stelle die Intensität der Schwere verändert wird, so mufs das Gleichgewicht gestört werden und es wird nach dem Archimedes'schen Princip an den Stellen geringerer Schwere ein Emporsteigen an den anderen Stellen ein Herabsteigen der Flüssigkeit stattfinden müssen.

Bei einer rotirenden Kugel sind nun derartige Unterschiede als Function des Abstandes vom Aequator vorhanden, und da an den Punkten des Letzteren die Intensität der Schwere ein Minimum besitzt, so mufs hier ein Emporsteigen der gleichmäfsig von unten erwärmten Flüssigkeits- oder Luftmassen stattfinden.

Die Geschwindigkeit des Emporsteigens und die Stärke der dadurch erzeugten Strömungen hängt wesentlich nur

von den Temperaturdifferenzen und den hierdurch bedingten Unterschieden des specifischen Gewichtes der bewegten Massen ab. Die Gröfse der Rotation spielt hierbei nur eine untergeordnete Rolle, indem in dem oben betrachteten Beispiele offenbar schon die langsamste Rotation genügen würde, um bei der grofsen Verschiebbarkeit der einzelnen Flüssigkeitstheilchen eine Störung des labilen Gleichgewichtes in dem erwähnten Sinne herbeizuführen.

Die Bewegungen, welche auf diese Weise in den flüssigen Umhüllungen einer von Innen erwärmten Kugel erzeugt werden, üben nun aber eine leicht ersichtliche Rückwirkung auf die Temperaturvertheilung der Kugeloberfläche selber aus. In den höheren Breiten sinken die zu beiden Seiten des Aequators abfliefsenden *oberen* Ströme herab, nachdem sie auf diesem Wege einen Theil ihrer Wärme durch Strahlung verloren haben, welcher ihnen auf ihrem *unteren* Wege zum Aequator durch Berührung mit der heifsen Oberfläche durch Leitung mitgetheilt wurde. Die polaren Regionen der rotirenden Kugel werden folglich stets von kühleren Theilen der strömenden Flüssigkeitsmassen bespült als die Aequatorialzonen, welche vorwiegend mit den auf ihrem Wege von den Polen bereits erwärmten *unteren* Strömungen in Berührung kommen. *Hierdurch mufs die Temperatur der Aequatorialzone erhöht, die der Polarzonen erniedrigt werden* und auf diese Weise eine Temperaturvertheilung entstehen, welche für sich allein auch bei einer nicht rotirenden Kugel die angedeuteten Strömungen in demselben Sinne erzeugen müfste [1]).

1) Secchi hat mit Hülfe thermoskopischer Beobachtungen die Temperaturvertheilung auf der Sonnenoberfläche untersucht und gelangt durch Discussion seiner Beobachtungen zu folgenden, mit obigen Resultaten übereinstimmenden Ergebnissen: »*Les régions équatoriales sont à une température plus élevée que les régions situées au de là du* 30° *degré de latitude et la différence est au moins de* $\frac{1}{16}$.

Vgl. Secchi, *le Soleil.* Paris (1870) *p.* 133. Aufserdem *Nuova ricerche sulla distribuzione del calore alla superficie solare* (Tortolini, *Ann. sc. mat. e. fis. IV.* 1853).



Untersuchen wir jetzt den Einflufs, welchen diese Strömungen auf die atmosphärischen Condensationserscheinungen ausüben, so ist zunächst als *allgemeine* Bedingung der letzteren die Temperaturerniedrigung bestimmter Theile der Atmosphäre hervorzuheben. Solche Temperaturerniedrigungen können in Folge der erwähnten Strömungen in doppelter Weise stattfinden, nämlich einerseits durch den aufsteigenden Luftstrom am Aequator, anderseits durch die Mischung der äquatorialen und polaren Strömungen in höheren Breiten. Im ersten Falle werden die emporsteigenden Luftmassen dem Einflusse der Wärmeleitung an der Oberfläche entzogen und erleiden aufserdem durch ihre Ausdehnung beim Emporsteigen in höhere Regionen der Atmosphäre eine Abkühlung, in Folge deren sich ein Theil ihrer gasförmigen Stoffe in Gestalt von Wolken ausscheiden mufs. Diese Wolken brauchen indessen durchaus nicht eine so niedrige Temperatur zu besitzen, dafs sie uns als dunkle Stellen erscheinen, vielmehr können sie mit Berücksichtigung der hohen Temperatur der Sonne nur aus Stoffen in glühendem Zustande bestehen, so dafs sich derartige Condensationserscheinungen auf der leuchtenden Sonnenscheibe nur wenig oder gar nicht bemerklich machen werden. Dagegen halte ich es für wahrscheinlich, dafs wir bei den noch warmen, grofsen Planeten Jupiter und Saturn in den hellen Aequatorialstreifen die durch die Sonne beleuchteten Wasserdampfwolken des dort aufsteigenden Luftstromes beobachten.

Wir haben folglich in der Aequatorialzone und in den Regionen höherer Breiten auf der Sonnenoberfläche Gebiete vorwiegender atmosphärischer Trübungen, wogegen zwischen beiden Gebieten, analog den irdischen Passatzonen, die Orte relativer Klarheit liegen. Die Bedingungen zur Wärmeausstrahlung der *glühendflüssigen Oberfläche* müssen demgemäfs an diesen Stellen im Durchschnitt günstiger als an anderen seyn und folglich auch die Entwickelung der Sonnenflecken, als Resultate dieser Ausstrahlung, hier begünstigen.

Die bisher betrachteten Gleichgewichsstörungen der Son-

nenatmosphäre, durch welche ihr die Bedingungen einer möglichst vollkommenen Durchstrahlbarkeit geraubt wurden, waren wesentlich durch Temperaturdifferenzen erzeugt. Seitdem jedoch das Spectroskop die beständige Anwesenheit zahlreicher und gewaltiger Eruptionen von glühenden Wasserstoffmassen aus dem Innern der Sonne erwiesen hat, müssen offenbar auch diese Eruptionen als eine Quelle von localen Gleichgewichtsstörungen der Atmosphäre angesehen werden. Sollten daher fortgesetzte und genügend zahlreiche Beobachtungen eine Abhängigkeit der Häufigkeit und Stärke dieser Eruptionen von ihrer heliographischen Breite ergeben, wie diefs durch die Beobachtungen Respighi's bereits angedeutet zu seyn scheint, so könnte sich zwischen der Häufigkeit der Flecken und der *eruptiven* Protuberanzen bezüglich ihrer räumlichen Vertheilung ein gewisser Gegensatz herausstellen [1]), soweit derselbe nicht durch die bereits angeführten Ursachen einer verminderten Wärmeausstrahlung ausgeschlossen ist.

Die Resultate der vorstehenden Abhandlung lassen sich also kurz in folgenden Worten zusammenfassen:

Die Sonnenflecke sind schlackenartige, durch Wärmeausstrahlung auf der glühend-flüssigen Sonnenoberfläche entstandene Abkühlungsproducte, welche sich in Folge der durch sie selber in der Atmosphäre erzeugten Gleichgewichtsstörungen wieder auflösen. Sind diese Störungen nicht nur locale, sondern allgemeiner verbreitete, so ist in Zeiten solcher allgemeiner atmosphärischer Bewegungen die Bildung neuer Flecken wenig begünstigt, weil alsdann der Oberfläche die wesentlichsten Bedingungen zu einer starken Temperaturerniedrigung durch Ausstrahlung fehlen, nämlich die Ruhe und Klarheit der Atmosphäre. Erst wenn die Letztere nach Auflösung der Flecken allmählich wieder zur Ruhe gekommen ist, beginnt der Procefs von Neuem und erhält auf diese Weise, bei den durchschnittlich für lange Zeiträume als con-

1) Respighi, *Osservazioni del bordo e delle protuberanze etc. Bulletino meteorologico.* Roma 28. Febr. 1870.

stant zu betrachtenden mittleren Verhältnissen der Sonnenoberfläche, einen periodischen Charakter. Die räumliche Vertheilung der Flecken mufs nach dieser Theorie durch die Zonen gröfster atmosphärischer Klarheit bedingt seyn, welche, wie gezeigt, im Allgemeinen mit den Zonen gröfster Häufigkeit der Flecken zusammenfallen.

III. *Ueber die Bildung elektrischer Ringfiguren durch den Strom der Influenzmaschine; von Julius Peterin,*

Professor an der k. k. Marine-Akademie in Fiume.

(Aus d. Sitzungsber. d. Wien. Akad. d. Wiss. 1870; von Hrn. Verf. übersandt.)

Riefs hat zuerst die charakteristische Formverschiedenheit der schon seit dem Jahre 1768 unter dem Namen der Priestley'schen Ringe bekannten elektrischen Figuren je nach der Richtung des sie bildenden Funkenstromes nachgewiesen [1]) und dadurch das Interesse, das bis dahin allein den Staubfiguren eben wegen ihrer Formverschiedenheit zugewendet war, auch auf die elektrischen Ringfiguren ausgedehnt. — Riefs's Untersuchungen wurden mit der Leydner Flasche, mit der Elektrisirmaschine und mit dem elektromagnetischen Inductionsapparate ausgeführt.

Ich habe die Herbstferien dieses Jahres dazu benutzt, um die Versuche Riefs's mittelst einer Holtz'schen Influenzmaschine erster Art im physikalischen Cabinete der k. k. Marine-Akademie in Fiume zu wiederholen, und dabei Resultate erhalten, die selbstverständlich jenen, welche Riefs mit dem Inductionsapparate erzielte, ähnlich sind.

1) Pogg. Ann. Bd. CXIV, II. Stück.

Einzelne Modificationen jedoch in der Bildung und Gröfse der elektrischen Ringfiguren, die theils in der von mir angewandten Elektricitätsquelle, theils in den langen Funken, mit welchen ich experimentirte, ihren Grund haben, sollen hier angegeben und näher beschrieben werden.

§. 1.

Die elektrischen Ringfiguren lassen sich an der Holtz'schen Influenzmaschine unmittelbar ohne Anwendung eines besonderen Apparates darstellen. Zu diesem Zwecke werden die beiden Kugelelektroden sowie die obersten Kuppeln der verticalen Messingcylinder der Influenzmaschine blank polirt, und die unteren Theile der beiden Messingcylinder durch einen kurzen Kupferdraht in metallische Verbindung gebracht. Nach Erregung der Influenzmaschine nähert man die beiden Kugelelektroden den Messingcylindern auf eine Distanz von 1 bis 2 Millimetern. Schon nach einer kurzen Dauer des Funkenstromes entstehen sowohl an den beiden Elektrodenkugeln als an den beiden Messingcylindern ausgebildete Ringfiguren und zwar die *positive* an der positiven Elektrodenkugel und an dem unter der negativen Elektrode befindlichen Messingcylinder, die *negative* Ringfigur dagegen an der negativen Elektrodenkugel und an dem unter der positiven Elektrode liegenden Cylinder.

Schneller und gröfser erhält man diese Figuren ohne Anwendung des Condensators, wenn nämlich der Strom an den Unterbrechungsstellen in Form von Büscheln übergeht. Wird aber auf der Influenzmaschine der Condensator aufgesetzt, wodurch hell leuchtende Funken zwischen den Elektrodenkugeln und den Messingcylindern entstehen, so treten die Ringfiguren zwar scharf begränzt, jedoch viel kleiner hervor; auch erfordert ihre Ausbildung eine längere Stromdauer.

§. 2.

Bei mehr als zwei Unterbrechungsstellen des Influenz*stromes* entstehen ebenfalls die elektrischen Ringfiguren der

Art, dafs an der Stelle, an welcher der positive Strom den Schliefsungsleiter verläfst, die *positive*, und an derjenigen Stelle, an welcher er in den Leiter eintritt, die *negative* Ringfigur sich bildet; vorausgesetzt, dafs der Schliefsungsleiter an den Uebergangsstellen Flächen darbiete, die zur Erzeugung elektrischer Ringfiguren sich eignen.

Bei drei Unterbrechungsstellen wurde der Versuch auf folgende Art angestellt:

Die unteren Theile der verticalen Messingcylinder der Influenzmaschine wurden mit den äufseren Enden des Henley'schen allgemeinen Ausladers mittelst dünner mit Seide übersponnener Kupferdrähte leitend verbunden und die mittleren Messingkugeln des Ausladers auf 1 bis 2 Millimeter einander genähert. Eben so weit standen die beiden Elektrodenkugeln der Influenzmaschine von den obersten Enden der verticalen Messingcylinder ab. Nach 5 Minuten Stromdauer und ohne Anwendung des Condensators waren die drei Paare Ringfiguren nach dem im Eingange dieses Paragraphen ausgesprochenen Gesetze vollkommen ausgebildet; die Figuren an den beiden Ausladerkugeln nebstdem mit schönen farbigen (rothen, gelben, grünen und blauen) Ringen versehen. Weniger deutliche und viel kleinere Ringfiguren entstanden bei Anwendung des condensirten Stromes.

Bei kurzer Stromdauer oder gröfseren Abständen war an allen den Uebergangsstellen, an welchen der positive Strom in den Leiter eingetreten war, gar nichts zu bemerken, während an allen denjenigen Stellen, an welchen derselbe aus dem Schliefsungsleiter austrat, sich die positiven Ringfiguren durch schwarze Scheiben kenntlich machten.

§. 3.

Zur Darstellung der Ringfiguren auf Metallplatten wurden nach Riefs's Vorgang zwei Stahlnadeln (englische Nähnadeln No. 7) durch sehr dünne mit Seide übersponnene Kupferdrähte mit den Messingcylindern der Influenzmaschine leitend verbunden. Unter den freien Spitzen der übrigens von dünnen Glasröhren umgebenen und vertical

aufgestellten Nadeln lag isolirt auf einem Holzstative eine blank polirte kreisrunde Messingplatte. Durch Senkung des Statives konnte die Messingplatte in verschiedenen Entfernungen von den Stahlspitzen gebracht werden. Nachdem die Influenzmaschine durch eine geladene Leydner Flasche erregt worden, näherte man die Elektrodenkugeln den beiden Messingcylindern bis auf 2 (oder auch mehrere) Millimeter. Bei dieser Anordnung ging der positive Strom von der positiven Elektrode zum nächsten Messingcylinder und von der mit diesem leitend verbundenen Nadelspitze auf die Messingplatte, von der Messingplatte zur zweiten Nadelspitze und durch den anderen Cylinder zur negativen Elektrode mit Funken oder Büscheln über; je nachdem der condensirte oder der uncondensirte Strom angewendet wurde.

Die hell leuchtenden Funken, welche bei Anwendung des Condensators von der positiven Nadel zur Platte und von der Platte zur negativen Nadelspitze übergehen, bringen auf einer Messingplatte zwar schärfer begränzte, jedoch viel kleinere Ringfiguren hervor, als die Büschel, die von uncondensirtem Strome herrühren. Auch sind die durch Büschelentladungen auf Messingplatten erzeugten positiven Ringfiguren mit einem sehr breiten asch- oder stahlgrauen Saume umgeben, welcher Saum bei den durch leuchtende Funken hervorgebrachten Figuren erst bei einer langen Stromdauer oder bei einem gröfseren Abstande der negativen Nadel von der Messingplatte sich zu bilden beginnt.

Ich bemerke hier, dafs ich mit Riefs von den auf einer Metallplatte entstandenen Ringfiguren stets diejenige als *negative* annehme, welche beim Uebergange des positiven Influenzstromes aus der Nadel in die Platte gebildet wird; während die beim Uebertritte desselben Stromes aus der Platte in die Nadelspitze erzeugte Ringfigur als *positive* angesehen werden soll.

§. 4.

Was die relative Gröfse der durch Büschel und der durch leuchtende Funken dargestellten Ringfiguren anbe-



langt, so haben die ersteren bei gleichem Abstande der Nadelspitzen von der Messingplatte und bei gleicher Stromdauer nahezu den doppelten Durchmesser der letzteren.

Die Form der durch den condensirten Strom der Influenzmaschine hervorgebrachten elektrischen Figuren war bei Abständen der beiden Nadeln von 1 bis 3 Millimetern über der Messingplatte gleich der Form jener Ringfiguren, welche Riefs durch den elektromagnetischen Inductionsapparat hervorgerufen hat.

Betrug die Entfernung der Nadeln von der Messingplatte 4 bis 5 Millimeter und die Stromdauer 5 bis 10 Minuten, so bestand die *positive* Ringfigur aus einer schwarzen oder schwarzgrauen Scheibe (in vielen Fällen mit hellem Mittelpunkte) und aus einem dunkelgelben, scharf begränzten Ringe. Zwischen Ring und Scheibe befand sich ein blafsgelber Gürtel mit rothen, grünen und blauen Ringen. Die Figur war aufserdem von einem stahlgrauen Saume umgeben. Dieser stahlgraue Saum bildete sich im Uebrigen auch bei einem Abstande der Nadeln von 3 Mm., jedoch erst nach einer Stromdauer von 10 Minuten.

Die *negativen* Ringfiguren, welche bei einem Nadelabstande von 4 bis 5 Mm. und bei einer Stromdauer von 10 Minten durch den condensirten Strom gebildet wurden, bestanden in vielen Fällen aus einer blanken, öfters auch aus einer silbergrauen Fläche mit dunklem Centrum, welche von einem matt gelben Rande umgeben war. Um den Rand sowie auch im Innern der Kreisfläche waren Haufen feiner grauer Punkte zu erkennen, welche jene Stellen der Platte bezeichnen, die von den rasch aufeinander folgenden Funken getroffen werden.

§. 5.

Aehnlich in der Form, nur mit einem breiteren grauen, ins Blaue überspiegelndem Saume, und eben deshalb auch von gröfserem Durchmesser, sind die durch Büschelentladungen ohne Anwendung des Condensators dargestellten *positiven* Ringfiguren. Bei 1 Mm. Abstand der Nadelspitze

von der Messingplatte und 2 Minuten Stromdauer hatte die *positive* Ringfigur, den Saum mit einbegriffen, einen Durchmesser von 3mm bei 2mm Abstand und der nämlichen Stromdauer einen beiläufigen Durchmesser von 6mm. Bei 3mm Abstand und 5 Minuten Stromdauer betrug der Durchmesser der ganzen positiven Figur über 10mm und bei 4mm Abstand und 10 Minuten Stromdauer nahezu 12mm. Der stahlgraue Saum bei Abständen von 2 und 3mm war nach aufsen zu brandgelb gefärbt.

Alle diese positiven Ringfiguren hatten entweder eine vollkommene oder wenigstens eine ännähernde Kreisform; die durch Büschelentladungen auf einer Messingplatte erzeugten *negativen* Ringfiguren waren dagegen nur bei Abständen von 1mm oder unter 1mm kreisförmig; bei gröfseren Abständen aber hatten dieselben durchgehends eine bogenförmig ausgeschweifte oder Blumenblättern ähnliche Gestalt.

Fig. 1 und 2 Taf. IX stellen zwei Paare Ringfiguren auf Messing dar; Fig. 1 wurde bei 2mm Abstand der Nadelspitzen und 3 Minuten Stromdauer erhalten.

Fig. 3 ist eine negative Ringfigur, die bei 4mm Abstand und 10 Minuten Stromdauer entstanden ist.

§. 6.

Ohne Anwendung des Condensators wurden die elektrischen Ringfiguren auch auf polirten Kupfer- und Zinkplatten dargestellt. Der Saum der positiven Figur auf Kupfer ist grau ins Röthliche überspielend, auf Zink aschgrau ins Bläuliche übergehend. Die negativen Ringfiguren waren selbst bei Entfernungen der Nadeln von der Zink- und Kupferplatte, die 1mm und unter 1mm betrugen, bogenförmig gelappt oder Blumenblättern ähnlich.

Die Figuren 4, 5 und 6 Taf. IX stellen drei Paare Ringfiguren, die auf einer Kupferplatte entstanden sind, dar.

Fig. 4 wurde bei einem Nadelabstande von 1mm und 2 bis 3 Minuten Stromdauer; Fig. 5 bei 2mm Abstand und 5 Minuten Stromdauer; Fig. 6 bei 3mm und 10 Minuten Stromdauer erhalten.



In Fig. 7 ist ein Paar auf Zink erzeugter Ringfiguren abgebildet, die bei einer Entfernung der Nadelspitzen von 1^{mm} über einer kreisförmigen Zinkplatte hervorgerufen wurden.

Selbstverständlich können weder die eben erwähnten, noch die früheren und die nachfolgenden Abbildungen keinen auch noch so geringen Grad von Genauigkeit beanspruchen, da die ungemeine Zierlichkeit in der Form der elektrischen Ringfiguren durch Zeichnungen nicht wieder gegeben werden kann. Wenn ich sie daher hier skizzirt habe, so geschah diefs blos aus dem Grunde, um ein ganz allgemeines Bild ihrer äufseren, dem blofsen Auge sich darbietenden Formen zu entwerfen.

§. 7

Um die elektrischen Ringfiguren auch bei grofsen Entfernungen der Metallplatten von den Nadelspitzen hervorzurufen, habe ich dieselben gesondert mittelst einer einzigen Nadel und bei steter Anwendung des condensirten Stromes dargestellt. Dabei wurde die Metallplatte durch einen dünnen Kupferdraht mit dem positiven oder negativen Conductor der Influenzmaschine in directe leitende Verbindung gebracht, je nachdem die *positiven* oder die *negative* Ringfigur gebildet werden sollte; während der andere Conductor durch einen zweiten Kupferdraht mit der Stahlnadel metallisch verbunden war. Auf diese Weise habe ich beide Arten von Ringfiguren getrennt erhalten; und zwar bei Nadelabständen von der Platte von 5, 10, 15 und sogar 20^{mm}.

Da bei diesen gröfseren Abständen die Wiederholung der Funken verschiedene Stellen der Metallflächen trifft, so entstehen ausgebildete Ringfiguren erst nach einer langen Stromdauer, die bei einem Spitzenabstande von 20^{mm} sogar 30 Minuten erreicht. Nach einer kurzen Stromdauer bemerkt man an der Stelle, wo sich die Figur bilden soll, feine Punkte, die wie Nadelstiche aussehen, und sich nahe-

zu kreisförmig lagern. Erst nach und nach bräunt sich zuerst der Mittelpunkt der *positiven* Figur, dann die übrigen Theile; der Saum nimmt zu seiner Entstehung die längste Stromdauer in Anspruch. Die Ausbildung der *negativen* Ringfigur erfordert eine bedeutend längere Stromdauer als die der *positiven*.

In den meisten Fällen bestehen die bei einem Abstande von 5 bis 20^{mm} auf einer Messingplatte dargestellten *positiven* Ringfiguren aus einem schwarzgrauen, röthlich schillernden Flecke, der inmitten einer silbergrauen Scheibe liegt. Die Scheibe ist von einem gelben mit grauen Punkten besäeten Ringe umgeben; in einiger Entfernung dieses Ringes tritt der stahlgraue Saum auf, der bei fortgesetzter Stromdauer nach aufsen hin sich braungelb färbt.

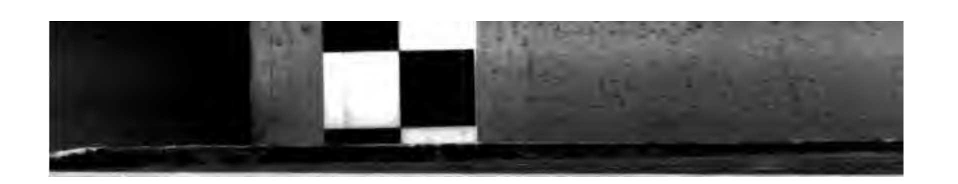
Die negative Figur besteht gewöhnlich aus einer grauen, in der Mitte braun gefärbten Scheibe, eingeschlossen von einem dunkelgelben Rande, der mit einem Haufen feiner Punkte ganz umgeben erscheint. Ein sehr blasser, aschgrauer Saum wurde nur äufserst selten bei sehr langer Stromdauer beobachtet.

Die Ringfiguren, welche in Fig. 8 abgebildet erscheinen, sind bei 10^{mm} Abstand und 10 Minuten Stromdauer, die in Fig. 9 bei 15^{mm} Abstand und 15 Minuten Stromdauer, und endlich die in Fig. 10 bei 15^{mm} und 20 Minuten Stromdauer auf Messingplatten entstanden.

§. 8.

Auch auf polirten Kupfer- und Zinkplatten wurden bei Spitzenabständen von 5, 10, 15 und 20^{mm} die elektrischen Ringfiguren getrennt dargestellt. Der Saum der *positiven* Figur auf Kupfer ist röthlich grau und bleibend ausgebildet, der der *negativen* Figur viel blasser und erst bei schiefer Beleuchtung erkennbar.

Bei 15^{mm} Entfernung der Nadelspitze von der Kupferplatte und 20 Minuten Stromdauer betrug der beiläufige Durchmesser der *positiven* Ringfigur ohne Saum 7^{mm}, mit Saum 11^{mm}. (Fig. 11 Taf. IX.)



Das in Fig. 12 abgebildete Paar entspricht einem Abstande von 10^{mm} und einer Stromdauer von 10 Minuten.

Die auf polirten Zinkplatten gebildeten Ringfiguren hatten bei 5^{mm} Abstand einen aschgrauen, bei 10 und 15^{mm} einen schönen dunklen Saum. Bei 10^{mm} Abstand und 10 Minuten Stromdauer war der approximative Durchmesser der *positiven* Ringfigur ohne Saum 5, mit Saum über 8^{mm}; der der negativen ohne Saum 7, mit Saum 9^{mm}.

IV. *Das Weber'sche compensirte Magnetometer zur Bestimmung der erdmagnetischen Intensität; von F. Kohlrausch.*

(Der Ges. d. Wiss. zu Göttingen im Auszuge mitgeth. am 7. Jan. 1871.)

Dieser Aufsatz wird die Beschreibung und Gebrauchsanweisung eines neuen erdmagnetischen Mefs-Instrumentes enthalten, dessen Theorie von W. Weber vor einigen Jahren im mathematisch-physikalischen Seminar zu Göttingen vorgetragen wurde. Ich habe dasselbe in der Werkstätte des Hrn. Dr. Meyerstein ausführen lassen und mich durch eine Reihe von Beobachtungen von der ausgezeichneten Brauchbarkeit des Instrumentes überzeugt.

Das compensirte Magnetometer dient zunächst zur bequemen und genauen *Vergleichung der Horizontal-Intensität an verschiedenen Orten* und wird somit als Reisemagnetometer und als ein nicht unwichtiger Hülfsapparat im physikalischen Laboratorium gebraucht werden können, wo der bedeutenden magnetischen Localeinflüsse wegen sehr oft das Bedürfnifs dieser Vergleichung vorliegt. Die für die genannten Zwecke erforderliche Genauigkeit, dafs nämlich die Beobachtungsfehler kleiner seyen, als die Variationen des Erdmagnetismus, leistet der Apparat vollständig; dabei verlangt er in der Regel nur einige Bussolenablesungen. Eine

absolute Bestimmung ist unnöthig, sobald die vergleichende Beobachtung einmal an einem Orte mit bekannter absoluter Intensität angestellt worden ist. Immerhin aber bietet das compensirte Magnetometer auch die Mittel zur absoluten Messung mit nicht gröfserer Mühe, als andere transportable Instrumente, und mit der Genauigkeit, welche man von solchen nur verlangen kann.

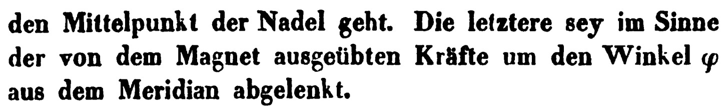
Bekanntlich besteht der eine Theil der Gaufs'schen Intensitätsbestimmung aus der Beobachtung von Ablenkungen, welche ein Magnetstab einer Magnetnadel aus zwei gemessenen Abständen mittheilt. Die letzteren werden so grofs gewählt, dafs man in der Gaufs'schen Reihenentwicklung für die Wirkung eines Magnetes auf die Nadel nur die beiden ersten Glieder zu nehmen braucht.

Die Eigenthümlichkeit des neuen Instrumentes besteht nun darin, dafs durch eine bestimmte *Combination von mehreren Ablenkungsstäben* der Coëfficient des zweiten Gliedes von selbst auf Null gebracht wird, indem seine von den verschiedenen Magneten herrührenden Theile sich *»compensiren«*, so dafs jetzt eine *einmalige* Ablenkungsbeobachtung genügt. Aufserdem bietet die gleichzeitige Anwendung mehrerer Stäbe noch den Vortheil einer erhöhten Genauigkeit, indem die günstigste Gröfse des Ablenkungswinkels (vergl. §. 2) hervorgebracht wird, ohne diejenige Gränze in der Gröfse der Magnete zu überschreiten, welche durch die Vernachlässigung der späteren Glieder der Reihenentwicklung vorgeschrieben ist. Einige in Göttingen angestellte Bestimmungen ergaben stets innerhalb der Gränzen der Variationen den aus den Beobachtungen im magnetischen Observatorium abgeleiteten Werth.

1. Theorie des compensirten Magnetometers.

Die Theorie läfst sich am einfachsten mit Hülfe des Potentials entwickeln.

Ein Magnetstab sey in der von Gaufs sogenannten ersten Hauptlage, d. h. *östlich* oder *westlich* von einer Magnetnadel so aufgestellt, dafs seine magnetische Axe durch



den Mittelpunkt der Nadel geht. Die letztere sey im Sinne der von dem Magnet ausgeübten Kräfte um den Winkel φ aus dem Meridian abgelenkt.

Setzen wir vorläufig voraus, die freien Magnetismen von Magnet und Nadel seyen in den Polen concentrirt; nennen wir $2l$ und 2λ den Polabstand, $\pm s$ und $\pm \sigma$ die Stärken der Pole von Magnet und Nadel, so dafs also $m = 2ls$ das magnetische Moment des Stabes, $\mu = 2\lambda\sigma$ das der Nadel darstellt. r sey der Abstand der Mittelpunkte von einander, und endlich werde gesetzt

$$x = \lambda \sin \varphi \qquad y = \lambda \cos \varphi.$$

Die Summe v der Potentiale der Magnetpole auf die Nadelpole wird leicht erhalten

$$v = s\sigma\Big[\big(y^2 + (r + l - x)^2\big)^{-\frac{1}{2}} + \big(y^2 + (r - l + x)^2\big)^{-\frac{1}{2}} - \big(y^2 + (r + l + x)^2\big)^{-\frac{1}{2}} - \big(y^2 + (r - l - x)^2\big)^{-\frac{1}{2}}\Big].$$

Indem man den Ausdruck nach Potenzen der Verhältnisse $\frac{l}{r}$, $\frac{x}{r}$ und $\frac{y}{r}$ entwickelt und die vierten Potenzen resp. Producte dieser Gröfsen gegen 1 vernachlässigt, kommt hieraus

$$v = -\frac{8sl.\sigma x}{r^3}\left(1 + \frac{2l^2 + 2x^2 - 3y^2}{r^2}\right)$$

und nach Ersetzung von x, y, $2sl$ und $2\sigma x$ durch ihre obigen Werthe

$$v = -\frac{2m\mu}{r^3}\sin\varphi\left(1 + \frac{2l^2 - 3\lambda^2 + 5\lambda^2\sin^2\varphi}{r^2}\right).$$

Legen wir einen andern Magnetstab $M = 2LS$ im Abstande R von derselben Nadel in der zweiten Hauptlage, d. h. *nördlich* oder *südlich* von der Nadel so hin, dafs seine magnetische Axe auf der Verbindungslinie R der Mittelpunkte senkrecht steht. Die Pole seyen entgegengesetzt gerichtet wie diejenigen des vorigen Stabes, so dafs er die Nadel in dem gleichen Sinne ablenkt. Dann wird, unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen, die Summe der

Potentiale V von den Polen dieses Magnetes auf die der Nadel

$$V = S\sigma\Big[\big((R+y)^2+(L+x)^2\big)^{-\frac{1}{2}}+\big((R-y)^2+(L+x)^2\big)^{-\frac{1}{2}}$$
$$-\big((R+y)^2+(L-x)^2\big)^{-\frac{1}{2}}-\big((R-y^2)+(L-x)^2\big)^{-\frac{1}{2}}\Big]$$

Die Entwicklung nach Potenzen ergiebt

$$V = -\frac{4SL.\sigma x}{R^3}\left(1+\frac{6y^2-\frac{3}{2}(L^2+x^2)}{R^2}\right)$$

oder

$$V = -\frac{M\mu}{R^3}\sin\varphi\left(1-\frac{\frac{3}{2}L^2-6\lambda^2+\frac{15}{2}\lambda^2\sin^2\varphi}{R^2}\right).$$

Die Summe von v und V ergiebt das von beiden Magneten auf die Nadel ausgeübte Potential. Wären die Längen L, l und λ gegen die Abstände R und r zu vernachlässigen, so würde dieses gemeinschaftliche Potential werden

$$-\left(2\frac{m}{r^3}+\frac{M}{R^3}\right)\mu\sin\varphi,$$

und derselbe Werth läfst sich mit unsern Stäben von endlicher Länge erreichen, indem man die Verhältnisse von L, l, λ, R und r so wählt, dafs die Summe der zweiten Glieder gleich Null wird, was für

$$\frac{2m}{r^5}\left(2l^2-3\lambda^2+5\lambda^2\sin^2\varphi\right)=\frac{M}{R^5}\left(\tfrac{3}{2}L^2-6\lambda^2+\tfrac{15}{2}\lambda^2\sin^2\varphi\right)$$

der Fall ist.

Soll aber diese Beziehung für jedes φ gelten, so folgen hieraus die Bedingungsgleichungen für das compensirte Magnetometer

$$\frac{2m}{r^5}(2l^2-3\lambda^2)=\frac{M}{R^5}(\tfrac{3}{2}L^2-6\lambda^2)$$

und

$$2\frac{m}{r^5}=\frac{3}{2}\frac{M}{R^5}.$$

Die bis hierher fortgeführte Voraussetzung idealer Magnete mit punktförmigen Polen mufs nun mit einer wirklich darstellbaren vertauscht werden. Die absolute Lage der Pole einer Nadel ist im Allgemeinen unbekannt, der Theorie gemäfs aber ist in ähnlich gestalteten Magneten die Ver-

theilung des Magnetismus eine ähnliche, also sind auch die Schwerpunkte des freien Magnetismus ähnlich gelegen. Für Fernwirkungen können diese Schwerpuncte als Pole angesehen werden, wenn man, wie oben angenommen, die vierten Potenzen von $\frac{l}{r}$ usw. vernachlässigen darf. Also ist für ähnlich gestaltete Magnete der Polabstand der Länge proportional.

Ferner sind die magnetischen Momente dem Volumen proportional. Unter Voraussetzung gleicher Gestalt (und natürlich gleicher Härtung und Magnetisirung zum Maximum) für Nadel und Ablenkungsstäbe ist demnach, wenn wir L, l, λ jetzt die geometrische Länge der Magnete nennen,

$$M : m : \mu = L^3 : l^3 : \lambda^3.$$

Hiermit werden die obigen Bedingungen

$$\frac{R^5}{r^5} = \tfrac{3}{4} \frac{L^3}{l^3}$$

und

$$L^2 - 2l^2 - \lambda^2 = 0.$$

Um beiden Gleichungen zu genügen, kann man ein Längenverhältnifs, z. B. $\frac{L}{l}$ zunächst willkürlich nehmen. Es wird zweckmäfsig seyn, den von dem westlichen und dem nördlichen Magnet herrührenden Theil der Ablenkung ungefähr gleich grofs zu machen. Man findet, dafs diefs nahezu für

$$\frac{L}{l} = \tfrac{3}{2}$$

der Fall ist. Wird diefs Verhältnifs angenommen, so findet sich ferner $\frac{l}{\lambda} = 2$, also die Längen der Magnete

$$L : l : \lambda = 3 : 2 : 1$$

und

$$\frac{R}{r} = 1{,}2041.$$

Um das letztere Verhältnifs der Abstände ein- für allemal fixiren zu können, sollen die ablenkenden Magnete auf einem und demselben Rahmen befestigt seyn. Dabei empfiehlt es sich aus mehreren Gründen, vollständige Symmetrie eintreten zu lassen. Wir bringen daher, die Dimen-

sionen der Nadel durch 1 bezeichnet, *je* einen Magnet von den Dimensionen 2 östlich und westlich im Abstande r, und *je* einen von den Dimensionen 3 nördlich und südlich im Abstand $R = 1,2041 . r$ von dem Mittelpunkte des Rahmens an (Fig. 7 Taf. VIII). Wir wollen jetzt die Summe der magnetischen Momente der ersteren Stäbe durch m, die der letzteren durch M bezeichnen, so ist

$$-\left(2\frac{m}{r^3}+\frac{M}{R^3}\right)\mu\sin\varphi$$

die Summe ihrer Potentiale auf die Nadel, woraus das Drehungsmoment als der negative Differentialquotient nach φ gleich

$$\left(2\frac{m}{r^3}+\frac{M}{R^3}\right)\mu\cos\varphi$$

erhalten wird. Ist nun φ der unter Einwirkung des Erdmagnetismus, dessen Horizontal-Intensität $= T$ seyn möge, *beobachtete* Ablenkungswinkel, so hat man

$$2\frac{m}{r^3}+\frac{M}{R^3}=T.\tang\varphi.$$

Jetzt mögen die Magnetpole aller Stäbe, welche bisher bei den Stäben m entgegengesetzt gerichtet waren wie bei M, gleichgerichtet und die Schwingungsdauer t des Rahmens mit den Stäben beobachtet werden. Nennen wir K das Trägheitsmoment des Ganzen und θ die Directionskraft der Torsion des Aufhängefadens im Verhältniſs zu der erdmagnetischen Directionskraft, so ist

$$(M+m)\,T=\frac{\pi^2 K}{t^2(1+\theta)}.$$

Kehren wir nun die kleineren Magnete wieder um, so daſs ihre Pole den gröſseren entgegengesetzt stehen, und beobachten die Schwingungsdauer τ des Ganzen an demselben Cocon, so ist

$$(M-m)\,T=\frac{\pi^2 K}{\tau^2\left(1+\theta\,\frac{M+m}{M-m}\right)}$$

Aus beiden Gleichungen wird gefunden

$$m = \frac{\pi^2 K}{2T} \frac{\tau^2 - t^2}{\tau^2 t^2}$$

und

$$M = \frac{\pi^2 K}{2T} \frac{\tau^2 \frac{1-\theta}{1+\theta} + t^2}{\tau^2 t^2}$$

also

$$\frac{2m}{r^3} + \frac{M}{R^3} = \frac{\pi^2 K}{T.t^2\tau^2}\left(\frac{\tau^2 - t^2}{r^3} + \frac{\tau^2 \frac{1-\theta}{1+\theta} + t^2}{2R^3}\right).$$

Für $\frac{1-\theta}{1+\theta}$ kann man auch setzen $1 - 2\theta$.

Durch Gleichsetzung der beiden Werthe von $\frac{2m}{r^3} + \frac{M}{R^3}$ findet sich endlich

$$T^2 = \frac{\pi^2 K}{t^2 \tau^2 . \tang \varphi}\left(\frac{\tau^2 - t^2}{r^3} + \frac{\tau^2(1-2\theta) + t^2}{2R^3}\right).$$

2. Ueber die für die Genauigkeit günstigen Ablenkungswinkel einer Bussole.

Weber hat in seinem Aufsatz über die Tangentenbussole gezeigt, dafs Ablenkungswinkel von 45°, wenn die zu messende Gröfse der Tangente des Ablenkungswinkels proportional ist, den relativ geringsten Einflufs eines Ablesungsfehlers geben. Bei einer Bussolennadel auf Spitze kommt aber zum Ablesungsfehler ein Einstellungsfehler der Reibung hinzu, und es ist nicht ohne Interesse, die hiervon herrührende Modification der Regel zu betrachten.

Man kann die Reibung in die Rechnung einführen als das gröfste Drehungsmoment, welchem sie das Gleichgewicht halten kann. Das Drehungsmoment des Erdmagnetismus auf eine um φ abgelenkte Nadel sey $-A \sin \varphi$, der ablenkende Magnet oder Strom einer Tangentenbussole übe das Drehungsmoment $B . \cos \varphi$ aus, wo also $\frac{B}{A} = \tang \varphi$ die zu messende Gröfse (z. B. Stromstärke) ist. Weicht die Einstellung der Nadel um den kleinen Winkel ε von der richtigen Stellung ab, so ist das Drehungsmoment von Strom und Erdmagnetismus zusammen gleich

$$B . \cos(\varphi + \varepsilon) - A . \sin(\varphi + \varepsilon) = -\varepsilon \frac{A}{\cos \varphi}.$$

Der gröfstmögliche Reibungsfehler ε ist also dem Cosinus des Ablenkungswinkels proportional. Nennen wir daher ε_0 den gröfsten Reibungsfehler der nicht abgelenkten, d. h. nur unter der Einwirkung des Erdmagnetismus spielenden Nadel, so ist

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \, . \cos\varphi.$$

Nennen wir ferner δ den gröfstmöglichen Ablesungsfehler, so ist der mittlere Gesammtfehler des Resultates im Verhältnifs zu der zu messenden Gröfse

$$\pm \frac{\sqrt{(\operatorname{tg}(\varphi+\delta)-\operatorname{tg}\varphi)^2+(\operatorname{tg}(\varphi+\varepsilon_0\cos\varphi)-\operatorname{tg}\varphi)^2}}{\operatorname{tg}\varphi} = 2\,\frac{\sqrt{\delta^2+\varepsilon_0^2\cos^2\varphi}}{\sin 2\varphi}.$$

Dieser relative Fehler wird ein Minimum für

$$\delta^2 \cos 2\varphi + \varepsilon_0^2 \cos^4\varphi = 0,$$

oder

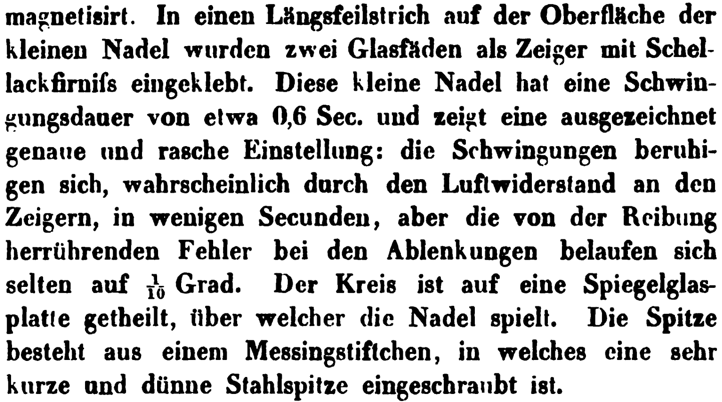
$$\operatorname{tg}^4\varphi = 1 + \left(\frac{\varepsilon_0}{\delta}\right)^2.$$

Hieraus folgt für eine Nadel ohne Reibung (am Coconfaden), wie bekannt, $\varphi = 45^0$. Beträgt der Reibungsfehler die Hälfte des Ablesungsfehlers, $\varepsilon_0 = \frac{1}{2}\delta$, so ist $\varphi = 46^0{,}5$; wenn beide Fehler gleich, $\varphi = 50^0$; wenn der Reibungsfehler das doppelte, $\varphi = 57^0$, und so fort.

Es ist also für eine Nadel auf Spitze immer der günstigste Winkel gröfser als 45^0. Da man nun den Reibungsfehler in der Regel mindestens dem Ablesungsfehler gleich schätzen darf, so empfiehlt sich ein Winkel von mindestens 50^0. Für die Construction des Instrumentes wurde dieser Fall angenommen.

3 Einrichtung und Gebrauch des compensirten Magnetometers.

Um die auf S. 551 gestellten Bedingungen zu erfüllen, wurde eine kleine Bussolennadel von rhombischer Gestalt, 16^{mm} lang, 4^{mm} breit und 1^{mm} dick, mit einer Durchbohrung von 3^{mm} Durchmesser hergestellt; ferner zwei Magnete von doppelten und zwei von dreifachen Dimensionen, aber von ähnlicher Gestalt und möglichst gleicher Härtung. Durch Zwischenlegen zwischen die Pole zweier 50pfündiger Magnete wurden alle Stäbchen möglichst gleichmäfsig und stark



magnetisirt. In einen Längsfeilstrich auf der Oberfläche der kleinen Nadel wurden zwei Glasfäden als Zeiger mit Schellackfirnifs eingeklebt. Diese kleine Nadel hat eine Schwingungsdauer von etwa 0,6 Sec. und zeigt eine ausgezeichnet genaue und rasche Einstellung: die Schwingungen beruhigen sich, wahrscheinlich durch den Luftwiderstand an den Zeigern, in wenigen Secunden, aber die von der Reibung herrührenden Fehler bei den Ablenkungen belaufen sich selten auf $\frac{1}{10}$ Grad. Der Kreis ist auf eine Spiegelglasplatte getheilt, über welcher die Nadel spielt. Die Spitze besteht aus einem Messingstiftchen, in welches eine sehr kurze und dünne Stahlspitze eingeschraubt ist.

Die kleineren und gröfseren Stäbe zeigten in der That sehr nahe den von der Theorie verlangten, dem Volumen proportionalen Magnetismus, indem auf 1 Mgr. Stahl bei den gröfseren Stäben 203 Einheiten, bei den kleineren 215 Einheiten Magnetismus kommen. Die ausreichend genaue geometrische Arbeit nach Vorschrift ergiebt sich aus dem Verhältnifs der Gewichte, welches 3,40 ist, anstatt des geforderten $(2)^3 = 3,375$.

Nach erfolgter Magnetisirung wurden unter Innehaltung des oben gefundenen Verhältnisses 1,402 die Entfernungen gesucht, aus denen die Stäbe zusammen den günstigsten Ablenkungswinkel von 50° (vor. Abschn.) hervorbrachten, und nun die vier Stäbchen auf einen Rahmen von hart gehämmertem, 1^{mm} starkem Messingblech befestigt, wie Fig. 7 Taf. VIII in $\frac{1}{3}$ natürlicher Gröfse zeigt. Der Rahmen liegt hier mit 4 Löchern auf 4 Zapfen der Bussole auf, von denen einer in Fig. 7 Taf. VIII sichtbar und in Fig. 9 im Durchschnitt (natürl. Gröfse) mit einem Stück der Bodenplatte der Bussole gezeichnet ist. Fig. 9 Taf. VIII stellt zugleich dar, wie ein inneres Gewinde unter dem Zapfen dazu dient um die Bussole auf dem Tischchen eines leicht transportabelen Statives zu befestigen.

Die Gestalt des Rahmens ist der nöthigen Festigkeit und dem möglichst geringen Trägheitsmoment angemessen. Die vier Magnete sind mittelst vier genau in ihre Höhlungen

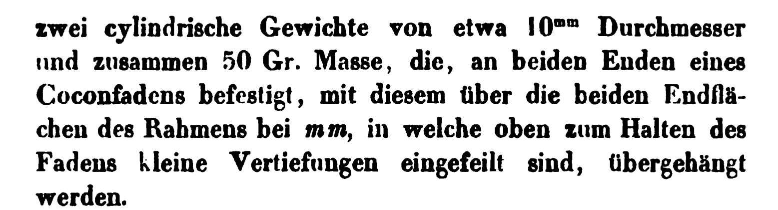
passender cylindrischer Zapfen auf den Rahmen aufgesetzt und können daselbst in der ost-westlichen Richtung, die durch feine auf dem Blech gezogene Striche angedeutet ist, durch Schrauben festgeklemmt werden, von denen die untere und die linke in Fig. 7 Taf. VIII weggelassen sind. Den Durchnitt der Befestigung für einen der kleineren Magnete zeigt Fig. 8 in natürlicher Gröfse. Bussole und Rahmen können zum Transport in ein hölzernes Kästchen eingelegt werden.

Die Ablenkungen werden beobachtet, indem man den Rahmen wie in Fig. 7 Taf. VIII auf die vorher (mit Hülfe des drehbaren Tischchens) in den Meridian eingestellte und mit einer Dosenlibelle horizontal gemachte Bussole auflegt, die Einstellung der Nadel abliest, demnächst den Rahmen um 180° horizontal gedreht wieder auf die Bussole auflegt und die Ablenkung nach der anderen Seite beobachtet. Das Mittel der beiden Ablenkungswinkel ist der Winkel φ.

Man sieht leicht und kann es durch den Versuch erproben, dafs diese Beobachtung in entgegengesetzter Lage sowohl eine Ungenauigkeit in dem Azimuth der Bussole als auch eine geringe Abweichung der magnetischen Axen der Stäbe von der Ost-West-Richtung eliminirt.

Derselbe Rahmen mit den Magneten soll auch zu den Schwingungsversuchen dienen. Zu diesem Zweck kann man in eines der an beiden Enden befindlichen kleinen Löcher mit Gewinde ein Stiftchen einschrauben und mit diesem den Rahmen in ein Schiffchen am Cocon einhängen. In eins der Löcher, welche auf die Bussolenzapfen passen, kann ein kleiner Spiegel eingesetzt und mit einer Mutter festgeklemmt werden. Ein Schiebkasten mit einer dicken Glasplatte im Schieber dient zur Verpackung des Ganzen auf Reisen sowie als Schwingungskasten. Zu letzterem Zwecke setzt man ein hölzernes Rohr mit einer einfachen Torsionsvorrichtung an und schraubt den Kasten mit denselben Schrauben, welche die Bussole halten (Fig. 9 Taf. VIII), auf die Stativplatte.

Um endlich das Trägheitsmoment zu bestimmen, dienen



zwei cylindrische Gewichte von etwa 10mm Durchmesser und zusammen 50 Gr. Masse, die, an beiden Enden eines Coconfadens befestigt, mit diesem über die beiden Endflächen des Rahmens bei *mm*, in welche oben zum Halten des Fadens kleine Vertiefungen eingefeilt sind, übergehängt werden.

4. Berechnung der Beobachtungen.

Die Rechnungsregeln folgen aus der auf S. 553 gegebenen Gleichung, wenn man noch einige bei allen erdmagnetischen Beobachtungen zu befolgende Vorschriften hinzunimmt.

I. Vergleichung der Horizontal-Intensität an zwei Orten bei kurzem Zeitintervall.

Ist die Temperatur bei beiden Beobachtungen gleich, oder will man den von ihr herrührenden Unterschied im Stabmagnetismus vernachlässigen, so hat man

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_1},$$

unter T_1 T_2 die Intensitäten, φ_1 φ_2 die entsprechenden Ablenkungswinkel verstanden.

Bei verschiedener Temperatur kann man nach II verfahren oder einfacher, wenn ein- für allemal ermittelt worden ist, dafs der Magnetismus der vier Stäbe im Mittel auf 1° Temperatur um α Theile des ganzen Magnetismus (für obige Stäbe $\alpha = 0{,}0005$) abnimmt, setzen

$$\frac{T_1}{T_2} = [1 + \alpha(\vartheta_2 - \vartheta_1)] \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_1},$$

unter ϑ_1 ϑ_2 die Temperaturen verstanden.

II. Vergleichung usw. bei gröfserem Zeitintervall.

Liegt zwischen beiden Beobachtungen eine längere Zeit, so dafs man den Stabmagnetismus nicht als unverändert betrachten kann, so beobachte man aufser der Ablenkung die Schwingungsdauer des Rahmens mit den Magneten, nachdem man die Pole der Stäbe *gleich gerichtet* hat. Nennen wir die beiden Schwingungsdauern t_1 t_2, so ist

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{t_2}{t_1} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_1}}.$$

Z. B. war

in Göttingen $t_1 = 22^{\text{sec}},760$ $\varphi_1 = 50°,962$
in Zürich $t_2 = 22\ \ ,001$ $\varphi_2 = 48°,675$

wonach das Verhältnifs T (Gött.) zu T (Zür.) = 0,9283, fast genau wie es aus den Lamont'schen Karten folgt.

Hierbei ist vorausgesetzt, dafs der Magnetismus der grofsen und der kleinen Stäbe sich in gleichem Verhältnifs geändert hat. Ohne diese Annahme ist noch die Schwingungsdauer τ_1 und τ_2 zu ermitteln, nachdem man die Pole der kleinen Magnete den gröfseren *entgegengesetzt gerichtet* hat. Der vorige Ausdruck mufs dann noch multiplicirt werden mit

$$\sqrt{\frac{r^3\left(1+\frac{t_1^2}{\tau_1^2}\right)+2R^3\left(1-\frac{t_1^2}{\tau_1^2}\right)}{r^3\left(1+\frac{t_2^2}{\tau_2^2}\right)+2R^3\left(1-\frac{t_2^2}{\tau_2^2}\right)}}.$$

In Anbetracht, dafs $\frac{t}{\tau}$ sich für dasselbe Instrument nur wenig ändert, läfst dieser Correctionsfactor sich für die Rechnung sehr vereinfachen. Bezeichnet man nämlich die ein- für allemal zu berechnende Gröfse

$$\frac{2R^3+r^3}{2R^3-r^3} - \frac{t^2}{\tau^2}$$

durch k, so wird obiger Factor

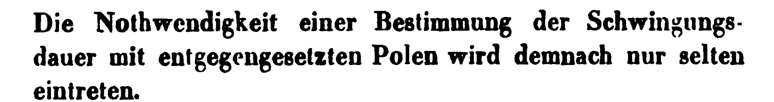
$$1+\frac{1}{2k}\left(\frac{t_2^2}{\tau_2^2} - \frac{t_1^2}{\tau_1^2}\right).$$

Bei den oben als Beispiel gebrauchten Beobachtungen, welche um vier Monate auseinanderlagen, wurden die beiden τ ebenfalls bestimmt und gefunden in

Göttingen $\tau_1 = 31^{\text{sec}},399$, in Zürich $\tau_2 = 30^{\text{sec}},328$.

Aufserdem ist $r = 105$, $R = 126$ Mm. Das genaue hieraus berechnete Verhältnifs ist 0,9286, also nur um einen zu vernachlässigenden Bruchtheil von dem obigen verschieden[1]).

1) Der Gesammtmagnetismus hatte in vier Monaten nach obigen Zahlen um $\frac{2}{3}$ Proc. abgenommen, das Verhältnifs des Magnetismus der kleinen zu dem der gröfseren Stäbe um $\frac{1}{4}$ Procent zugenommen.



Die Nothwendigkeit einer Bestimmung der Schwingungsdauer mit entgegengesetzten Polen wird demnach nur selten eintreten.

III. Absolute Bestimmung der Horizontalintensität.

Die Formel der Berechnung ist bereits oben (S. 553) angegeben worden. Das Trägheitsmoment ist

$$K = p(a^2 + \tfrac{1}{2}\varrho^2)\frac{t^2}{t'^2 - t^2},$$

wenn t und t' die Schwingungsdauer mit und ohne Belastung, p die Masse der Gewichte in Mgr., $2a$ der Abstand ihrer Aufhängungsfäden von einander, ϱ ihren Halbmesser in Mm. bezeichnet. Der Torsionscoëfficient ist $\theta = \frac{\delta}{\gamma - \delta}$, worin δ der Winkel, um welchen eine Torsion des Fadens um den Winkel γ, den Rahmen mit den parallel gestellten Magneten ablenkt. Als Abstand R und r der Magnete von der Nadel nimmt man den halben Abstand der beiden Mittelpuncte der betreffenden Zapfen, auf welche die Stäbe aufgesetzt sind, von einander.

Da man übrigens der vollkommen symmetrischen Gestalt und Magnetisirung der Stäbe nicht sicher ist, werden zum Zwecke der absoluten Bestimmung zwei Ablenkungsbeobachtungen angestellt, die zweite, nachdem man alle Magnete *um ihre Zapfen* um 180° gedreht hat. Das Mittel aus beiden Winkeln ist φ.

Diese betrugen (in Zürich) 48°,675 und 48°,881, also $\varphi = 48°,778$. Aufserdem waren $r = 105,09$ und $R = 126,34$ Millim.; $t = 22,001$ und $\tau = 30,328$ Sec.; $K = 278990000$ $\theta = 0,0030$. Hiernach berechnet sich $T = 1,978$.

Der Preis des Instrumentes inclusive Stativ beträgt in der Meyerstein'schen Werkstätte zu Göttingen etwa 50 Thaler.

Zürich, März 1871.

V. *Ueber die Brechung und Dispersion des Lichtes in Jod-, Brom- und Chlorsilber; von W. Wernicke.*

Befindet sich auf einer polirten Metallfläche eine sehr dünne Schicht irgend eines Körpers, welcher selbst kein Metall ist, so zeigt die Schicht, wenn man ihre Dicke von Null ab wachsen läfst, bei *reflectirtem* Lichte eine Reihe von Farben, welche im Allgemeinen die Farben der Newton'schen Ringe im *durchgehenden* Lichte sind, wenn der Einfallswinkel eine gewisse Gränze nicht übersteigt. Die Verschiedenheiten der Farben von den Newton'schen hängen zum Theil von der Natur der Schicht, zum Theil vom reflectirenden Metall ab. Vernachlässigt man diese Unterschiede, so zeigt sich bei Betrachtung der Schicht im Spectroskop immer ein dunkler Streifen, wenn die Dicke der Schicht ein ungerades Vielfach einer Viertelwellenlänge des Lichtes von der Brechbarkeit des Streifens beträgt. Berücksichtigt man jene Verschiedenheiten der Farben, welche in der elliptischen Polarisation und der Absorption ihren Grund haben, so beträgt die Dicke der Schicht nicht mehr genau ein ungerades Vielfach einer Viertelwellenlänge des Lichtes an der Stelle, wo im Spectrum der Streifen gesehen wird; dann aber giebt die Differenz der Dicken, bei denen ein Minimalstreifen an derselben Stelle im Spectroskop erscheint, die halbe Wellenlänge oder ein Vielfaches derselben an. Kennt man also die Differenz der Schichtendicken, bei denen ein Minimalstreifen ein und dieselbe Fraunhofer'sche Linie bedeckt, so giebt dieselbe unmittelbar die Wellenlänge des Lichtes in der Schicht, also auch den Brechungsindex derselben an.

Diese Sätze bilden die Grundzüge einer Methode, die ich (diese Annalen Bd. CXXXIX, S. 132 bis 150) näher beschrieben und angewendet habe, um damit die Brechung und Dispersion des Lichtes in undurchsichtigen Körpern zu



bestimmen. Die Zahlen, welche sich für die Dispersion der untersuchten Sauerstoffverbindungen der schweren Metalle ergeben haben, sind so ungewöhnlich grofs, dafs die entsprechenden Zahlen für halbdurchsichtige Körper der stärksten Dispersion, wie Phosphor [1]) und Schwefel [2]), aufserordentlich gering dagegen erscheinen. Aufser den a. a. O. aufgeführten Körpern habe ich nach jener Methode eine Reihe anderer untersucht; von diesen stelle ich jetzt die Bestimmung der Constanten des Jod-, Brom- und Chlorsilbers nach zwei verschiedenen Methoden dar, weil dieselben einerseits eigenthümliche Modificationen des festen Aggregatzustandes darbieten, andererseits für die Bestimmung der Dicke dünner Silberschichten von praktischem Werthe sind.

I.

Für die Herstellung dünner Schichten dieser Silberverbindungen ist es nothwendig, zuerst eine feine Metallschicht zu erzeugen und diese alsdann durch geeignete Mittel in die betreffende Verbindung zu verwandeln. Silberschichten von jedem beliebigen Grade der Freiheit und hinreichender Gleichmäfsigkeit lassen sich sowohl auf Glas wie auf Platin erzeugen; auf Glas am besten, indem man eine alkalische Silberlösung vermittelst derselben aldehydhaltigen Reductionsflüssigkeit reducirt, welche ich (Pogg. Ann. Bd. CXXXIII, S. 183) für Gold angegeben habe; auf Platin, indem man eine verdünnte Auflösung von Cyansilber in Cyankalium durch einen schwachen elektrischen Strom zersetzt. Um die Metallschicht auf Glas herzustellen, fügt man zu der Martin'schen Silberlösung [3]) (bestehend aus 1 Gr. Silbernitrat in Ammoniak gelöst und mit 19 CC. Natronlauge vom spec. Gewicht 1,035 und 60 CC. Wasser versetzt), $\frac{1}{15}$ ihres Volumens der genannten aldehydhaltigen Reductionsflüssigkeit und taucht die zu belegende Spiegel

1) Gladstone und Dale, Pogg. Ann. Bd. CVIII, S. 632.
2) Gladstone, *I. chim. Soc. III*, 108.
3) Martin, *Compt. Rend. T.* 56, 1863, *p.* 1044.

platte sogleich hinein. Der so erhaltene Silberspiegel ist, wenn die Glasplatte zuvor gereinigt war, auch bei der allerdünnsten Silberschicht gleichmäfsig stark glänzend und leicht in Brom- und Chlorsilber zu verwandeln, in höherem Maafse als bei Anwendung blofser Invertzuckerlösung.

Setzt man eine solche, stets mit violet-blauem Lichte durchsichtige, Silberschicht Joddämpfen aus oder legt Stückchen Jod darauf, so wird das Silber sofort in Jodsilber umgewandelt, welches schöne Interferenzfarben zeigt. Fizeau [1]) und nach ihm Quincke [2]) haben, obwohl beide in etwas verschiedener Weise, diefs Verfahren zur Bestimmung der Dicke einer Silberschicht auf Glas benutzt; ersterer, indem er die Newton'schen Ringe zählte, welche die Joddämpfe rings um das Jodstück hinterlassen; letzterer, indem er die Farbe der vollständig in Jodsilber verwandelten Schicht mit der Farbe der Luftschicht der Newton'schen Ringe verglich, beide im reflectirten Lichte betrachtet. Ich habe diese Art der Bestimmung der Dicke einer dünnen Metallschicht auch für andere Verbindungen angewendet: überall treten bei der Ueberführung des Metalls in die Verbindung folgende Erscheinungen auf:

Beobachtet man die Farbenveränderungen, welche die allmählige Verwandlung des Silbers in Jodsilber anzeigen und unterbricht, durch Fortnahme des Jodstückchens oder Entfernung der Platte von dem die Joddämpfe enthaltenen Gefäfs, die Operation kurz vor dem Momente, wo die Silberschicht völlig durchbohrt seyn würde, und nur noch ein leiser Anflug von Silber vorhanden ist, so bekommt man die Dicke der Schicht um nahezu eine Viertelwellenlänge zu grofs. In dem Augenblicke nämlich, wo die vollständige Verwandlung des Silbers eintritt, wo also die Reflexion nicht mehr vom Metall in Jodsilber, sondern von Glas in Jodsilber stattfindet, ändert sich die Farbe fast momentan; sie springt nahezu um eine Viertelwellenlänge zurück. Erzeugt man die Metallschicht, anstatt auf Glas, auf Platin und

1) *Compt. Rend. T. LII*, 1, 1861, *p.* 274.
2) Pogg. Ann. Bd. CXXVII, S. 181.

verwandelt sie alsdann in eine Verbindung des Metalls, so tritt die sprungweise Farbenänderung bei der völligen Durchbohrung der Schicht nicht ein; die Reihenfolge der Interferenzfarben im reflectirten Licht bei senkrechter oder nahezu senkrechter Incidenz ist in diesem Falle dieselbe wie die einer Luftschicht im durchgehenden Lichte; ein Umstand, der bei der Bestimmung der Dicke einer Metallschicht wohl zu beachten ist.

Als Träger der Schicht wurde diefsmal, um die Metallreflexion ganz zu umgehen, statt der früher angewandten dünnen Platinbleche, Platten von englischem Deckglase genommen. Eine 5832 Quadr. Mm. grofse Fläche wurde mit einer Silberschicht überzogen, so dafs nach Verwandlung derselben in Jodsilber die Dicke 6 Viertelwellenlängen (*D*) betrug. Die Anzahl der Wellenlängen erkennt man hier am Farbenwechsel während der Umwandlung, bei gröfserer Dicke mit Zuhülfenahme des Spectroskops; die gewünschte Dicke der Silberschicht erhält man durch vorherige Regulirung der Concentration der Silberlösung; die gewöhnliche Lösung liefert nach dem Ende des Processes (bei 20° C. 8 bis 9 Min.) eine Schicht von der genannten Stärke; will man stärkere haben, so vergröfsert man die Concentration oder wiederholt den Procefs mit frischer Lösung.

Bei der angegebenen Stärke der Schicht sieht man durch das Spectroskop bei nahezu senkrechter Incidenz aufser dem Minimalstreifen in *D* und zwei verwaschenen und daher zur Messung nicht tauglichen im Roth und Blau einen zweiten deutlich bei *C*; es sind daher 6 Viertelwellenlängen (*D*) gleich 7 Vw. (*b*). Das Gewicht der Jodsilberschicht betrug 0,02670 Grm. und ihre Dichtigkeit wurde nach Deville[1]) zu 5,687 genommen. Demgemäfs erhalten wir für die Brechungsindices des Jodsilbers für die Linien *D* und *b*, deren Wellenlängen in Luft (nach Ångström) $0{,}0005894^{mm}$ und $0{,}0005166^{mm}$ sind,

1) *Comptes rendus T. LXIV*, *p.* 323 und Pogg. Ann. Bd. CXXXII S. 309.

$$n(D) = \frac{6 \,.\, 5832 \,.\, 5{,}687 \,.\, 0{,}0005894}{2 \,.\, 26{,}70} = 2{,}197$$

$$n(b) = \frac{7 \,.\, 5832 \,.\, 5{,}687 \,.\, 0{,}0005166}{2 \,.\, 26{,}70} = 2{,}246$$

Ist die Jodsilberschicht 4 Viertelwellenlängen (D) stark, so treten deutlich drei dunkle Streifen auf, deren Mitten ungefähr mit den Fraunhofer'schen Linien D, F, G zusammenfallen; hieraus folgt, dafs (mit der annähernden Genauigkeit, welche bei dem Mangel an vergleichenden Spectralscalen möglich war) 4 Wellenlängen $(D) = 5\,(F) = 6\,(G)$ sind.' Eine Schicht von dieser Dicke hatte die Oberfläche von 4877 Quadr. Mm. und wog 1470 Milligramm. Aus diesen Daten, in Verbindung mit dem oben angegebenen spec. Gewichte und den bekannten Wellenlängen der Linien D, F, G in Luft berechnen sich die Brechungsindices

$$n(D) = 2{,}202; \quad n(F) = 2{,}267; \quad n(G) = 2{,}409.$$

Die Dispersion des Jodsilbers ist hiernach, wenn auch geringer als die der undurchsichtigen Oxyde, welche ich früher a. a. O. bestimmt habe, doch noch bedeutender als die des Phosphors; sie $(n(D) - n(G))$ beträgt etwa das 27fache von der des Wassers.

Zur Herstellung gleichmäfsig dicker Brom- und Chlorsilberschichten verfährt man in ähnlicher Weise wie beim Jodsilber. Die Vorsichtsmafsregeln, um gute Schichten zu bekommen, bestehen darin, dafs die Einwirkung des möglichst trocknen und luftfreien Dampfes oder Gases möglichst schnell vor sich gehen mufs. Uebersteigt die Dauer der Einwirkung eine gewisse Zeit, so verlieren die Schichten an Durchsichtigkeit und zeigen im Spectroskop keine oder undeutliche Interferenzstreifen; diese Störung tritt um so mehr hervor, je mehr das Chlor oder der Bromdampf mit Luft gemischt sind; sie scheint also in der Bildung von Oxychlorür oder Oxybromür ihren Grund zu haben. Man taucht die versilberten Glasplatten in Gläser, welche mit dem möglichst luftfreien Gase gefüllt sind; die Verwandlung des Silbers in Chlorsilber geschieht sehr schnell bei gewöhnlicher Temperatur; Brom greift das Silber etwas schwe-

rer als Chlor und Jod an; man erwärmt zweckmäfsig vorher die Platte und das den Bromdampf enthaltende gut bedeckte Glas in der Röhre eines Stubenofens. Sobald oder besser kurz bevor die letzte Spur von Silber verschwunden ist, entzieht man die Platte schnell der weiteren Einwirkung.

Für die Bestimmung der Brechungsindices wurden die oben genannten dünnen Glasplatten von 5832 und 4877 Quadr. Mm. Oberfläche benutzt; als specifisches Gewicht des Bromsilbers wurde die Zahl 6,493, des Chlorsilbers 5,551 angenommen, welche ich für die geschmolzenen Salze gefunden und den von Karsten gegebenen 6,3534 und 5,458 vorgezogen habe, weil die mikroskopische Untersuchung gezeigt hat, dafs bei Nichtbeobachtung besonderer Vorsichtsmafsregeln die geschmolzenen Salze im Innern zahlreiche blasenförmige Hohlräume haben, welche das specifische Gewicht vermindern. Die Zahlen 6,493 und 5,551 sind von ausgesuchten, fast völlig homogenen Stücken bestimmt. Aus je drei Bestimmungen ergaben sich für die Brechungsindices von

Bromsilber

$$n(D) = 2{,}261; \quad n(F) = 2{,}303; \quad n(G) = 2{,}360;$$

Chlorsilber

$$n(D) = 2{,}071; \quad n(F) = 2{,}101; \quad n(G) = 2{,}135.$$

Die Dispersion dieser beiden Körper ist also, obwohl immer noch stärker als die des Flintglases, weit geringer als die des Jodsilbers.

Was die Absorption betrifft, so lassen sich bei Jodsilber und Bromsilber die Minimalstreifen bis kurz hinter G beobachten; dort aber hören sie plötzlich auf, so dafs in der Nähe von H unter keinen Umständen ein Minimum zu beobachten ist. Bei Chlorsilber hingegen lassen sich noch schwache Minima bei H erkennen, während dieselben beim Kupferoxydul und den Superoxyden des Bleis, Mangans, Wismuths, Cobalts, Nickels schon bei F oder noch früher aufhören. Man kann daraus schliefsen, dafs die Absorption des violetten Lichtes bei diesen Körpern so bedeutend ist,

dafs kein Strahl desselben auch die dünnsten Schichten mehr zu durchdringen vermag; weiter unten wird sich zeigen, wie dieser Schlufs durch directe Beobachtungen bei den Silberverbindungen bestätigt worden ist.

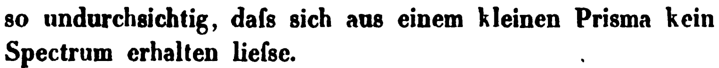
So viel mir bekannt, existiren in Bezug auf die Brechung des Lichtes in diesen Körpern nur zwei Beobachtungen; die eine von Descloiseaux [1]), welchem es gelang, den Brechungsindex eines kleinen künstlichen Krystalls für gelbes Licht zu ermitteln; die andere von Fizeau [2]), welcher durch Beobachtung des Polarisationswinkels des amorphen Jodids, wie er sagt, beinahe 2,246 fand. Für die genaue Bestimmung der Stärke dünner Silberschichten ist die Kenntnifs der Dispersion nothwendig; ich habe daher zur Controlle der erhaltenen Werthe noch eine zweite directe Methode angewendet, welche für Jodsilber mindestens ebenso genaue, für Chlor- und Bromsilber genauere Zahlen zu liefern vermag.

II.

Jod-, Brom- und Chlorsilber sind noch hinreichend durchsichtig, um auch im amorphen Zustande eine directe Untersuchung durch prismatische Ablenkung zu gestatten. Der amorphe Zustand eines Körpers ist, nach den optischen Eigenschaften zu schliefsen, ein einfacherer als der des Krystalls, es sind daher für alle Untersuchungen, welche Beziehungen zwischen der Brechung und der chemischen Zusammensetzung zum Zweck haben, die Constanten der Körper im amorphen Zustande vorzuziehen. Unsere drei Silbersalze theilen mit leider wenigen analogen Verbindungen die vorzügliche Eigenschaft, nach dem Schmelzen und Erstarren nicht zu krystallisiren. Chlor- und Bromsilber, *bei Ausschlufs der Luft* geschmolzen, liefern durchsichtige glasähnliche Massen, Jodsilber bleibt bis etwa 140° C. klar, wird aber bei weiterem Erkalten plötzlich trübe, doch nicht

1) Vgl. Pogg. Ann. Bd. CXXXII, S. 296.

2) *Compt. rend.* 1861, T. LII, *p.* 273.



so undurchsichtig, dafs sich aus einem kleinen Prisma kein Spectrum erhalten liefse.

Um solche Prismen herzustellen, schmelzt man zunächst reines Jodsilber, erhalten durch langsames Eingiefsen von Silbernitratlösung in wenig überschüssiges Jodammonium (verfährt man umgekehrt oder wendet die Silberlösung im Ueberschufs an, so erhält man stark lichtempfindliches, nicht reines Jodsilber), so zwischen zwei kleinen plan-parallelen Glasplatten, dafs die Luft möglichst wenig Zutritt hat. Das schmelzende Jodsilber ist dunkel schwarzroth, betrachtet man durch die prismatische Schicht einen erleuchteten Spalt, so besteht das Spectrum aus einem dunkelrothen Streifen; derselbe bleibt ohne wesentliche Veränderung nach dem Erstarren. Dann färbt sich das brechbarere Ende allmählich gelb und schliefslich grün, während die Farbe des völlig glasklaren Jodsilbers bei reflectirtem Lichte von Roth nach und nach in Gelb übergeht. Plötzlich verschwindet das prächtige aus Roth, Gelb und Grün bestehende Spectrum, und es entwickelt sich bei weiterer Abkühlung bald darauf ein weit weniger lichtstarkes, aber fast doppelt so langes Spectrum mit allen Farben, und namentlich einem langen blauvioletten Theile. Dieses Spectrum ist weniger brechbar als das vorige. Die Farbe des Jodsilbers geht während der plötzlichen Aenderung des Spectrums vom intensiven Gelb in Gelblich-Weifs über; die Durchsichtigkeit nimmt dabei ab. Die Temperatur, bei welcher die Verwandlung vorsichgeht, ist immer dieselbe; sie bildet die Gränze zweier verschiedener Zustände des Jodsilbers.

Um diese Zustände näher kennen zu lernen, wurden die während der Abkühlung des geschmolzenenen Jodsilbers auftretenden Erscheinungen unter dem Mikroskop bei 90- bis 1700-facher Vergröfserung beobachtet. Bringt man eine dünne Schicht zwischen Glasplatten geschmolzenen Jodsilbers auf das Tischchen des Mikroskops und beobachtet im durchgehenden Lichte, so geht die blutrothe Farbe allmählich in Dunkelgelb über, welches bis zur Uebergangstemperatur rein Gelb wird. Dann tritt plötz-

lich eine Erscheinung ein, wie wenn eine gelbe zwischen zwei durchsichtigen Flächen befindliche capillare Flüssigkeitsschicht dadurch verschwindet, dafs man die Flächen von einander entfernt, oder wie wenn eine capillare Flüssigkeitsschicht sehr schnell verdunstet. Man erkennt deutlich, wie einzelne Stellen des Jodsilbers im Gesichtsfelde den ersten, andere bereits den zweiten Zustand haben; beide sind durch scharfe Umrisse von einander getrennt; die Zeitdauer dieses Bildes habe ich bei verschieden dicken Glasplatten auf $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{3}$ Secunde taxirt.

Aus diesen unter allen Umständen sich darbietenden Erscheinungen darf man schliefsen, dafs derjenige feste Aggregatzustand, welchen das Jodsilber bei höherer Temperatur zeigt, darin besteht, dafs ein Theil des Jods durch die Wärme von der Verbindung mit dem Silber sich trennt und von der restirenden Substanz in derselben Weise fest gehalten wird, wie ausgeglühte Holzkohle und ähnliche poröse Körper Dämpfe in ihrem Innern absorbiren. Das freie Jod müssen wir als im flüssigen Zustande absorbirt annehmen, weil das Spectrum kein Blau und Violet enthält und mit dem Absorptionsspectrum des festen und flüssigen Jods die gröfste Aehnlichkeit hat. Vielleicht werden diese und ähnliche Beobachtungen einiges Licht verbreiten über die Zustände, in welchen die von porösen Körpern absorbirten Gase oder Dämpfe sich befinden.

Wenn die eben skizzirte Vorstellung von den beiden Zuständen des Jodsilbers die richtige ist, so mufs gelblich weifses Jodsilber, wenn man es bis zum Uebergangspunkt erwärmt, wieder in den andern Zustand übergehen; der weniger durchsichtige Körper mufs durch Erwärmen wieder gelb und durchsichtiger werden und sein langes lichtschwaches Spectrum in das hellere kürzere und stärker brechbare übergehen. Es tritt nun zwar die gelbe, unter dem Mikroskop die Gestalt einer Flüssigkeit annehmende Färbung unter allen Umständen beim Uebergangspunkt ein; das andere Spectrum erhält man jedoch nur dann deutlich wieder, wenn der Winkel des Prismas nur wenige Grade be-

trägt. Dieser Umstand namentlich ist es, welcher Zweifel darüber entstehen läfst, ob man das geschmolzene Jodsilber in dem Zustande, in welchem es sich bei niederer Temperatur befindet, noch krystallinisch nennen kann; es erscheint abnorm, dafs ein krystallinischer Körper nach dem Zerfallen der Krystalle an Durchsichtigkeit gewinnen soll. Unter dem gewöhnlichen Mikroskop lassen sich Spuren einer krystallinischen Structur nicht entdecken; doch hat Des-cloizeaux[1]) durch Betrachtung des Körpers mittelst des Polarisationsmikroskops sich für die krystallinische Structur entschieden. Prismen mit gröfserem brechendem Winkel oder stärkere Schichten erlangen beim Erwärmen die frühere Durchsichtigkeit nicht wieder; diefs ist indefs hauptsächlich die Folge einer gröfseren Anzahl feiner Risse und Spalten, welche durch die starke Volumveränderung des Körpers beim Uebergangspunkte auftreten und namentlich auch Verzerrungen der Prismenflächen verursachen.

Der Uebergangspunkt wurde auf folgende Weise ermittelt. In einem Becherglase wurde concentrirte Schwefelsäure im Sandbade bis 150° oder mehr erwärmt und das zwischen Glasplatten geschmolzene und bis zur goldgelben Farbe erkaltete Jodsilber an einem Platindraht neben der Thermometerkugel in der Flüssigkeit aufgehängt. Als die Temperatur auf 138°,6 gesunken war, begannen einzelne Stellen des gelben Jodsilbers plötzlich weifs zu werden; von diesen Stellen breitete sich die weifse Färbung, immer mit der gelben scharfe Gränzen bildend, weiter aus und war beendet als das Thermometer 137°,5 angab. Genau dieselben Temperaturen wurden erhalten, als statt der Schwefelsäure Petroleum zum Bade angewandt wurde. Demnach ist etwa 138° C. (des Quecksilberthermometers) die Temperatur, bei welcher der Uebergang aus dem einen Zustand in den andern stattfindet.

Zur Herstellung der Prismen wurde von einer Platte aus dünnem Spiegelglase die brechende Kante ermittelt und

1) Vgl. Fizeau a. a. O.

parallel derselben Stücke von ¼ bis 1 Quadratzoll geschnitten. Diese werden alsdann so aufeinander gelegt, dafs die brechenden Kanten entgegengesetzt fallen, wodurch der durch die Brechung in den Glasplatten bewirkte kleine Fehler fortgeht, wenn man auf das Minimum der Ablenkung eingestellt hat. Läfst man das zwischen zwei (unter einem Winkel von 5 bis 15 Grad) geneigten Platten geschmolzene Jodsilber an der Luft langsam erkalten, so haftet das geschmolzene Salz noch hinreichend fest; findet das Erkalten in einer erwärmten Flüssigkeit statt, so löst sich das Jodsilberprisma von den Gläsern los.

Für die Bestimmung der Brechungsindices so kleiner Prismen, deren Fläche kaum 1 Millim. breit ist, ist der Collimator wegen zu grofser Lichtschwäche nachtheilig. Die Prismen wurden daher im Mittelpunkte eines Theilkreises, der Ablesungen von 5 zu 5 Secunden gestattete (die Benutzung desselben verdanke ich der Gefälligkeit des Hrn. Prof. Quincke), mit der brechenden Kante vertical aufgestellt und als Lichtquelle eine durch den starken Inductionsstrom eines grofsen Siemens'schen Funkeninductors leuchtend gemachte Wasserstoffröhre benutzt. Die Linien H_α, H_β, H_γ erscheinen bei Chlorsilber ziemlich scharf, ebenso wie die Natriumlinie, welche stets, nachdem der Apparat einige Zeit in Thätigkeit war, mit grofser Deutlichkeit auftrat; bei Brom- und Jodsilber wurde schon H_γ fast völlig absorbirt, bei letzterem sind alle Linien etwas verwaschen. Die Ablesungen geschahen in jedem Falle so, dafs der verticale Faden des Fadenkreuzes die Breite der Linien halbirt; die Geifsler'sche Röhre war in der Entfernung von etwa 1 Meter vom Mittelpunkt des Theilkreises aufgestellt.

Der brechende Winkel des zur Messung dienenden kleinen Jodsilberprisma's wurde zu 8° 8′ bestimmt; eine genauere Bestimmung, welche das Winkelinstrument zuliefs, konnte bei Jodsilber deswegen nicht erreicht werden, weil durch die Volumvergröfserung beim Uebergangspunkt die Begränzungsflächen des Prisma's nicht ganz eben bleiben.

Zur Bestimmung der Constanten des Bromsilbers dienten zwei Prismen, deren brechende Winkel 21° 43′ 55″ und 6° 42′ 30″ betrugen; die Winkel der beiden Chlorsilberprismen ergaben sich zu 43° 2′ und 24° 33′ 5″. Die folgende Tabelle stellt die Resultate der Beobachtungen dar: C, D, F, H_γ bedeuten die Natriumlinie und die drei Wasserstofflinien.

Jodsilber.

Brechender Winkel des Prisma's 8° 8′.

	C	D	F	Aeufserst. Violett (G?)
Minimum d. Ablenk.	9° 26′	9° 40′	10° 28′	11° 30
Brechungsindex	2,1531	2,1816	2,2787	2,405

Bromsilber 1.

Brechender Winkel des Prisma's: 21° 43′ 55″.

	C	D	F
Minimum d. Ablenk.	28° 5′	28° 41′ 40″	30° 2′
Brechungsindex	2,2340	2,2539	2,3155

Bromsilber 2.

Brechender Winkel des Prisma's: 6° 42′ 30″.

	C	D	F
Minimum d. Ablenk.	8° 17′ 30″	8° 27′ 30″	8° 52′
Brechungsindex	2,2323	2,2524	2,3126
Mittel	2,2331	2,2533	2,3140

Chlorsilber 1.

Brechender Winkel des Prisma's: 43° 2′.

	C	D	F	H_γ
Minimum d. Ablenk.	54° 22′ 30″	55° 19′ 30″	57° 32′	59° 50′
Brechungsindex	2,0484	2,0632	2,0972	2,1318

Chlorsilber 2.

Brechender Winkel des Prisma's 24° 33′ 5″.

	C	D	F	H_γ
Minimum d. Ablenk.	26° 58′	27° 22′ 55″	28° 20′ 30″	29° 19′
Brechungsindex	2,0440	2,0591	2,0944	2,1295
Mittel	2,0462	2,0611	2,0958	2,1309

Diese Zahlen zeigen zunächst, ebenso wie die nach der ersten Methode erhaltenen, dafs die Dispersion des Jodsilbers bei weitem am stärksten, die Brechungsindices des gröfsten Theiles des Spectrums hingegen kleiner als die des Bromsilbers sind; wäre die Absorption der violetten Theile der Spectra beider Körper nicht so bedeutend, so würde man finden, dafs ihre Brechungsindices im äufsersten Violet coïncidiren. Es war indefs auch bei dem stärksten Inductionsstrom nicht möglich, weder beim Jodsilber noch beim Bromsilber auch nur die Wasserstofflinie H_{γ} zu beobachten. Bei Anwendung der ersten Methode hingegen zeigten sich noch sehr deutlich dunkle Streifen bei *G*, welche die Bestimmung des Brechungsindex für *G* bei beiden Körpern zuliefsen. Diese Beobachtungen scheinen zu bestätigen, dafs das Aufhören der Interferenzstreifen einer fast vollkommenen Absorption entspricht.

Ferner mag hier noch bemerkt seyn, dafs der aus meinen früheren Beobachtungen abstrahirte Satz, dafs Körper von hervorragender Dispersion nur für die weniger brechbaren Strahlen merklich durchsichtig sind, auch für die untersuchten Silberverbindungen zutrifft, indem das stark dispergirende Jodsilber vom violetten Theile des Spectrums am meisten, das Bromsilber weniger und das am schwächsten dispergirende Chlorsilber am wenigsten absorbirt.

Die Temperatur betrug während der Beobachtungszeit 19° C. Mit steigender Temperatur nimmt beim Brom- und Chlorsilber die Brechung bis zum Schmelzpunkt ab; beim Erwärmen des Jodsilberprismas nimmt die Brechung ebenfalls ab, ohne bei dem von Fizeau angegebenen Dichtigkeitsmaximum (55° C.) einen Wendepunkt zu zeigen, bis zu 138° C., wo die beschriebene plötzliche starke Zunahme der Brechungsindices für Roth, Gelb und Grün stattfindet, während der brechbarere Theil des Spectrums verschwindet.

Vergleicht man die Brechungsindices des Jodsilber mit den nach der ersten Methode gefundenen, so ist die Uebereinstimmung eine hinreichende, um hieraus schliefsen zu können, dafs das gefällte und geschmolzene Jodsilber bei

gewöhnlicher Temperatur mit dem durch directe Verbindung von Silber und Jod erhaltenen identisch ist. In der That zeigen unter dem Mikroskop die dünnen durch Auflegen von Jod auf Silberspiegel dargestellten Schichten in Bezug auf Farbe, Structur und Veränderung durch die Wärme genau dasselbe Verhalten wie das geschmolzene und erstarrte Jodsilber.

Berlin, im December 1870.

VI. *Ueber die Messung des inneren Widerstandes voltaischer Ketten nach der Compensationsmethode; von W. Beetz.*

(Aus d. Sitzungsber. d. Münchener Akad. vom Hrn. Verf. übersandt.)

Die einzige brauchbare Methode, welche bisher zur Messung des inneren Widerstandes galvanischer Ketten vorgeschlagen ist, rührt von Hrn. v. Waltenhofen her[1]). Sie ist eine Anwendung der Poggendorff'schen Compensationsmethode, und erlaubt den Widerstand der compensirten Kette in der Nähe des Compensationspunktes zu messen, also bei Stromstärken, welche keine bedeutende chemische Veränderung in der Leitungsflüssigkeit der Kette veranlassen. Alle übrigen Methoden, welche der Hauptsache nach auf die älteste, die Ohm'sche, zurückkommen, liefern unrichtige, oft ganz absurde Resultate. Hr. v. Waltenhofen hat gezeigt, daſs der Grund hiervon nicht nur in der, auch in sogenannten constanten Ketten eintretenden Polarisation, sondern auch in der Veränderung der Leitungsfähigkeit der Flüssigkeiten zu suchen ist, welche durch die elektrolytischen Vorgänge in derselben bedingt wird. In Bezug auf Ketten, welche poröse Diaphragmen enthalten, darf auch der von der Stromstärke abhängige Betrag an

1) Pogg. Ann. Bd. CXXXIV, S. 218.

Arbeit, welche für Fortführung der Flüssigkeit mit der Stromrichtung verbraucht wird, nicht aufser Acht gelassen werden.

Aber während die Messungen elektromotorischer Kräfte und äufserer Widerstände durch die verschiedenen Compensationsmethoden und Brückencombinationen ganz und gar auf die Beobachtung eines Galvanoskops und auf die Ablesung von Rheostatenwerthen zurückgeführt sind, ist immer noch kein Verfahren benuzt worden, um durch gleich einfache Beobachtungen, ohne alle strommessende Apparate, innere Kettenwiderstände zu messen. Der Vortheil eines solchen Verfahrens besteht darin, dafs es nur momentane Kettenschlüsse erfordert, während bei jeder Art von Strommessung, bei welcher die Stromstärke eine constante Gröfse angenommen hat, diese nur das Endresultat einer Reihe von Veränderungen in der elektromotorischen Kraft sowohl als im Widerstande ist. Durch sehr kurz dauernde Schliefsungen können allerdings diese Veränderungen auch nicht vollständig vermieden werden; aber es ist möglich, dieselben, wenigstens in den meisten Fällen, auf ein so geringes Maafs zurückzuführen, dafs ihr Einflufs vernachlässigt werden darf.

Das Verfahren, welches ich für Messung innerer Kettenwiderstände anwende, beruht ebenfalls auf der Compensationsmethode, nur messe ich nicht den Widerstand der compensirten, sondern den der compensirenden Kette. Ich bediene mich hierzu desjenigen Compensationsverfahrens, welches Hr. E. du Bois-Reymond angegeben hat [1]). Die Pole einer compensirenden Kette, deren electromotorische Kraft $= E$ und deren innerer Widerstand $= w$ sey, werden durch dicke Drähte mit den beiden Enden eines Compensatordrahtes vom Widerstande b verbunden. Am einen Ende dieses Compensatordrahtes (es soll das untere heifsen) beginnt aufserdem eine Zweigleitung, in welche hintereinander die zu compensirende Kette von der elektromotorischen Kraft e und ein Galvanometer eingeschaltet sind. Das zweite Ende dieser Zweigleitung schleift so auf dem

1) Abh. d. Akad. der Wissensch. zu Berlin. 1863, S. 107.



Compensatordraht, dafs das zwischen beiden Enden der Zweigleitung liegende Stück des Compensatordrahtes den Widerstand a hat. Die Bedingungsgleichung, welche die genannten Gröfsen nun mit einander verbindet, ist

$$e = E \cdot \frac{a}{b + w}$$

Wenn w gegen b zu vernachlässigen wäre, so würde diese Methode das Verhältnifs $\frac{E}{e}$ für alle Werthe zwischen ∞ und 1 finden lassen. Hat aber w einen gegen b nicht verschwindenden Werth (und das ist immer der Fall), so hat die Messung eine Gränze, sobald

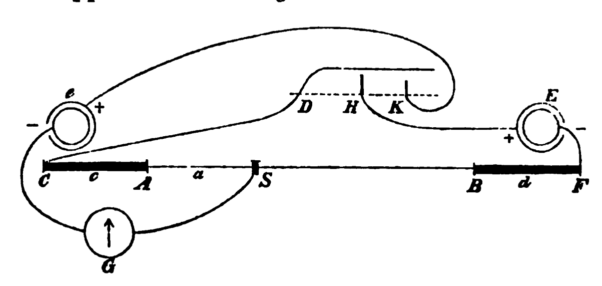
$$\frac{E}{e} = \frac{b + w}{b}$$

ist. Dann kann man sich aber durch das einfache Mittel helfen, dafs man den Compensatordraht nach dem unteren Ende zu um ein Stück vom Widerstande c verlängert; die Gränze wird dann hinausgedrückt, bis

$$\frac{E}{e} = \frac{b + c + w}{b + c}$$

ist, welcher Werth der 1 beliebig genähert werden kann. Wählt man jetzt für c zwei verschiedene Werthe, so erhält man zwei Gleichungen, aus denen w bestimmt werden kann.

Der Apparat nimmt folgende Gestalt an:



AB ist ein gerade ausgespannter Platindraht von 1 Meter Länge; er hat an meinem Compensator den Widerstand 0,700 Q. E. bei mittlerer Temperatur. Am Ende *A* ist ein Siemens'scher Stöpselrheostat *CA* mittelst eines kurzen, dicken Kupferdrahtes befestigt. Derselbe braucht zwar nur wenige

Widerstandseinheiten zu enthalten; für manche Fälle können indefs auch mehrere wünschenswerth seyn, und deshalb sind die kleinen Siemens'schen Rheostaten, welche in Summa 500 Einheiten enthalten, ganz zweckmäfsig. Vom Ende C dieses Rheostaten geht ein dicker Draht nach einer bei D befestigten Feder [1]), welche, wenn sie gehoben und dann losgelassen wird, sich zuerst auf die Contactstelle H auflegt und dann mit einer einzigen Schwingung den Contact bei K auf sehr kurze Zeit herstellt. H ist mit dem + Pol der compensirenden Kette E, B mit dem — Pol derselben durch dicke Kupferdrähte verbunden. Von K aus geht eine Leitung zum + Pol der zu compensirenden Kette e, deren — Pol durch die Leitung eines sehr empfindlichen, mit starker Dämpfung und einem compensirenden Stahlmagnet versehenen Spiegelgalvanometers G mit einem Schlitten S verbunden ist, welcher auf dem Compensatordraht hin und her geschoben werden kann. Die Kette e wird nun ganz in der von Hrn. du Bois-Reymond angegebenen Weise durch den Zweigstrom von E compensirt, während c irgend einen Werth (möglicher Weise den Werth 0) hat, dann wird ein anderes c eingeschaltet, und die Compensation noch einmal hergestellt, und dann w aus zwei Gleichungen von der Form

$$\frac{E}{e} = \frac{b' + w}{a'}$$

und

$$\frac{E}{e} = \frac{b'' + w}{a''}$$

gefunden, nämlich

$$w = \frac{a' b'' - a' b''}{a'' - a'},$$

worin a' und a'' = der Summe der zugehörigen Werthe $a+c$, b' und b'' = der Summe der zugehörigen $b+c$ sind.

In vielen Fällen kann man sich aber durch das angegebene Verfahren eine zweite Gleichung zur Bestimmung von w nicht verschaffen. War z. B. die erste Gleichung

1) Mein Assistent, Hr. Edelmann, hat eine Vorrichtung construirt, durch welche das Aufheben und Loslassen der Feder stets in gleicher Weise erfolgt und den Contacten stets gleiche, beliebig kurze Dauern gegeben werden können.



$$\frac{E}{e} = \frac{b + w}{a},$$

so würde die nächste seyn

$$\frac{E}{e} = \frac{b + 1 + w}{a_1 + 1},$$

wo a_1, der neue Werth von a, nicht kleiner als 0 werden kann.

Ueber die Gränze

$$\frac{E}{e} = b + 1 + w$$

hinaus ist demnach keine Compensation mehr möglich, wenigstens nicht, so lange man die gebräuchlichen, von 1 zu 1 graduirten Stöpselrheostaten anwendet. Die Compensation kann aber immer wieder erreicht werden, wenn man auch am oberen Ende B des Compensators einen Rheostaten BF anbringt, durch den man dem Widerstande b beliebige neue Widerstände d hinzufügen kann. Im Ausdrucke für w bedeuten dann b' und b'' die zugehörigen Summen $b + c + d$, während a' und a'' ihre frühere Bedeutung behalten.

Zur Prüfung der Brauchbarkeit dieser Meſsmethode habe ich zunächst Thermosäulen angewandt. Dieselben bestehen aus 2 Millimeter dicken Eisen- und Neusilberdrähten, welche U-förmig gebogen sind, so daſs der 20 Centimeter lange, mittlere Theil auf einem horizontal liegenden Brett befestigt ist, während die äuſseren 12 Centimeter langen Stücke vertical herabhängen. Durch Aneinanderlöthen je zweier Drathenden sind zwölf Thermoelemente gebildet, deren Löthstellen in zwei parallelen Reihen einander gegenüber stehen. Die eine Reihe befindet sich in einem Blechkasten von siedenden Wasserdämpfen umgeben, deren Temperatur während der ganzen Versuchsreihe fast constant 98°,1 war. Die andere Reihe taucht in einen Blechkasten, durch welchen ein lebhafter Wasserstrom aus der Wasserleitung geht. Die Temperatur dieses Wassers war nicht ganz constant. Das ist indeſs ganz gleichgültig, da die Schwankung alle Elemente

in gleichem Grade trifft; nur mufs innerhalb der gegebenen Gränzen die elektromotorische Kraft der Elemente der Temperaturdifferenz proportional bleiben, was hier weitaus der Fall ist. Der horizontale Theil der Drähte wurde durch Auflegen von feuchtem Fliefspapier vor zu starker Erwärmung geschützt. Jedes Element ist an der in das Wasser eintauchenden Seite von einer Glasröhre umgeben, um jede mögliche, wenn auch unwahrscheinliche, Nebenleitung durch das Wasser auszuschliefsen. Eine Anzahl dieser Thermo-Elemente konnte nun als compensirende, eine andere Anzahl (1 oder 2) als compensirte Kette benutzt werden. Die Anwendung des Federschlüssels erwies sich für die Messung an Thermoelementen als überflüssig; die compensirende Kette konnte fest geschlossen werden; die von der compensirten und dem Galvanometer kommende Leitung wurde dann mittelst des Schlittens *S* ebenfalls geschlossen, bis auf eine Unterbrechung, welche durch einen du Bois'schen Schlüssel kurz hergestellt wird, während man das Bild der Scale im Galvanometerspiegel beobachtet. In dieser Weise ausgeführt sind die beiden zu einer Bestimmung von *w* nöthigen Versuchsreihen, sobald man sich einige Uebung angeeignet hat, in weniger als einer halben Minute vollendet, während die Anwendung des Federschlüssels etwas mehr Zeit erfordert. Die erhaltenen Zahlen waren folgende:

E	*e*	*d*	*b*	*c*	*a*	*w*	$\frac{E}{e}$
II	I	0	0,7	0	0,412		
		1		1	0,402	0,132	2,02
II *a*	I	0		0	0,411		
		1		1	0,399	0,132	2,02
VI	II	0		0	0,346		
		1		1	0,012	0,346	3,00
		1		0	0,677	0,346	3,00
X	II	0		0	0,250		
		1		0	0,448	0,567	5,04
		2		0	0,648	0,573	5,07



E	e	d	b	c	a	w	$\frac{e}{E}$
VIII	I	0		0	0,140		
		1		0	0,262	0,447	8,19
		2		0	0,385	0,443	8,16
		3		0	0,507	0,444	8,17
		4		0	0,629	0,445	8,18
X	I	1		0	0,221		
		2		0	0,319	0,555	10,20
		3		0	0,417	0,552	10,18
		4		0	0,514	0,562	10,23

Die Rubrik E enthält die Anzahl der compensirenden, e die der compensirten Elemente. Die Bezeichnung IIa bedeutet, daſs die beiden Elemente andere waren, als die in der vorigen Reihe benutzten. Die Rubrik $\frac{E}{e}$ enthält das, mit Zugrundelegung des gefundenen Widerstandes w berechnete Verhältniſs der beiden elektromotorischen Kräfte. Wenn als compensirte Kette nur ein Element benutzt wurde, so fällt dieſs Verhältniſs etwas zu groſs aus; wahrscheinlich war die Kraft e dieses einen Elementes in der That etwas kleiner als das der übrigen, weil es das letzte in der Reihe ist, und in ihm die Temperaturdifferenz etwas kleiner seyn konnte, als in den inneren Elementen. Jedenfalls aber zeigt ein Blick auf die Tabelle, daſs sowohl die Widerstände w, als die Verhältnisse $\frac{E}{e}$ bei verschiedenen Werthen von c und d merklich gleich ausfallen und mit Sicherheit bestimmt werden können.

Um den Widerstand hydroelektrischer Ketten zu bestimmen, ist die Anwendung des Federschlüssels unentbehrlich. Arbeitet man mit constanten Ketten, so ist wohl auch bei festem Schluſs der compensirenden Kette ein annähernd richtiges Resultat zu bekommen; die Veränderung des Widerstandes mit der Stromstärke macht sich aber schon merklich, so daſs man für verschiedene Werthe von c und d auch abweichende von w erhält; auſserdem ändert sich der Widerstand des Compensatordrahtes durch die Erwärmung.

Folgende Messungen wurden mit Federschlufs angestellt; bei den Reihen VI bis VIII befand sich noch ein älterer Draht vom Widerstande 1,821 auf dem Compensator.

Reihe	E	e	d	b	c	a	w	$\frac{E}{e}$
I	1 Grove	1 Daniell	0	0,7	0	0,596		
			0		1	0,207	0,275	1,636
			1		2	0,423	0,278	1,641
			1		3	0,041	0,275	1,636
	1 Grove	1 Lecl.	0		0	0,699		
			0		1	0,407	0,287	1,411
			0		2	0,167	0,286	1,411
			1		3	0,531	0,286	1,411
	1 Grove	1 Stöhrer	0		1	0,542		
			0		2	0,316	0,292	1,292
			0		3	0,087	0,296	1,294
			1		4	0,620	0,303	1,298
II	3 Lecl.	1 Daniell	0		2	0,084		
			1		2	0,375	4,458	3,440
			2		2	0,664	4,486	3,448
	3 Lecl.	1 Grove	0		4	0,541		
			1		5	0,529	4,489	2,024
			2		6	0,500	4,548	2,036
III	4 Stöhrer	1 Grove	0		1	0,013		
			1		1	0,440	0,612	2,341
			2		2	0,269	0,719	2,388
	4 Stöhrer	1 Daniell	1		0	0,618		
			2		1	0,119	0,767	3,992
			3		1	0,371	0,762	3,983
IV	1 Bunsen	1 Daniell	0		0	0,465		
			1		1	0,646	0,087	1,692
			1		2	0,234	0,085	1,692
V	2 Daniell	1 Daniell	0		2	0,328		
			1		3	0,341	1,896	1,974
			2		4	0,350	1,905	1,978
			3		5	0,352	1,915	1,982
VI	2 Grove	1 Grove						
	$\alpha + \beta$	γ	0	1,821	0	1,396		
			0		2	0,409	0,936	0,975

Reihe	E	e	d	b	c	a	w	$\frac{E}{e}$
	$\beta+\gamma$	α	0	1,821	0	1,422		
			0		2	0,446	0,956	1,940
	$\gamma+\alpha$	β	0		0	1,451		
			0		2	0,478	1,008	1,950
	$\gamma+\alpha$	1 Daniell	0		0	0,856		
			0		1	0,158	1,015	3,313
	$\gamma+\alpha$	1 Bunsen	0		0	1,577		
			0		2	0,673	1,056	1,832
VII	3 Meid.	1 Daniell	0		5	1,450		
			0		7	0,165	11,221	2,797
	3 Meid.	1 Grove	0		16	1,550		
					19	0,350	11,428	1,666
VIII	1 Grove	1 Meid.	0		0	1,004		
			0		2	0,042	0,125	1,938

Man überzeugt sich leicht, dafs die Methode ganz befriedigende Resultate liefert, insofern der Widerstand ein und derselben Kette, welche unter *E* in derselben Reihe aufgeführt ist, nahezu gleich gefunden wird, man mag als *e* anwenden, welche Kette man will, und *d* und *c* mögen noch so verschieden gewählt werden. Allerdings zeigt sich bei vielen Ketten eine gewisse Regelmäfsigkeit in der Zunahme der Widerstände; dieselbe hängt aber nicht von der Methode ab, sondern in der That in einer allmählichen Widerstandszunahme, denn immer die später angestellte Messung giebt gröfsere Werthe.

Wiewohl die mitgetheilten Zahlen zunächst keinen anderen Zweck haben als den, die Brauchbarkeit meiner Methode zu bestätigen, so erlaube ich mir doch noch, an dieselben einige weitere Bemerkungen zu knüpfen.

Hr. von Waltenhofen hat den Satz ausgesprochen [1]), die elektromotorische Kraft der untersuchenden Kette stelle

1) Sitzungsberichte d. Akad. d. Wiss. zu Wien. Bd. XLIX. Sonderabdruck S. 11.

sich kleiner oder gröſser heraus, je nachdem sie bei der Messung als compensirende oder als compensirte Stromquelle in Anwendung war. Die Reihen V und VI bestätigen das auch bei meinen Versuchen, trotzdem der Kettenschluſs nur eine sehr kurze Dauer hat, was übrigens nicht Wunder nehmen kann, wenn man sich erinnert, einen wie bedeutenden Betrag die Polarisation nach Hrn. Edlund's Versuchen [1]) schon in sehr kurzer Zeit erreicht. Aus Reihe V ergiebt sich, das die zwei compensirenden Daniell'schen Elemente im Mittel nur die elektromotorische Kraft 1,978 *D* hatten, eine derselben also = 0,989 *D* war.

In Reihe VI sind 3 Grove'sche Elemente so mit einander verglichen, daſs zwei derselben der Reihe nach compensirend waren ($\alpha + \beta$), die dritte γ compensirt. Um möglicherweise vorhandene Ungleichheiten auszugleichen, wurden die Elemente der Reihe nach gewechselt. Im Mittel sind dann zwei derselben = 1,955 Gr.; also eins = 0,977 Gr.

Das Verhältniſs 1 Grove : 1 Daniell folgt aus der Messung unmittelbar aus Reihe I wie 1,639 : 1, aus VI wie 1,656 : 1, im Mittel wie 1,647 : 1. Das wahre Verhältniſs zweier elektromotorischen Kräfte wird man aber immer nur erhalten, wenn man die zu vergleichenden Ketten nacheinander als compensirte anwendet, während eine dritte beidemale als compensirende gebraucht wird. Nimmt man als letztere ein Grovesches Element, so ist dessen elektromotorische Kraft gleich folgenden elektromotorischen Kräften, welche als Mittelzahlen der vorstehenden Tabelle entnommen sind:

1 Grove = 0,916 Bunsen
= 0,977 Grove
= 1,295 Stöhrer
= 1,411 Leclanché
= 1,647 Daniell
= 1,938 Meidinger

und wenn die elektromotorische Kraft eines Daniell'schen

1) Pogg. Ann. Bd. LXXXV, S. 209.

Elementes = 1 gesetzt wird, so berechnen sich die Kräfte der übrigen Elemente:

1 Bunsen	= 1,799	*D*
1 Grove	= 1,684	»
1 Stöhrer	= 1,272	»
1 Leclanché	= 1,167	»
1 Meidinger	= 0,849	»

Das Verhältnifs der elektromotorischen Kräfte einer Groveschen und eines Daniellschen Elementes ist in den obigen Versuchen durch vier verschiedene compensirende Ketten hergestellt; es ergiebt sich aus

Reihe	E	e	$\frac{E}{e}$	1 Grove
II	3 Leclanché	1 Daniell	3,444	
		1 Grove	2,030	1,696 *D*
III	4 Stöhrer	1 Daniell	3,987	
		1 Grove	2,364	1,687
VII	3 Meidinger	1 Daniell	2,797	
		1 Grove	1,666	1,677
VI	2 Grove	1 Daniell	3,313	
		1 Grove	1,950	1,698

Diese Zahlen beziehen sich natürlich auf die gerade angewandten Exemplare der verschiedenen Art; über diese mufs deshalb noch etwas gesagt werden.

Das Daniellsche Element, das ich als compensirtes jedesmal anwende, wenn es nur darauf ankommt, den Widerstand w einer gegebenen Kette zu finden, besteht aus einem Becherglase, welches einen amalgamirten Zinkcylinder und sehr verdünnte Schwefelsäure, und einem ebensolchen Glase welches einen Kupfercylinder und Kupfervitriollösung enthält. Soll das Element, das stets bereit steht, gebraucht werden, so verbindet man beide Flüssigkeiten durch ein weites, heberartiges Rohr, dessen Enden mit Membranen geschlossen sind, und das durch ein Ansatzrohr mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt werden kann. In diesem Element findet so gut wie keine Ueberführung von Kupfervi-

triol zur Schwefelsäure statt, wenn man das Rohr öfter frisch füllt. Das leichte Zusammensetzen und Auseinandernehmen empfiehlt das Element für solche Messungen. Sein innerer Widerstand ist grofs; das ist aber für den vorliegenden Fall gleichgültig. Die Daniellschen Elemente, welche in Reihe V gebraucht wurden, sind nur 6 Centimeter hoch, daher ihr grofser Widerstand.

Für die Grove'schen Elemente (mit 22 Centim. langen, 6 Centim. breiten Platinplatten, in käufliche Salpetersäure tauchend, und mit amalgamirtem Zinkcylinder in verdünnter Schwefelsäure) findet sich wieder die ziemlich hohe elektromotorische Kraft 1,684; indefs giebt eine der Messungen des Hrn. von Waltenhofen[1]) die sogar noch gröfsere Zahl 1,6926.

Das Bunsen'sche Element hat eine sehr gute Gaskohle, und daher eine sehr hohe elektromotorische Kraft.

Die Stöhrer'schen Elemente gehören zu einer viel gebrauchten Versenkbatterie; die angegebene Kraft ist wohl die, die eine gut gehaltene Batterie der Art zu liefern pflegt, denn die im ersten Moment der Zusammensetzung vorhandene weit höhere nimmt schnell ab.

Die Meidinger Elemente sind aus einer seit einem Jahr zusammengestellten für telegraphische Zwecke benutzten Batterie genommen. Sie sind stark verbraucht, das Zink mit Kupfer bedeckt. Ich nahm absichtlich solche alten Elemente, um zu sehen, ob meine Methode doch an ihnen ausführbar sey. Frische Elemente haben eine weit höhere elektromotorische Kraft.

Auch die Leclanché-Elemente sind aus einer viel gebrauchten Glockenbatterie entnommen. Ueber diese vortrefflichen Elemente sind sehr verschiedene Ausgaben gemacht, nämlich von Hrn. Leclanché selbst[2]), dann von Hrn. Hitzig[3]) und von Hrn. J. Müller[4]). Die Elemente,

1) A. a. O. S. 10.
2) Dingl. pol. Journal Bd. 188, S. 97.
3) Berliner klinische Wochenschrift 1867. No. 48.
4) Pogg. Ann. Bd. CXL, S. 308.

deren Constanten wir bestimmt haben, sind sämmtlich die, welche Hr. Leclanché die mittleren nennt (Diaphragma 15 Cm. hoch, 6 Cm. Durchmesser). Als elektromotorische Kraft eines solchen Elementes giebt Hr. Leclanché die Zahl 1,382, Hr. Müller 0,896, Hr. Hitzig 1,5, während ich 1,167 gefunden habe, die Kraft eines Daniell'schen Elementes = 1 gesetzt. Ich habe schon bemerkt, dafs meine Elemente schon stark gebraucht waren, so dafs 1,167 gewifs eine sehr niedrige Zahl ist. Für den Widerstand giebt Hr. Leclanché 550 Meter eines Eisendrahts von 4^{mm} Durchmesser. Indem Hr. Müller diesen Widerstand auf Q. E. reducirte, hat er das Versehen begangen, 4^{mm} als Halbmesser anzurechnen, statt als Durchmesser; der genannte Widerstand ist demnach nicht 1,4, sondern 5,25. Hr. Müller selbst fand 1,89, Hr. Hitzig 7 (wobei aber die Salmiaklösung nur von mittlerer Concentration war). Die vier verschiedenen Untersuchungen haben also ergeben:

	Leclanché	Müller	Hitzig	Beetz
elektrom. Kraft	1,382	0,896	1,5	1,167
Widerstand	5,25	1,89	7	1,5.

Wenn man nun auch zugiebt, dafs auf die invividuelle Beschaffenheit der Elemente viel ankommt, namentlich auf die Dichtigkeit der Diaphragmen, auf die Concentration der Lösung und die Höhe, bis zu welcher die Gläser gefüllt werden; so sind die Unterschiede in den verschiedenen Angaben doch so grofs, dafs sie gröfstentheils durch die angewandten Mefsmethoden veranlafst sind, worauf auch Hr. Müller bereits hingewiesen hat. Die Reihe II spricht dafür, dafs meine Methode auch hier sehr gute Dienste geleistet hat.

Ich habe auch versucht, die Widerstände ganz inconstanter Säulen, z. B. einer Wasserbatterie von 50 Kupfer-Zinkstreifen von etwa 3 Cm. Länge und 1 Cm. Breite zu bestimmen. Bei solchen Säulen ändert sich aber der Widerstand beständig, und zwar um sehr bedeutende Gröfsen; natürlich mufs der geringste Oxydniederschlag auf jeder Zinkfläche einen Widerstand von ungeheurer Gröfse ein-

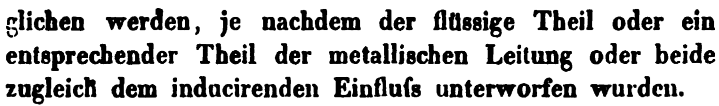
führen. Für solche Säulen dürfte aber auch nicht leicht eine andere Methode aufgefunden werden, und wird eine genaue Bestimmung ihres Widerstandes wohl nicht leicht Jemandem ein Interesse einflöfsen.

VII. *Ueber die elektromotorische Kraft der Induction in flüssigen Leitern;*
von Dr. L. Hermann, Prof. der Physiologie in Zürich.

Bei Gelegenheit von Versuchen über Erregung des Nerven durch Induction in ihm selbst, welche ich an einem anderen Orte mittheilen werde, drängte sich mir die Frage auf, ob die elektromotorische Kraft der von Faraday (s. diese Annalen Bd. 92, S. 299) nachgewiesenen Induction in flüssigen Leitern dieselbe sey wie (unter sonst gleichen Umständen) in metallischen. Da unter den letzteren bekanntlich die inducirte Kraft von der Natur des Metalls unabhängig ist, so fragte es sich, ob diese Unabhängigkeit von der Natur des inducirten Leiters sich auch auf Flüssigkeiten, also auf alle Leiter erstreckt. Versuche über diese Frage existiren bisher meines Wissens nicht.

Ich habe drei Versuchsreihen mit verschiedenen Vorrichtungen angestellt, von denen ich, da alle drei zu demselben Resultat geführt haben, nur die bestgelungene mittheile.

In eine mit der Bussole verbundene metallische Leitung war ein 179^{cm} langer Kautschuckschlauch von der Art der gewöhnlichen Gasleitungsschläuche (äufserer Durchmesser 13, innerer 7^{mm}) eingeschaltet; in die beiden Enden waren amalgamirte Zinkcylinder fest eingeschnürt, und der Schlauch ganz und gar mit gesättigter Zinkvitriollösung angefüllt. Es sollten nun die Intensitäten des inducirten Stromes ver-



glichen werden, je nachdem der flüssige Theil oder ein entsprechender Theil der metallischen Leitung oder beide zugleich dem inducirenden Einflufs unterworfen wurden.

Als Inductor diente ein starker Ruhmkorff'scher Elektromagnet, wie er zur Untersuchung der Wirkung auf die Polarisationsebene benutzt wird (abgebildet u. A. in Wiedemann, Galvanismus, Bd. II, S. 269), derselbe wurde mir aus der physikalischen Sammlung des eidgenöss. Polytechnicums von deren Direction gütigst zur Verfügung gestellt); der erregende Strom wurde von zwei nebeneinander angeordneten Reihen von je vier Bunsen'schen Elementen geliefert. Die beiden Rollen wurden mit cylindrischen Polen von 65^{mm} Durchmesser und ebenen Endflächen versehen, und beide so zusammengeschoben, dafs beide Pole einen 55^{mm} langen Cylinder zwischen den Spiralen bildeten. Um diesen wurde zuerst der Kautschuckschlauch in 6 Windungen herumgeschlungen, dann in einer weiteren Versuchsreihe gleichzeitig mit ihm ein Theil der metallischen Leitung in ebenfalls 6 Windungen von annähernd gleichem Radius, endlich wurde der Kautschuckschlauch entfernt, und nur die Drahtwindungen belassen. Die Continuität des inducirten Kreises blieb während der ganzen Versuche dieselbe.

Die Bussole war eine höchst empfindliche Wiedemann'sche mit durch hinlängliche Astatisirung aperiodisch gemachtem Magnete. Die sehr geringe Ungleichartigkeit der Zinkelektroden im Schlauche bewirkte eine geringe während des ganzen Versuchs fast constante Ablenkung, die nicht störend ist, weil der inducirte Kreis stets geschlossen bleibt. Der Elektromagnet befand sich in so grofser Entfernung von der Bussole, als es mein Laboratorium gestattet: er war in einem andern Zimmer in gerader Linie 14,6 Meter entfernt aufgestellt. Die Oeffnungen und Schliefsungen desselben geschahen durch einen Assistenten auf Glockensignale, die von dem an Fernrohr sitzenden Beobachter gegeben wurden. Der Elektromagnet wurde vor dem Versuche so lange um die Verticale gedreht, bis die Wirkung seiner

Oeffnung und Schliefsung auf den Spiegel bei offenem Bussolkreis vollkommen Null war. Der primäre Strom wurde abwechselnd in beiden Richtungen, die ich *A* und *B* nennen will, durch den Elektromagneten geleitet.

Folgendes sind nun die erhaltenen Inductionsausschläge, genau in der Reihefolge in der sie erhalten wurden. Vor Versuch 1 war der Elektromagnet kurze Zeit in der Richtung *A* durchströmt gewesen.

I. Induction auf den flüssigen Leiter (6 Windungen).

Versuch No.	Richtung des primären Stroms im Elektromagneten	Inductionsausschlag in Scalentheilen bei Schliefsung	bei Oeffnung
1.	*B.*	196*	88
2.	*B.*	77	86
3.	*B.*	86	86
4.	*A.*	198*	88
5.	*A.*	89	86
6.	*A.*	89	85
7.	*B.*	192*	86
8.	*B.*	98	88
9.	*B.*	90	86
10.	*B.*	94	86
11.	*A.*	203*	88
12.	*A.*	92	87
13.	*A.*	90	86
14.	*A.*	86	84
Mittel (mit Ausschlufs der mit * bezeichneten Ausschläge		89,1	86,4.

II. Gleichzeitige und gleichsinnige Induction auf 6 flüssige und 6 metallische Windungen.

Versuch No.	Richtung	bei Schliefsung	bei Oeffnung
15.	*B.*	375*	171
16.	*B.*	173	168
17.	*B.*	169	163
18.	*A.*	381*	169
19.	*A.*	171	168
20.	*A.*	173	166
21.	*A.*	176	166
Mittel (wie oben)		172,4	167,3.



III. Gleichzeitige, aber conträre Induction auf 6 flüssige und 6 metallische Windungen.

Versuch No.	Richtung des primären Stroms im Elektromagneten	Inductionsausschlag in Scalentheilen bei Schliefsung	bei Oeffnung
22.	*A.*	3	5
23.	*A.*	4	6
24.	*A.*	6	7
25.	*B.*	26*	8
26.	*B.*	8	7
27.	*B.*	8,5	8
Mittel (wie oben)		5,9	6,8.

IV. Induction auf 6 metallische Windungen.

Versuch No.	Richtung des primären Stroms im Elektromagneten	bei Schliefsung	bei Oeffnung
28.	*B.*	85	83
29.	*B.*	83	83
30.	*B.*	84	84
31.	*A.*	189*	84
32.	*A.*	89	83
33.	*A.*	88	83
Mittel (wie oben)		85,8	83,3.

Die Versuche beweisen also mit Sicherheit (da der Widerstand im inducirten Kreise bei allen Versuchen derselbe ist), *dafs die elektromotorische Kraft des inducirten Stromes von der Natur des inducirten Leiters in den weitesten Gränzen völlig unabhängig ist.* Die Induction ist in den Reihen I und IV annähernd gleich, in der Reihe II annähernd doppelt so grofs, und in der Reihe III annähernd Null. Dafs diese Verhältnisse *genau* ausfallen würden, war natürlich nicht zu erwarten, besonders da auch auf andere Theile der Leitung aufser den Windungen, schwache Induction stattfindet und diese Theile bei den Versuchsanordnungen etwas ihre Lage ändern, endlich da die Anzahl der Umgänge nicht genau auf sechs volle Windungen beschränkt seyn kann.

Nach jeder Aenderung der Stromrichtung im Elektromagneten liefert die erste Schliefsung regelmäfsig einen un-

gewöhnlich starken Inductionsstrom (die betreffenden Zahlen sind durch * bezeichnet, und bei der Berechnung des Mittels nicht berücksichtigt). Diese Erscheinung rührt ohne Zweifel davon her, daſs der (in sich geschlossene) Elektromagnet nach der Oeffnung des Stromes einen hohen Grad von permanentem Magnetismus behält, so daſs bei Aenderung der Stromrichtung nicht bloſs ein Magnetischwerden, sondern zugleich eine Umkehr der Pole stattfindet, was natürlich eine viel stärkere Induction bewirken muſs. Daraus daſs letztere mehr als das Doppelte der gewöhnlichen beträgt, kann man schlieſsen, daſs der Magnet beim Oeffnen mehr als ein Drittel seines Magnetismus zurückhält. Ferner bemerkt man, daſs in den weitaus meisten Fällen der Schlieſsungsinductionsstrom ein wenig stärker ist als der Oeffnungsstrom, und daſs die Stärke des ersteren etwas gröſseren Schwankungen unterliegt. Auch dieſs ist leicht zu erklären: beim Oeffnen verliert der Magnet immer dasselbe Quantum von Magnetismus; auf diese plötzliche Abnahme folgt dann noch eine weitere langsame; die Zunahme des Magnetismus im Moment der Schlieſsung wird also stets etwas gröſser seyn als die Abnahme im Moment der Oeffnung, und war um so gröſser, je länger die Pause zwischen zwei Versuchen ist. (Ganz dieselben Erscheinungen zeigten sich auch bei den beiden anderen Versuchsreihen, in der einen diente als Inductor wieder der Elektromagnet, zwischen dessen Polen aber ein 149^{mm} langer, 16^{mm} dicker Eisencylinder mit abgeschliffenen Endflächen eingeschaltet war; auf diesen war eine mit Zinklösung gefüllte Glasspirale von 14 Windungen (30^{mm} Windungsbreite) aufgeschoben; bei der anderen benutzte ich einen an anderem Orte zu beschreibenden Inductor, den ich für die Nerveninduction construirt habe und der für sehr kurze inducirte Leiter berechnet ist; hier wurde ein einfaches gerades Glasrohr, resp. Metalldraht, zur Induction verwandt.)

Zürich, 1. April 1871.

VIII. *Ueber das Huyghens'sche Ocular; von J. B. Listing.*

(Aus d. Götting. Nachrichten, 1871, vom Hrn. Verf. übersandt.)

Die gegenwärtige Mittheilung bezweckt die obwohl elementare, doch noch nicht im Detail durchgeführte Erörterung der dioptrischen Cardinalpunkte des sog. Huyghens'schen Oculars, welches einen der frequentesten Bestandtheile sowohl des Fernrohrs als des Mikroskops bildet, und sogar in dem vier- oder fünfglasigen terrestrischen Ocular wesentlich in den beiden letzten Linsen wiedergefunden wird. Dasselbe wird zuweilen unter der Benennung »negatives« Ocular dem »positiven« oder Ramsden'schen gegenübergestellt. Diese Unterscheidung bezieht sich aber nicht etwa auf das Vorzeichen der aequivalenten Brennweite, welche bei beiden positiv ist, während sie bekanntlich nur bei dem Ocular des Galiläi'schen Fernrohrs (Opernglas, Feldstecher) als negativ zu betrachten ist, so dafs letzteres Ocular mit gröfserem Fug ein negatives genannt werden dürfte. Der durch diese Bezeichnung bezielte Gegensatz liegt vielmehr darin, dafs das zur Aufnahme eines Fadenkreuzes oder Mikrometers geeignete Diaphragma im Ramsden'schen Ocular *vor* der ersten Linse, im Huyghens'schen dagegen *hinter* der ersten, d. h. zwischen beiden Linsen seinen Platz findet. Daran aber, dafs im Huyghens'schen Ocular das Interstitium zwischen den beiden seinem Aequivalent zukommenden Hauptpunkten, wie sich nachher ergeben wird, negativ ist, hat wohl Niemand bei jener Benennung gedacht.

Wie bekannt wird das Huyghens'sche Ocular gewöhnlich aus zwei planconvexen Linsen von gleicher Glassorte, meistens Crownglas, zusammengesetzt, einer gröfseren, dem sog. Collectiv oder Feldglas, und einer kleineren stärkeren, d. h. von kürzerer Brennweite, dem sog. Augenglas, beide

mit der Convexseite dem eintretenden Licht zugekehrt [1]). Die Entfernung zwischen beiden Linsen steht ihrer Gröfse nach jedenfalls zwischen den beiden Brennweiten der Bestandtheile, so dafs also der zweite (hintere) Brennpunkt der ersten Linse hinter die zweite Linse, der erste (vordere) Brennpunkt der zweiten Linse dagegen nicht vor die erste Linse, wie im Ramsden'schen Ocular, sondern zwischen beide Linsen fällt. Dieser letztere Punkt giebt zugleich den Platz des Diaphragmas sammt ewaigem Fadenkreuz oder Mikrometer, wenigstens in dem normalen Falle eines weitsichtigen, auf parallele Strahlen accommodirten Auges.

Die Bedingung der möglichsten Achromaticität hat zu der Regel geführt, dafs Brennweite der ersten Linse, Distanz beider Linsen und Brennweite der zweiten Linse im Verhältnifs von 3 : 2 : 1 stehen müssen, und diesen einfachen Typus findet man meistens an den Fernrohr-Ocularen von guten Künstlern befolgt, während man bei den Ocularen der Mikroskope, zumal in neuerer Zeit, kleinere oder gröfsere Abweichungen von diesem einfachen Zahlenverhältnifs antrifft, meistens bestehend in einer Vergröfserung der dritten Zahl, neben kleineren Variationen der zweiten in Plus oder Minus; auch findet man nicht selten die Augenlinse statt planconvex in Gestalt eines Meniskus mit schwacher Concavität der zweiten dem Auge zugekehrten Fläche, sowie bei älteren englischen Instrumenten, namentlich den terrestrischen Fernrohrocularen, biconvexe Linsen. Die Discussion der Motive zu diesen Variationen liegt aufserhalb des Zweckes dieser Mittheilung und würde nicht ohne Eingehen auf den Bau und die optischen Besonderheiten auch des Mikroskop-Objectivs erledigt werden können. Es

1) Zuweilen wird die erste Linse für sich, anderemale das ganze Ocular auch nach dem seiner Zeit berühmt gewesenen Optiker Campani zu Bologna benannt. Wie der Ausdruck »das Nicol« und ähnliche bereits geläufig geworden, so dürfte sich die Bezeichnung »das Huyghens«, »das Ramsden« für das gleichnamige Ocular, und (zumal mit einer Wortspiel-Prägnanz) »das Campani« für die erste Linse des Huyghens'schen Oculars empfehlen.



sey nur bemerkt, dafs der erwähnte Typus 3:2:1 sich auf die Voraussetzung eines farbenfreien, aplanatischen, winkeltreuen und planen Objectivbildes stützt, welche gute Objective im Fernrohr mit grofser Annäherung erfüllen, was in gleichem Maafse selbst in guten Mikroskopen nach allen vier Beziehungen zugleich nicht der Fall zu seyn pflegt, so dafs hier, um das dem Auge dargebotene Bild möglichst vollkommen zu machen, das Ocular compensatorische Functionen übernehmen mufs, die dort fast ganz wegfallen.

Zum Behuf der nachstehenden Erörterungen bezeichnen wir die Brennweite der ersten, der zweiten Linse und des Aequivalents bezw. durch f, f', F, sowie die Interstitien oder Distanzen der beiden Hauptpunkte durch ε, ε', η. Ferner nennen wir für die erste Linse den ersten und zweiten Hauptpunkt E und E', ersten und zweiten Brennpunkt U und U', ebenso für die zweite Linse die Hauptpunkte J, J' die Brennpunkte V, V', und für das Aequivalent die Hauptpunkte H, H', die Brennpunkte F, F', sowie dessen Nebenpunkte G, G'. Sodann bezeichnen wir die Entfernung $E'J$ vom zweiten Hauptpunkt der ersten Linse bis zum ersten Hauptpunkt der zweiten Linse durch t, das Intervall EH vom ersten Hauptpunkt der ersten Linsen bis zum ersten Hauptpunkt des Aequivalentes durch α, und das Intervall $H'J'$ vom ersten Hauptpunkt des Aequivalentes bis zum zweiten Hauptpunkt der zweiten Linse durch α'. Hierbei sollen α und α' als positiv betrachtet werden, wenn im Sinne des durchgehenden Lichtes H auf E folgt und H' dem J' voraufgeht, und die Interstitien als positiv gelten, wenn der zweite Hauptpunkt auf den ersten folgt. Bei positiven Brennweiten geht der erste Brennpunkt dem ersten Hauptpunkt voraus und folgt der zweite Brennpunkt auf den zweiten Hauptpunkt, wobei durchweg der erste Punkt jedes Paares von Cardinalpunkten auf das eintretende, der zweite auf das austretende Licht bezogen wird. Für alle gegentheiligen Fälle findet das Minuszeichen statt. Bei einer gewöhnlichen biconvexen Glaslinse, deren Dicke geringer als

die Summe der beiden Krümmungsradien ist und wo f, ε und die den Intervallen α, α' analogen, von den Scheitelpunkten A und A' der Linsenflächen bis zu den Hauptpunkten zu zählenden Entfernungen positiv sind, stehen also im Sinne des durchgehenden Lichtes die hier in Betracht kommenden Punkte in der Ordnung $UAEE'A'U'$. Noch mag bemerkt werden, dafs bei einfachen Glaslinsen, deren Dicke gegen die Krümmungsradien gering ist, das positive Interstitium nahe ein Drittel der Dicke beträgt und dafs die Intervalle α, α' den Krümmungsradien proportional sind, während $\alpha + \varepsilon + \alpha'$ gleich der Linsendicke ist. Bei einer Planconvexlinse fällt also, wenn A der Scheitel der Convexfläche ist, E mit A zusammen und E' liegt in der Linse so, dafs $E'A'$ nahe zwei Drittel ihrer Dicke beträgt.

Sind für beide Linsen des Oculars die Cardinalpunkte und somit ε, ε', f, f' bekannt und ihre gegenseitige Entfernung nämlich $E'J = t$ gegeben, so lassen sich daraus die Cardinalpunkte des Aequivalents F, F', H, H' oder die Gröfsen α, α', η und F bestimmen. Die hierzu dienenden Vorschriften, wobei wir $\varepsilon + \varepsilon' = e$ und $f + f' - t = \omega$ setzen, sind

$$\alpha = \frac{t}{\omega} f$$

$$\alpha' = \frac{t}{\omega} f'$$

$$\eta = e - \frac{tt}{\omega}$$

$$F = \frac{ff'}{\omega}.$$

Diefs ist die zur numerischen Berechnung bequemste Form, obwohl das Aequivalent durch drei Elemente vollständig bestimmt wird, nämlich aufser F durch zwei von den drei Stücken α, α', η, welche durch die Relation

$$\alpha + \alpha' + \eta = t + e$$

zusammenhängen.

Die Scheitelpunkte der ersten Linse durch A, A', der zweiten durch B, B' bezeichnet, verstehen wir unter der Länge L des Oculars die Entfernung AB' zwischen den

extremen Scheitelpunkten der Linsencombination, so dafs, bei beiden Bestandtheilen, die planconvexe Form in der vorhin erwähnten Stellung vorausgesetzt, $L = t + \varepsilon + 3\varepsilon'$ wird, welcher Werth indefs durch geringe concave oder convexe Krümmungen bei A' und B' nur um einen kleinen Bruchtheil eines Millimeters alterirt wird.

Nehmen wir zuerst auf die Dicke der Linsen keine Rücksicht und vernachlässigen also die in der Regel geringen Gröfsen ε und ε', setzen also $e = 0$, so zeigt die dritte der obigen Vorschriften, dafs das Interstitium η des Aequivalents nur dann Null wird, wenn zugleich $t = 0$ ist, d. h. wenn beide Linsen unmittelbar an einander liegen. Durch Trennung derselben nimmt η sofort einen negativen Werth an, welcher mit zunehmender Entfernung rasch wächst und für $t = f + f'$ unendlich wird. Bei weiterer Vergröfserung von t wird und bleibt η positiv, nimmt vom Unendlichen bis zu einem Minimalwerthe $4(f+f')$ ab, den es bei $t = 2(f+f')$ erlangt, um von da mit t zugleich wiederum bis ins Unendliche zu wachsen. Da nun, wie bereits erwähnt, im Huyghens'schen Ocular $f > t > f'$ und somit stets $t \lesseqgtr f + f'$, so ist bei diesem Ocular für $e = 0$ das Interstitium des Aequivalents stets negativ, so dafs H nicht vor, sondern hinter H' liegt.

Unter Berücksichtigung von ε und ε', wo also e nicht $= 0$, ist anfänglich, d. h. bei $t = 0$, $\eta = \varepsilon + \varepsilon'$ positiv, nimmt aber mit wachsendem t bis zu Null ab, welchen Werth es bei $t =$

$$\sqrt{\left[e(f+f') + \frac{ee}{4}\right]} - \frac{e}{2}$$

erreicht, um von hier ab negativ bis ins Unendliche zu wachsen. Bei $t = f + f'$ geht η durchs Unendliche ins Positive über, nimmt positiv geworden, wiederum, wie im vorigen Falle [1]), bis zu einem positiven Minimalwerthe

1) Wie sich aus der Derivation

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{t}{f+f'-t}\left(2 + \frac{t}{f+f'-t}\right) = 0$$

zu erkennen giebt.

$\eta = e + 4(f + f')$ ab, den es bei $t = 2(f + f')$ erreicht, um von da mit t zugleich bis ins Unendliche zu wachsen.

In einem numerischen Beispiel seyen gegeben zwei Linsen mit den Werthen (in Millimetern) $\varepsilon + \varepsilon' = 2$, $f = 60$, $f' = 24$, so würde sich schon für $t = 12$, gleich der Hälfte der kleineren Brennweite, $\eta = 0$ ergeben, und η würde also nicht blos zwischen den Werthen 24 und 60 für t, sondern zwischen 12 und 84 negativ ausfallen. Bei allen in concreto vorkommenden Fällen (wo e nicht leicht den vierten Theil von f' erreicht) ist im Huyghens'schen Ocular das Interstitium des Aequivalents *negativ*.

Als einfache Beispiele bestimmter Formen des Huyghens'schen Oculars mögen zunächst die folgenden dienen.

1. Zum Schema wählen wir zuvörderst jenen oben erwähnten einfachsten Typus und zwar unter Vernachlässigung der Dicke der Linsen. Wir setzen demnach

$$\varepsilon = 0,\ f = 3,\ t = 2$$
$$\varepsilon' = 0,\ f' = 1$$

woraus, da $e = 0$ und $\omega = 2$, sich ergiebt

$$\alpha = 3,\ \alpha' = 1,\ \eta = -2,\ F = \tfrac{3}{2}$$

und da $L = 2$, so wird $\frac{F}{L} = \frac{3}{4}$ und $-\frac{\eta}{F} = \frac{4}{3}$.

Wäre in einem speciellen Falle (in Millim.) $f = 60$, $f' = 20$, $t = 40$, so würde man erhalten:

$$\alpha = 60$$
$$\alpha' = 20$$
$$\eta = -40$$
$$F = 30$$

und die Cardinalpunkte ständen in folgender Ordnung unter Beifügung ihrer von der Mitte der ersten Linse an gezählten Abscissen auf der Axe in Millimetern [1]):

1) Wir geben dem Leser anheim, sich für diese Beispiele die Anordnung der Punkte auf der Axe durch eine Zeichnung zu veranschaulichen. Die Kenntnifs der accessorischen oder Nebenpunkte G, G' ist für constructive Anwendungen von Interesse.

	U	....	— 60	
A	EE'	....	0	G
	....	V	20	H'
	....	....	30	F
B	....	JJ'	40	
	....	....	50	F'
	U'	V'	60	H
	....	....	80	G'

Das in V anzubringende Diaphragma, genau in der Mitte des 40 Millim. langen Oculars, fällt hier also mit dem zweiten Hauptpunkt H' zusammen; der erste Hauptpunkt H liegt um die halbe Ocularlänge hinter der Augenlinse. Das negative Interstitium ist von gleicher Länge wie das Ocular; die positive Brennweite beträgt 75 Proc. dieser Länge.

2. Unter Beibehaltung derselben Linsen und ihrer Entfernung wie im vorigen einfachen Schema nehmen wir in einem zweiten Beispiel die Interstitien der Linsen mit in Rechnung und setzen als gegeben:

$$\varepsilon = 1{,}2,\ f = 60,\ t = 40,\ \text{also}\ \omega = 4{,}0$$
$$\varepsilon' = 0{,}8,\ f' = 20 \qquad \text{und}\ e = 2{,}0.$$

Hieraus finden wir:

$\alpha = 60$
$\alpha' = 20$
$\eta = -38$
$F = 30$

	U	....	— 60,0	
A	E	....	0	G
	E'	....	1,2	
	....	V	21,2	
	....	....	22,0	H'
	....	....	30,0	F
	....	J	41,2	
	....	J'	42,0	
B	....	....	43,6	
	....	....	52,0	F'
	....	....	60,0	H
	U'	....	61,2	
	....	V'	62,0	
	....	....	82,0	G'

Die Länge L des Oculars wird 43,6 und $\frac{F}{L} = 0{,}6881$, sowie $\frac{-\eta}{F} = 1{,}267$, und der zweite Hauptpunkt H' liegt $0{,}8^{mm}$ hinter dem in V anzubringenden Diaphragma.

3. Es sey gegeben:

$$\varepsilon = 1{,}3,\ f = 48,\ t = 33, \text{ also } \omega = 35$$
$$\varepsilon' = 0{,}7,\ f' = 20 \qquad \text{und } e = 2{,}0$$

woraus man erhält:

$\alpha = 45{,}26$		U	....	— 48,00	
$\alpha' = 18{,}85$		....	....	9,60	G
$\eta = -29{,}11$	A	E	....	0	
$F = 27{,}43$		E'	....	1,30	
		....	V	14,30	
		....	....	16,15	H'
		....	....	17,83	F
		....	J	34,30	
		....	J'	35,00	
	B'	....	....	36,40	
		....	....	43,58	F'
		....	....	45,26	H
		U'	....	49,30	
		....	V'	55,00	
		....	....	71,01	G'

Die Länge ist 36,40, also $\frac{F}{L} = 0{,}7536$, sowie $-\frac{\eta}{F}$ $= 1{,}061$. Der zweite Hauptpunkt liegt $1{,}85^{mm}$ hinter dem Diaphragma *V*.

4. Gegeben sey

$$\varepsilon = 1{,}4,\ f = 60,\ t = 40, \text{ also } \omega = 44$$
$$\varepsilon' = 0{,}8,\ f' = 24, \qquad \text{und } e = 2{,}2.$$

Man findet hieraus für das Aequivalent die vier Bestimmungsstücke sowie für die Aufeinanderfolge der Cardinalpunkte der Bestandtheile sowohl als des Aequivalents die Abscissen wie folgt:

$\alpha = 54{,}55$
$\alpha' = 21{,}82$
$\eta = -34{,}17$
$F = 32{,}73$

A	U	....	— 60,00	
	....	....	10,91	G
	E	....	0	
	E'	....	1,40	
	....	V	17,40	
	....	....	20,38	H'
	....	....	21,82	F
	....	J	41,40	
	....	J'	42,20	
B'	....	....	43,80	
	....	....	53,11	F'
	....	....	54,55	H
	U'	....	61,40	
	....	V'	66,20	
	....	....	85,84	G'

Die Länge 43,8 giebt $\frac{F}{L} = 0{,}7473$, und es ist $-\frac{\eta}{F} = 1{,}044$. Der zweite Hauptpunkt fällt 2,98 Mllm. hinter die Ebene des Diaphragmas.

Im ersten Beispiel war das Verhältnifs $-\frac{\eta}{F} = 1{,}333$, im zweiten $= 1{,}267$, in dem dritten und vierten stellte es sich nur wenig von der Einheit abweichend heraus. Es bietet sich von selbst die Frage dar, in welche gegenseitige Distanz die beiden Linsen eines Huyghens'schen Oculars gestellt werden müfsten, um Gleichheit zwischen Brennweite und Interstitium zu bewirken, wodurch also Coïncidenz einerseits von H' und F andererseits von H und F' eintreten würde.

Auf den ersten Blick könnte man es befremdend finden, wie ein Punkt der Axe eines Linsensystems zugleich Haupt- und Brennpunkt seyn könne. Das Befremdliche verschwindet aber sofort, wenn man die Unterscheidung zwischen dem ersten und dem zweiten Punkte jedes der beiden Paare beachtet. Sey P der Punkt, in welchem H' und F, Q der Punkt, wo H und F' coïncidiren, so ist die dioptrische Bedeutung von P: dafs wenn einfallende Lichtstrahlen nach P convergiren, die austretenden Strahlen parallel der Axe verlaufen, und die Bedeutung von Q: dafs parallel zur Axe einfallendes Licht nach dem Austritt aus Strahlen be-

steht, deren Concurrenzpunkt in Q liegt. Hierin besteht die Function beider Punkte in ihrer Eigenschaft als Brennpunkte F und F'. Die zweite Rolle, welche P und Q als Hauptpunkte H' und H spielen, besteht darin, dafs einfallendes in Q concurrirendes Licht nach dem Durchgang in P concurrirt. Es leuchtet ein, dafs diese Coïncidenz zwischen Haupt- und Brennpunkten nur bei entgegengesetztem Zeichen von Brennweite und Interstitium stattfinden kann.

Die Realisirung dieser Coïncidenzen beruht auf der Forderung, dafs $F = -\eta$ werde oder dafs

$$\frac{tt}{\omega} - e = \frac{ff'}{\omega}$$

sey, welche für t den fraglichen Werth ergiebt. Derselbe findet sich

$$\sqrt{\left[ff' + e(f+f') + \frac{ee}{4}\right]} - \frac{e}{2}.$$

Es mögen noch zwei Beispiele folgen, in welchen wir der Entfernung t diesen berechneten Werth ertheilen.

5. Es sey gegeben

$$\varepsilon = 1{,}5,\ f = 64,\ t = 41{,}46 \text{ also } \omega = 47{,}54$$
$$\varepsilon' = 1{,}0,\ f' = 25 \qquad \text{und } e = 2{,}50$$

dann finden wir:

$\alpha = 55{,}82$		U	....	$-64{,}00$	
$\alpha' = 21{,}80$		....	....	$-11{,}50$	G
$\eta = -33{,}66$	A	E	....	0	
$F = 33{,}66$		E'	....	1,50	
		....	V	17,96	
		....	....	22,16	FH'
		....	J	42,96	
		....	J'	43,96	
	B	....	....	45,96	
		....	....	55,82	HF'
		U'	....	65,50	
		....	V'	68,96	
		....	....	89,48	G'

Die Länge wird 45,96, $\frac{F}{L} = 0{,}7324$ und, wie verlangt,

$-\frac{\eta}{F} = 1$. Zweiter Hauptpunkt und erster Brennpunkt liegen 4,2 Mllm. hinter dem Diaphragma.

6. Es sey

$$\varepsilon = 1{,}3,\ f = 72,\ t = 47{,}63 \text{ also } \omega = 54{,}37$$
$$\varepsilon' = 0{,}7,\ f' = 30 \qquad \text{und } e = 2{,}0$$

woraus wir finden:

$\alpha = 63{,}08$		U	....	− 72,00	
$\alpha' = 26{,}28$		....	....	− 16,38	G
$\eta = -39{,}73$	A	E	....	0	
$F = 39{,}73$		E'	....	1,30	
		....	V	18,93	
		....	....	23,35	FH'
		....	J	48,93	
		....	J'	49,63	
	B'	....	....	51,03	
		....	....	63,08	HF'
		U'	....	73,30	
		....	V'	79,63	
		....	....	102,81	G'

Bei der Länge 51,01 ist $\frac{F}{L} = 0{,}7785$, zweiter Haupt- und erster Brennpunkt stehen 4,42 Mm. hinter der Blende.

Zur leichteren Vergleichung stellen wir die in den aufgeführten Beispielen dem Huyghens'schen Ocular ertheilten Formen nochmals numerisch zusammen. Aus der letzten Columne entnehmen wir die für einen schnellen Ueberschlag bequeme Regel: die aequivalente Brennweite eines Huyghens'schen Oculars ist ziemlich zutreffend drei Viertel seiner Länge, gemessen zwischen den extremen Glasflächen.

ε	ε'	f	f'	t	α	α'	$-\eta$	F	$F:L$
0	0	60	20	40	60	20	40	30	0,75
1,2	0,8	60	20	40	60	20	38	30	0,688
1,3	0,7	48	20	33	45,26	18,85	29,11	27,43	0,754
1,4	0,8	60	24	40	54,55	21,82	34,17	32,73	0,747
1,5	1,0	64	25	41,46	55,82	21,80	33,66	33,66	0,732
1,3	0,7	72	30	47,63	63,08	26,28	39,73	39,73	0,779

Diesen schematischen Beispielen soll nun eine Reihe von Messungen an Ocularen theils von Fernröhren, theils

von Mikroskopen namhafter früherer und jetziger Künstler folgen, welche, nebst Bemerkungen über die Methode der Bestimmung sowie über die numerischen Ergebnisse, den Gegenstand einer Fortsetzung gegenwärtiger Mittheilung bilden werden.

IX. *Ueber eine Verbindung von Schwefelsäure mit Salpetersäure; von Rudolph Weber.*

Im Anschlusse an meine Untersuchungen über die Zusammensetzung der Bleikammerkrystalle [1]) und über die Verbindungen der wasserfreien Schwefelsäure mit chlorsalpetriger und mit salpetriger Säure [2]), habe ich eine Reihe von Versuchen ausgeführt, welche die Herstellung von Verbindungen der Schwefelsäure mit Salpetersäure zum Gegenstande hatten.

Um eine solche Verbindung hervorzubringen, liefs ich Schwefelsäureanhydrit auf trockne salpetersaure Salze einwirken. Die hierbei eintretende Reaction liefs auf die Entstehung einer derartigen Verbindung schliefsen; es gelang indessen nicht, dieselbe auf diesem Wege im isolirten Zustande darzustellen.

Es wurde versucht, die Verbindung dieser Säuren durch Einwirkung von Schwefelsäureanhydrit auf möglichst concentrirte Salpetersäure hervorzubringen. Dieser Procefs hatte zwar nicht den Erfolg, dafs eine wasserfreie Verbindung von Schwefelsäure und Salpetersäure erhalten wurde, aber es entstand hierbei ein krystallisirter, im reinen Zustande darstellbarer Körper, welcher als eine Verbindung dieser Säuren vereinigt mit Schwefelsäurehydrat angesehen werden kann.

Zur Darstellung dieser Verbindung im isolirten, reinen

1) Erdm. Journ. Bd. 85, S. 423.
2) Pogg. Ann. Bd. 123, S. 338.

Zustande habe ich folgenden Weg eingeschlagen: In einen Glaskolben, welcher concentrirteste, von nitrösen Dämpfen möglichst befreite Salpetersäure enthält, und welcher mit Eis oder mit Wasser gut gekühlt ist, leitet man langsam und vorsichtig Dämpfe von wasserfreier Schwefelsäure. Die Reaction findet unter starker Wärmeentwicklung statt, weshalb es nothwendig ist, die Dämpfe langsam zutreten zu lassen und den Kolben, in welchen der Hals der mit Nordhäuser Vitriolöl befüllten Retorte mündet, öfter zu drehen. Wird diese Vorsicht verabsäumt, steigt die Temperatur zu sehr, so kann leicht eine partielle Zersetzung der entstandenen Verbindung und die Bildung anderer, von dem beabsichtigten Producte nicht trennbarer Körper eintreten. Wenn, wie beschrieben worden, verfahren ist, so zeigen sich an der Wandung des Kolbens nach einiger Zeit Krystalle, welche von der Flüssigkeit wieder aufgelöst werden. Der Inhalt des Kolbens wird bald dickflüssig, ölartig, und bei einer gewissen Concentration scheiden sich daraus Krystalle ab. Wird der Procefs dann unterbrochen, der Kolben nach sorgfältigem Verschlusse sich selbst überlassen, so sondern sich nach vollständigem Erkalten aus der syrupdicken Masse noch gröfsere Mengen von Krystallen ab; oft findet selbst ein Erstarren der ganzen Masse statt. Es ist nicht leicht, den geeigneten Zeitpunkt der Unterbrechung des Processes zu finden, weil die Ausscheidung der Krystalle erst nach mehreren Stunden erfolgt. Die mit syrupdicker Mutterlauge durchtränkten Krystallmassen erstarren öfter vollständig, wenn sie behufs Trennung derselben auf einen Ziegelstein gebracht werden. Dieser Umstand erschwert in hohem Grade die Reindarstellung der Krystalle aus jenem Gemische. Ich fand es zweckmäfsig, den Procefs so zu leiten, dafs zuerst eine nach dem Erkalten erstarrende Masse erhalten wird, dieselbe darauf mit einer geeigneten Menge etwas verdünnterer Salpetersäure unter gelinder Erwärmung aufzulösen, sodann die Krystallisation eintreten zu lassen. Die mit Flüssigkeit imbibirte Krystallmasse wird auf einem ausgetrockneten, porösen Ziegelsteine ausgebreitet, welcher

über eine mit Schwefelsäure gefüllte Schale gelegt und mit einer Glasglocke luftdicht überdeckt wird. Nach einigen Tagen erscheinen die Krystalle trocken, glänzend; sie sind von der früher anhaftenden Säure befreit, und es zeigen die bei verschiedenen derartigen Operationen dargestellten Producte gleiche Zusammensetzung. Einen ähnlichen Weg habe ich seiner Zeit zur Reindarstellung der Bleikammerkrystalle eingeschlagen.

Die auf diese Weise dargestellten Krystalle sind farblos, trocken, aber im höchsten Grade zerfliefslich. Das Ablösen derselben von dem Steine (am besten mit einem Platinbleche auszuführen) und das Einbringen in Gefäfse mufs deshalb möglichst rasch ausgeführt werden. Sie lösen sich unter Erwärmung in Wasser auf. Jodkalium bringt in der verdünnten Lösung derselben nur eine schwach gelbliche Färbung hervor, wenn bei der Bereitung des Präparats starke Erwärmung vermieden worden ist. Die Verbindung ist demnach bis auf Spuren frei von salpetriger Säure. Beim Erhitzen wird sie zersetzt; es entwickeln sich braune Dämpfe und es sublimirt ein fester Körper, welcher in Jodkaliumlösungen gebracht, grofse Menge Jod abscheidet und sich wie die bekannte Verbindung von Schwefelsäureanhydrit mit salpetriger Säure verhält.

Zur Ermittelung der Zusammensetzung dieser Substanz wurde deren Gehalt an Schwefelsäure, Salpetersäure und Wasser bestimmt. Die Abwägung erfolgte in Glasröhrchen mit eingeschliffenen Glasstöpfeln und fand unter den bei der Analyse der Bleikammerkrystalle beobachteten Cautelen statt.

Schwefelsäurebestimmung. Abgewogene Mengen wurden in Wasser gelöst; aus der heifsen Flüssigkeit wurde mit Chlorbarium die Schwefelsäure gefällt und es wurde der unter solchen Umständen mit anderen Barytsalzen behaftete Niederschlag nach erfolgtem Glühen in bekannter Weise durch Behandlung mit Wasser und verdünnter Säure von diesen Beistoffen befreit.



Es wurden folgende Resultate erhalten:

Substanz	schwefels. Baryt	Schwefelsäure in Proc.
0,365	0,704	66,27 Proc.
1,534	2,960	66,26 »
1,365	2,630	66,22 »
1,333	2,566	66,14 »

Salpetersäurebestimmung. Es wurde zuerst das bekannte Titrirverfahren ausgeführt, welches sich auf die Ermittelung der Menge des von der Salpetersäure an Eisenvitriol übertragbaren Sauerstoffs gründet. Eine abgewogene Menge aus Alkohol krystallisirten Eisenvitriols wurde in einem Kolben, welcher zuvor mit Kohlensäure gefüllt worden, in Wasser unter Zusatz entsprechender Mengen reiner Schwefelsäure gelöst; es wurde dann das Glasrohr mit der Substanz in den zuvor erkalteten Kolben gebracht, die Zersetzung eingeleitet, und die Flüssigkeit behufs Entfernung des Stickoxydgases (unter Zuführung von Kohlensäure in den Luftraum des Kolbens) zum Sieden gebracht und bis zur Vollendung der Reaction erhitzt. Der Rest des nicht oxydirten Eisenoxydulsalzes wurde in bekannter Weise durch Titriren mit Chamäleon ermittelt.

Es wurden folgende Resultate erhalten:

Substanz	Uebertragener Sauerstoff	Salpetersäure in Proc.
1,424	0,1449 = 10,16 Proc.	22,85 Proc.
1,439	0,1500 = 10,42 »	23,44 »
1,341	0,1410 = 10,51 »	23,64 »
1,204	0,1267 = 10,51 »	23,64 »
1,410	0,1484 = 10,52 »	23,65 »

Es wurde auch versucht, die Menge der Salpetersäure in Form von salpetersaurer Baryterde zu ermitteln, und es wurde zu diesem Zwecke die Auflösung einer gewogenen Menge der Substanz mit Barytwasser bis zur Uebersättigung versetzt, der Ueberschufs mit Kohlensäure präcipitirt und die vom Niederschlage abfiltrirte Flüssigkeit zur Trockne verdampft. Das hierbei erhaltene Barytsalz hatte vollkommen die Eigenschaften des salpetersauren Baryts; sein Gewicht war aber etwas geringer als erwartet werden mufste,

ein Umstand der darin seine Erklärung findet, dafs der unlösliche Niederschlag von schwefel- und kohlensaurem Baryt einen Theil des salpetersauren Salzes zurückhält. Ich habe mich durch Gegenversuche mit gewogenen Mengen reinen salpetersauren Baryts, den ich unter gleichen Umständen wieder zu gewinnen versuchte, von dem Einflusse dieser Fehlerquelle überzeugt.

Sehr genaue Resultate ergab dagegen eine Reihe von Controlversuchen, welche den Zweck hatten, die Mengen des Baryts zu ermitteln, der zur Neutralisation beider Säuren erforderlich ist. Es wurde Barytwasser von bekanntem Gehalte zur Lösung der Krystalle gefügt und geprüft, ob die nach der Schwefelsäurebestimmung berechnete Menge von Baryt auch die Ausfällung der Schwefelsäure genau bewirkte, und wie viel Baryt nun noch nöthig war, um die Salpetersäure zu binden. Es ergab sich, wie zu erwarten war, dafs die berechnete Menge von Barytwasser die Ausfällung der Schwefelsäure bewirkte, und es wurde ermittelt, dafs $\frac{1}{4}$ dieser Menge dann zur Neutralisation der Salpetersäure noch erforderlich war, wie dieses aus folgenden Beobachtungen hervorgeht:

Substanz	Barytwasser zur Fällung der Schwefelsäure	Barytwasser zur Neutralisation der Salpetersäure
1,196	92,0^{ccm}	23,0^{ccm}
1,384	106,5 »	26,6 »
0,893	69,0 »	17,0 »

Die Zahlen der zweiten und dritten Reihe verhalten sich wie 4 : 1. Demnach sind die beiden Säuren in dem Aequivalentverhältnisse 4 : 1 in der Verbindung enthalten.

Wasserbestimmung. Bei der directen Ermittelung des Wassergehaltes dieser Verbindung waren mancherlei Schwierigkeiten zu überwinden. Es wurde versucht, das Wasser durch Erwärmen des Gemisches der Substanz mit trocknem, geglühten (kohlensäurefreien) Bleioxyd zu bestimmen, hierbei aber bemerkt, dafs die trockne Substanz beim Erwärmen mit diesem Oxyde unter Entbindung brauner Dämpfe

zersetzt. Uebereinstimmende Resultate wurden auf
ıdem Wege erhalten: Eine gewogene Menge der Sub-
wurde in einem Reagenzglase unter Abkühlung mit
; Wasser aufgelöst. In diese Lösung wurde trocknes
ιyd nach und nach eingetragen, darauf wurde das
in ein Luftbad gebracht, daselbst anfangs gelinde, dann
twa 200° so lange erhitzt, bis das Gewicht constant
Hierbei ergaben sich folgende Resultate:

Substanz	Gewichtsverlust	Wasser in Proc.
1,172	0,1285	10,96 Proc.
1,0775	0,123	11,41 »
1,019	0,116	11,38 »

ach dem Ergebnisse der Analyse entsprechen die Men-
ler Bestandtheile dieser Verbindung der empirischen
el:

$$4\,SO_3,\ 1\,NO_5,\ 3\,HO,$$

ıolches eine Vergleichung der unter dieser Annahme
hneten Mengen der Bestandtheile und der durchschnitt-
ı Versuchsresultate ergiebt:

	ermittelt	nach d. Formel berechnet
Schwefelsäure	66,22	66,40
Salpetersäure	23,44	22,41
Wasser	11,25	11,19
	100,91	100,00

ie Differenz zwischen dem berechneten und dem durch
eschriebene Verfahren ermittelten Gehalte an Salpe-
ıre dürfte zum Theil darin beruhen, dafs zur Stellung
Chamäleon-Titers ein recht weicher, reiner Eisendraht
eider nicht zur Verfügung stand.

ie Existenz dieser Verbindung setzt aufser Zweifel,
die stärksten Säuren mit einander verbindbar sind;
ählt zu den vielen anderen Thatsachen, welche die
hme als unhaltbar erwiesen haben, dafs Körper von
chen Fundamentaleigenschaften nur in verhältnifsmäfsig
gen Fällen mit einander sich vereinigen sollen. Wie
· Fall erweist, dürfte es vielmehr nur darauf ankom-
die für eine Vereinigung derartiger Körper günstigen

Bedingungen herbeizuführen. Der hier betretene Weg wird voraussichtlich sich auch für die Herstellung anderer Combinationen dieser Gattung eignen; ich bin damit beschäftigt, ähnliche Verbindungen der Schwefelsäure etc. zu erzeugen.

Ueber die Constitution dieser Verbindung lassen sich mancherlei Ansichten geltend machen und verschiedene Hypothesen aufstellen. Dieser Körper kann als eine Vereinigung zweier binärer Verbindungen betrachtet werden, als eine Verbindung der Combination der Anhydrite von Schwefel- und Salpetersäure mit Schwefelsäurehydrat. Diese Combination wird durch die Formel:

$$SO_3\,NO_5 + 3SO_3\,HO$$

ausgedrückt.

Für die Annahme, dafs darin Salpetersäure enthalten, spricht der Umstand, dafs aus der Auflösung derselben in Wasser salpetersaure Salze erhalten werden können, dafs die Substanz in der Wärme sich leicht unter Bildung von salpetrigsauren Verbindungen zersetzt.

Bezüglich ihrer Constitution hat diese Verbindung Aehnlichkeit mit den Bleikammerkrystallen, deren Zusammensetzung nach meiner Analyse[1]) durch die empirische Formel:

$$2SO_3,\; 1NO_3,\; 1HO$$

ausgedrückt wird. Auch diese Verbindung enthält zwei Säuren und Wasser; sie kann als eine Verbindung der Anhydrite von Schwefel- und salpetriger Säure, mit Schwefelsäurehydrat, der Formel:

$$SO_3\,NO_3 + SO_3HO$$

entsprechend, angesehen werden.

1) Erdm. Journ. Bd. 85, S. 423.



X. *Ueber die Herstellung eines Filtrirapparates nach Bunsen'schem Princip;*
von Emil Zettnow.

Selten entbehrt wohl ein mit Wasserleitung versehenes Laboratorium die von Bunsen angegebene Wasserluftpumpe, oder, da selbst in gröfseren Städten nicht jedes Laboratorium sich fliefsenden Wassers erfreut, den von ihm angegebenen Ersatzapparat. Leider erzielt man mit dem letzteren nur selten eine stärkere Saugkraft, als diejenige, welche einer Quecksilbersäule von circa 200 Millim. das Gleichgewicht hält.

Ein Apparat, welcher im Durchschnitt mit einer Saugkraft von 530^{mm} arbeitet ist in meinem Laboratorium seit sechs Monaten zur Zufriedenheit thätig und folgendermafsen construirt:

In zwei starkwandige Flaschen *A* Fig. 16 Taf. IX von je 8 Litre Inhalt ist dicht über dem Boden ein 18^{mm} weites Loch gebohrt und in dasselbe mittelst eines Kautschukpfropfens ein 140^{mm} langes, 9^{mm} im Durchmesser haltendes Bleirohr *B* eingesetzt. Die beiden Flaschen sind, um sie vor Beschädigung zu schützen in zwei viereckige mit Stroh ausgefütterte Holzkasten *C* gesetzt, so dafs das Bleirohr durch eine Bohrung in der Seitenwand heraussieht. Beide Flaschen sind durch Glasröhren und Kautschuk folgendermafsen verbunden: Glasröhren von etwa 0,5^{m} Länge, 1,5^{mm} Wandstärke und 9^{mm} Lumen sind an ihren Enden ein wenig nach aufsen gebogen Fig. 17 Taf. IX und durch 70^{mm} lange Kautschukstücke unter sich mit dem Bleirohr verbunden. Die Verbindungsstücke haben eine Wandstärke von 8^{mm} bei einem Lumen von 6^{mm} und sind mit Bindfaden festgebunden. Damit dieselben sich jedoch nicht strecken oder von den Glasröhren abrutschen können, ist wie Fig. 18 Taf. IX zeigt, feiner grauer, mit Wasser genäfster Bindfaden sechs bis acht mal fest um die eine Glasröhre gebunden, alsdann auf die zweite überge-

leitet, an derselben ebenso befestigt, zur ersten zurückgeleitet und an ihr von neuem festgebunden. Kautschukschlauch allein, ohne Glas, versagte gewöhnlich nach kurzer Zeit seinen Dienst, indem er sich bedeutend streckte und an einzelnen Stellen zusammengedrückt wurde, wenn der Apparat in Thätigkeit war. Die Glasröhren sind bewickelt mit Tuchecken, um sie gegen äufsere Zufälle zu schützen. In der Mitte der Verbindungsröhre befindet sich ein etwas längeres Kautschukstück mit einem Schraubenquetschhahn *D*. Um die Flaschen mit Bequemlichkeit bis an die Decke des Zimmers befördern zu können, sind in diese ein Paar mit Rollen versehene eiserne Schraubengabeln *G* eingeschraubt und es läuft über die Rollen eine feste Hanfschnur *E* von solcher Länge, dafs wenn die eine Flasche oben ist, die andere sich am Boden befindet. Eine Führung für dieselben beim Aufziehen ist zwar erspriefslich, jedoch nicht nothwendig. In den Hals einer jeden Flasche ist ein Kautschukpfropfen *H* eingepafst, durch welchen eine rechtwinklig gebogene Glasröhre geht, über welche ein dünner schwarzer Gummischlauch *T* von 5^{mm} Durchmesser bei $1\frac{3}{4}^{mm}$ Lumen gestreift ist. Derselbe führt nicht direct zu der zu evacuirenden Flasche, sondern erst zu einem Zwischenstück *K*, welches aus einem homoeopatischen Gläschen von 20,0 Inhalt mit abgesprengtem Boden besteht. In dem Halse des Fläschchens ist die Röhre *O*, im Boden sind ebenso zwei resp. mehrere befestigt. Die eine der beiden letzteren Röhren führt zum Manometer *M*; die andere zum eigentlichen Filtrirapparat. Das Manometer besteht aus einer in Quecksilber tauchenden Glasröhre, an welcher mittelst etwas biegsamen Kupferdrahtes eine in halbe Centimeter getheilte Scale von steifem Papier verschiebbar befestigt ist. Das Manometer ist unentbehrlich, um sich jeder Zeit von der Wirksamkeit des Apparates überzeugen zu können.

Die Flaschen sind statt mit Wasser mit einer wäfsrigen Zinkchloridlösung von 1,85 spec. Gewicht angefüllt. Eine Lösung von höherem spec. Gewicht ist zu dickflüssig, um zu diesem Zwecke dienen zu können. Ihres hohen Preises



wegen sind ebenfalls nicht zu benutzen die sehr dünnflüssige Lösung des metawolframsauren Natrons mit einem spec. Gewicht von 3,1 und die des salpetersauren Quecksilberoxyds von 3,4 spec. Gewicht. Ist die Flüssigkeit aus der an der Decke befindlichen Flasche ausgelaufen, so schliefst man den Schraubenquetschhahn *D*, zieht an der Schnur *S* die Flasche herunter und die andere dadurch hoch, streift den Gummischlauch *T* von der Röhre *O* ab und an seiner Stelle den anderen *T* über, öffnet den Quetschhahn und überzeugt sich durch das Steigen des Quecksilbers davon, dafs der Apparat functionirt. Die heruntergezogene Flasche, welche leichter als die heraufgezogene ist, wird an die Wand unter ein Paar vorspringende Haken gesetzt, oder durch Haken und Oesen am Fufsboden befestigt. — Der Preis des Apparates stellt sich auf $6\frac{1}{2}$ Thlr.; nämlich für zwei Flaschen 25 Sgr.; zwei Kasten 25 Sgr.; Gummischlauch 2 Thlr.; Rollen mit Schnur 1 Thlr.; 18 Kilogr. käufl. Zinkchlorid $1\frac{1}{4}$ Thlr.; Glasröhren 15 Sgr.

Berlin, 18. März 1871.

XI. *Einflufs der Concentration auf die elektromotorische Kraft zwischen Salzlösungen;* *von Dr. L. Bleekrode.*

(Nachtrag zu meiner Abhandlung; diese Ann. Bd. CXXXVIII, S. 571.)

Beiläufig habe ich mit den nämlichen Salzen, welche zu der früher mitgetheilten Untersuchung angewandt wurden, auch Versuche angestellt, um zu bestimmen, wie ungleich concentrirte Lösungen desselben Salzes sich elektromotorisch gegen einander verhalten. Jedoch habe ich mich nur mit der Richtung des Stromes beschäftigt.

Es ist nicht ohne Interesse, hier der früheren Beobachtungen zu erwähnen, welche über diese Concentrationsströme

gemacht sind. So hat Faraday hauptsächlich mit Säuren gearbeitet und gefunden, dafs Kupfer, Silber, Blei, Kadmium und Zink in Salpetersäure Ströme veranlassen, welche von der weniger concentrirten Flüssigkeit zu der stärker concentrirten gerichtet sind; mit Schwefelsäure erhielt er keine Resultate als sie Silber, Kadmium und Zink benetzte, wohl aber beim Kupfer und Blei. Mit Salzsäure zeigten sich Ströme beim Silber, Blei, Kupfer, Kadmium und Zink, welche von der concentrirten zu der verdünnten Säure lief; Platin gab keine Resultate. Dieser Gegenstand ist weniger ausführlich bei Lösungen untersucht worden. Zwar sind vor Becquerel im Jahre 1823 Beobachtungen mitgetheilt, ihre Richtigkeit ist aber später in Zweifel gezogen. Auch Wüllner hat im J. 1859 in dieser Ansicht mit Salzlösungen gearbeitet und festgestellt, dafs bei sauren Salzen der Strom von der weniger concentrirten Lösung zu der stärker concentrirten läuft, bei neutralen und basischen Salzen dieses aber umgekehrt ist. Er hat beim Contact der Flüssigkeiten Membranen angewandt; um eine vielleicht mögliche Einwirkung dieserseits zu verhüten, benutzte ich dieselbe Einrichtung des Apparates, welche zu meinen früheren Versuchen diente, jedoch wurden jetzt zwei Glasgefäfse mit einer heberförmigen Röhre verbunden und die beiden Lösungen desselben Salzes waren also in unmittelbarer Berührung. Anfangs wurden beide Elektroden in diese Gefäfse getaucht, wenn die Lösung noch in beiden gleich constant war, und auf Homogenität geprüft ward. Dann verdünnte man die eine, indem man etwas der Lösung entfernt und dafür gesorgt hatte, dafs nach der Verdünnung immer noch die Elektroden bis zu gleicher Tiefe eintauchten; so war jede störende Ursache, die einen Strom erregen konnte, vermieden, und der, welcher sich erregte, konnte nur der Concentrationsänderung zugeschrieben werden. Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt; in den Stromkreis war derselbe Widerstand eingeschlossen als bei den früheren Messungen.



I. Der Strom ist von der weniger concentrirten Lösung zu der stärkeren gerichtet bei folgenden Salzen:

Salze	Ablenkung [1])	Verdünnung
Salpeters. Kupfer	10 Mllm.	
Schwefels. »	91 »	
Essigs. »	Spuren	
Schwefel. Zink	17 »	1 Vol. HO auf 3 Salz
Essigs. »	12 »	1 Vol. HO auf 3 Salz
Chlorzink	53 »	1 Vol. HO auf 4 Salz
Salpeters. Blei	22 »	1 Vol. HO auf 3 Salz
Essigs. »	Spuren	
Schwefels. Kadmium	28 »	
Salpeters. »	100 »	
Chlorkadmium	17 »	
Bromkadmium	37 »	
Salpeters. Silber	14 »	1 Vol. HO auf 6 Salz
Essigs. »	— »	
Schwefels. »	1 »	
Cyanquecksilber	3 »	
Chlorplatin	3 »	1 Vol. HO auf 4 Salz

II. Der Strom ist von der stärker concentrirten Lösung zu der weniger starken gerichtet bei folgenden Salzen:

Salze	Ablenkung	Verdünnung
Cyankupfer-Kalium	80 Mllm.	1 Vol. HO auf 5 Salz
Cyanzink-Kalium	80 »	1 Vol. HO auf 4 Salz
Cyansilber-Kalium	28 »	1 Vol. HO auf 4 Salz
Salpeters. Silber gelöst in Cyank.	70 »	1 Vol. HO auf 8 Salz
Cyanquecksilb. Kalium	35 »	1 Vol. HO auf 2 Salz

1) Ich brauche wohl kaum zu bemerken, dafs hier unter Ablenkung immer die der zu den früheren Versuchen angewandten Galvanometernadel verstanden wird, und dafs die Elektroden in allen Fällen aus dem Metalle bestanden, welches das Salz gebildet hatte.

Also ergiebt sich aus diesen **Beobachtungen**, dafs b
den einfach gebildeten Salzen der Strom die Richtung v
der verdünnten zu der concentrirten Lösung hat: bei d
Doppelsalzen mit Cyankalium ist jedoch diese Richtu
umgekehrt. Es hält schwer eine richtige Erklärung zu g
ben von der Ursache, welche galvanische Ströme in die
Art auftreten läfst; nämlich eine solche, welche nicht blo
eine Umschreibung der Beobachtungen ist.

Würde der Strom herrühren von der Arbeit, welc
die Salzmolecüle bei ihrer Diffusion von der stärkeren z
der weniger stark concentrirten Lösung liefern, so müfs
doch die Richtung bei allen Salzen dieselbe seyn. Au
mufs hier bemerkt werden, dafs ich niemals bei die
Versuchen, wenn ich Platinelektroden benutzte, welche vo
her sorgfältig auf ihre Homogenität geprüft waren, eine Al
lenkung am Galvanometer beobachtet habe, selbst nicht ei
sehr geringe, wenn auch der übliche Widerstand ausg
schlossen wurde, und selbst bei Salzen, welche mit de
entsprechenden Elektroden starke Ströme anzeigten. Be
querel hat sich bei seinen analogen Versuchen gerade d
Platinelektroden bedient, aber er theilt auch mit, dafs d
Ablenkungen nur höchst gering gewesen sind; vielleicht mü
sen sie also der Heterogenität der Elektroden zugeschriebe
werden. Faraday ist der Meinung, dafs eine Abänderun
der chemischen Wirkung an der Contactstelle zwische
Metall und Säure, den Concentrationsstrom verursache; e
ist dieses bei seinen Versuchen sehr möglich, da schon vo
her eine bestimmte chemische Wirkung stattfand.

Bei den mitgetheilten Versuchen aber, — wenn glei
das Verhalten der Platinelektroden darauf zu deuten schein
dafs die in die Lösung eingetauchten Metalle einen gleiche
Antheil an dem Strome haben, — ist es jedoch zweifelha
ob hier eine chemische Wirkung mit im Spiele sey, da b
jetzt die Chemie eine solche zwischen einem Metall u
seiner Lösung ohne Temperaturerhöhung, noch nicht nacl
gewiesen hat.

Haag, April 1870.

XII. *Das Grün der Blätter;* *von J. J. Müller in Freiburg.*

Wer hätte wohl gezweifelt, dafs das Grün der Blätter mit dem des Blattgrüns identisch sey! und doch ist es so. Als ich ein Handspectroskop gegen die Rückseite eines frischen Blattes richtete, dessen Vorderseite von der Sonne beschienen war, beobachtete ich ein Spectrum, welches sich ohngefähr von *F* bis *B* erstreckte, aber auf dieser ganzen Strecke *nicht eine Spur der dunklen Absorptionsbänder zeigte, welche* für das Chlorophyll so charakteristisch sind.

Ganz das gleiche Spectrum zeigten frische Blätter von *Cissus antarctica, Ficus elastica, Convallaria majalis, Calla aethiopica,* Epheu usw.

Um das Licht, welches durch die grünen Blätter gegangen ist, mit dem weifsen Licht zu vergleichen, wurde der durch einen Scherenschnitt geradlinig gemachte Rand eines Blattes von *Cissus antarctica* auf den gleichfalls geradlinigen Rand eines Stücks weifsen Papiers so aufgeklebt, dafs ein ohngefähr 1^{mm} breiter Streifen des Blattes auf das Papier zu liegen kam. Als nun die Sonne gegen die eine Seite dieser Combination schien, wurde das geradlinige Spectroskop so dagegen gerichtet, dafs die Mitte des Spaltes ohngefähr auf die Trennungslinie zwischen Weifs und Grün gerichtet war, und man in der oberen Hälfte des Gesichtsfeldes das Spectrum des weifsen, in der unteren das Spectrum des grünen Lichtes sah. Die beobachtete Erscheinung ist in Fig. 19 Taf. IX dargestellt. Das Spectrum des grünen Lichtes erstreckt sich ohne Unterbrechung von *F* bis etwas über *B* hinaus, das Spectrum des weifsen Lichtes geht auf beiden Seiten über diese Gränze hinaus und zwar wenig auf der rothen, bedeutend auf der blauen Seite. Die Linie *F* war deutlich erkennbar, die Linien *D, C* und *B* dagegen waren es nicht, so dafs die Gränzen der Spectra auf der rothen Seite nur durch Schätzung bestimmt werden konnten.

Das Spectrum des grünen Blattes war seiner ganzen Ausdehnung nach etwas lichtschwächer als das des weifsen Papiers, aber die Schwächung war ziemlich gleichförmig von *F* bis *B*; auf der Parthie von *D* bis *B* war die Schwächung vielleicht etwas bedeutender als zwischen *F* und *D*.

XIII. *Bemerkung zu Hrn. Andrews's Notiz über das Eiscalorimeter; von R. Bunsen.*

Im diefsjährigen Märzheft dieser Annalen wird von Prof. Andrews bemerkt, dafs Sir John Herschel schon vor mehr als zwanzig Jahren eine Verbesserung des Eiscalorimeters von Lavoisier und Laplace angegeben habe, welche, wie Hr. Andrews meint, im Principe und selbst in einigen Details »dieselbe« sey, welche ich bei meinen neuen calorimetrischen Untersuchungen befolgte.

Dafs ich die Herschel'sche Arbeit nicht gekannt und daher in meiner Abhandlung unerwähnt gelassen habe, wird man wohl mit dem Umstande entschuldigen, dafs die erstere in dem Appendix eines im Jahre 1847 erschienenen astronomischen Werkes steht, welches nicht nur *meiner* Kenntnifs entgangen ist, sondern auch den meisten Physikern vom Fach unzugänglich geblieben zu seyn scheint, wenn man anders diefs aus dem Umstande schliefsen kann, dafs, so viel mir bekannt, Niemand bei calorimetrischen Untersuchungen in dem Vierteljahrhundert, welches seit der Publication des Herschel'schen Werkes verflossen ist, jenen Vorschlag des berühmten Astronomen erwähnt, geschweige denn, geprüft oder benutzt hat. Anderenfalls würde ich gewifs nicht unterlassen haben, ausdrücklich darauf hinzuweisen, dafs der Gedanke, Mengen geschmolzenen Eises an der dabei eintretenden Volumenveränderung zu messen, von Herschel bereits 1847 ausgesprochen wurde. Auf der anderen Seite erblicke ich in dem Wortlaut der Mittheilung

meines Freundes Andrews die Aufforderung, etwas präciser, als es vielleicht in meiner Abhandlung geschehen ist, wenn auch nur eines der wesentlichen Principien hervorzuheben, auf welchen die Verschiedenheit des von Herschel vorgeschlagenen und des von mir beschriebenen Instrumentes beruht:

Herschel fängt die, durch Volumenverminderung schmelzenden Eises zu messende Wärme in einem mit Wasser und Eisstücken gefüllten Gefäſse auf: in meiner Vorrichtung dient zu demselben Zwecke ein massives, aus Eis künstlich erzeugtes Gefäſs. Das von Herschel angewandte Medium ist unter den Umständen des Versuchs für Wärme durchlassend; das von mir benutzte dagegen für dieselbe absolut undurchdringlich. In Beziehung auf zu messende Wärme verhält sich daher mein Instrument zu dem Herschel'schen genau wie, in Beziehung auf zu messende Flüssigkeiten, ein wasserdichtes Gefäſs zu einem Siebe. Man wird aber wohl kaum von ein und derselben Methode reden können, wenn der Eine Flüssigkeitsmengen mittelst des Siebes, der Andere mittelst des wasserdichten Gefäſses ausführt.

Der einer Messung sich entziehende Wärmeverlust ist in einem mit Eisstücken und Wasser gefüllten Gefäſse groſs genug, um jede exacte calorimetrische Bestimmung in Frage zu stellen, wie aus Versuchen in meiner Abhandlung ersichtlich ist und wie Jedermann weiſs, der es versucht hat, den Schmelzpunkt von Thermometern statt in Schnee in einem Gemisch von Wasser und Eis zu bestimmen. Das erwärmte Wasser, welches in dem die Eiszwischenräume erfüllenden Wasser des Herschel'schen Instrumentes je nach der Temperatur entweder aufsteigt oder herabsinkt, kommt schon nach wenigen Secunden, ohne seine Temperaturdifferenz völlig ausgeglichen zu haben, mit den das Wärme empfangende Medium umschlieſsenden Gefäſswandungen in Berührung und tritt an dieselben Wärme ab, die mithin der Messung entzogen wird. Welche Unsicherheit ein solches Meſsverfahren mit sich bringen muſs, läſst sich ermessen, wenn man erwägt, daſs nach Versuchen in

worfen wird. Ferner senkt sich vom Deckel aus der Cylinder einer kleinen Pumpe in das Eiswasser und endlich ragt eine mit dem unteren Ende ins Eiswasser tauchende calibrirte Glasröhre über den Deckel hinaus. Durch Herabdrücken des Stempels der Pumpe wird das Wasser in der Glasröhre bis zu einem gewissen Theilstriche in die Höhe getrieben (Herschel's Vorschlag setzt eine Ajustirschraube an Stelle der Pumpe), — durch den in die Hülse geworfenen warmen Körper wird Eis geschmolzen, das Volum des Gemisches aus Eis und Wasser vermindert sich dadurch, und diese Abnahme ist am Stande in der calibrirten Glasröhre abzulesen. »Die specifische Wärme der Stoffe wird sich bei gleichen Gewichtstheilen und gleicher Temperatur verhalten wie die Anzahl der Grade, die das Wasser in der calibrirten Röhre herabsank. Ueber die Anwendbarkeit des beschriebenen Instrumentes habe ich übrigens nur wenig Erfahrung. Ich beschrieb seine Construction nur deſshalb, weil ich das Princip derselben für richtig halte und weil Fälle eintreten können, wo man zu ihm seine Zuflucht nehmen müſste«.

Hermann scheint sonach wirkliche Messungen nach diesem Verfahren angestellt zu haben, während (nach dem in diesen Annalen enthaltenen Auszuge) Herschel den Apparat nicht ausgeführt zu haben scheint. Uebrigens schreibt Hermann (S. 156) der Abkühlungsmethode unbedingt den Vorzug vor allen anderen zu, und giebt in seiner Abhandlung nur nach dieser Methode von ihm gefundene Messungsergebnisse.

Aschaffenburg, Ostern 1871.



XV. *Bemerkung zu Dr. Witte's Theorie der Meeresströmungen; von A. Colding.*

Im zweiten Hefte dieser Annalen Bd. 142, S. 281 hat Hr. Dr. Witte einen Beitrag zur Erklärung der Verhältnisse, unter welche die Meeresströmungen sich bewegen, gegeben und in Folge dessen die Aufmerksamkeit auf die Theorie hingeleitet, die ich in einer Abhandlung, welche sich in *»Videnskabernes Selskabs Skrifter 5 Räkke, naturvidensk. und mathem. Afd. 9 Bd. III«* befindet, dargestellt habe. Es freut mich daraus zu sehen, dafs Dr. Witte so weit meiner Entwickelung beitreten kann, dafs er die Richtigkeit des Satzes erkennt, dafs man von dem Einflufs der Rotation der Erde auf einen Körper, welcher sich auf der Oberfläche der Erde bewegt, abstrahiren kann, wenn man den übrigen accelerirenden Kräften, die auf den Körper einwirken, die Kraft:

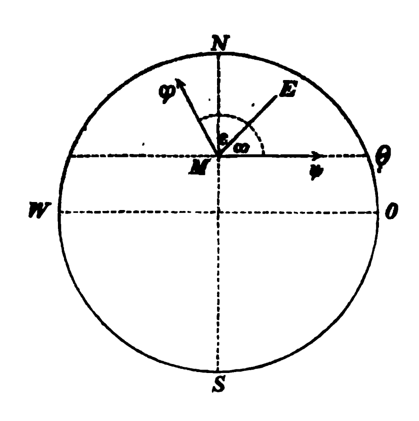
$$\psi = \frac{2\pi \cdot v}{86400} \cdot \sin\theta \cdot \sin\omega$$

von West nach Ost hinzufügt, wo θ den Breitegrad, auf welchem sich der Körper befindet, ω den Winkel, der die Richtung der Bewegung mit der östlichen Richtung des Breitenkreises bildet und v die Geschwindigkeit des Körpers in der Richtung der Bewegung bezeichnet.

Dafs Hr. Witte die Betrachtungsweise, die mich zu diesem Resultat geführt hat, so klar findet, dafs sich seiner Meinung nach Nichts dagegen einwenden läfst, ist für mich eine grofse Befriedigung: Wenn wir aber darüber einverstanden sind, so kann es schwerlich fehlen, dafs wir auch bald über die consequente Folge dieses Satzes einig werden müssen, wenn ich mich ein wenig deutlicher darüber erkläre als es mir vielleicht gelungen ist, in meiner Abhandlung zu thun.

Denken wir uns nämlich, dafs eine Meeresströmung in nördlicher Richtung nach einer gegebenen Bahn, die wir

aus Erfahrung kennen, und durch den Einflufs eines Falles oder durch gewisse andere Kräfte, deren Resultante wir im Allgemeinen mit φ bezeichnen wollen, sich bewege, so verstehe ich, dafs wir darüber einig sind, dafs der erwähnte Theil des Stromes, der sich auf dem Breitegrad θ befindet und der sich unter dem Winkel ω vorwärts strömend zeigt, aufserdem von der Kraft φ, und zugleich von der Rotationskraft ψ, die in der Richtung von Westen nach Osten wirkt, getrieben werde.



Wenn nun ME die Richtung darstellt, in der sich der erwähnte Theil des Stromes wirklich bewegt, so ist es zuvörderst klar, dafs die Resultante der beiden Kräfte φ und ψ in der Richtung ME geht, und aufserdem, da die Kraft ψ in der Richtung $M\psi$, also unter dem Winkel $EM\psi = \omega$ mit der Richtung der Bahn ME wirkt, die Kraft φ nothwendig in einer anderen Richtung $M\varphi$, unter einen Winkel $EM\varphi$, den wir mit ε bezeichnen, wirken mufs. Da nun φ und ψ die einzigen Kräfte sind, die auf den erwähnten Theil des Stromes Einflufs haben, so ist die nothwendige Bedingung, dafs der Wassertheil die Richtung ME befolgt, dafs

$$\varphi \,.\, \sin \varepsilon = \psi \,.\, \sin \omega,$$

während der exacte Ausdruck für die accelerirende Kraft der bewegten Wassermasse eben so nothwendig durch $(\varphi \cos \varepsilon + \psi \cos \omega)$ dargestellt werden mufs. Diefs ist das Resultat, welches ich in meiner Abhandlung dargestellt habe, und über dessen Richtigkeit, meine ich, kein Zweifel seyn kann.

Kopenhagen Wasserwerk, 10. April 1871.

XVI. *Notiz über die mikroskopische Structur der Hagelkörner;*
von Paul Reinsch

Prof. der Naturwissenschaften in Zweibrücken.

Obwohl die Bildungsweise und der Ursprung der Hagelkörner noch immer zu den nicht ganz aufgeklärten meteorischen Erscheinungen zu rechnen sind, so läfst sich doch aus den von anderen Niederschlägen abweichenden Verhalten des Erscheinens, wie der Structur, mit einiger Sicherheit wahrnehmen, dafs bei deren Bildung Ursachen mitwirken, welche bei der Bildung der übrigen Wasserniederschläge aus der Atmosphäre sowohl in tropfbarflüssiger, als fester Form entweder ganz fehlen oder doch in minder gesteigertem Grade thätig sind. Dennoch läfst sich aus der Verschiedenartigkeit der Merkmale der Hagelkörner in Gestalt, Gröfse und innerer Structur entnehmen, dafs nicht immer dieselben Ursachen mitwirkten. Jedenfalls ist es, um eine genaue, alle Erscheinungen des Phänomens umfassende Theorie zu geben, von einiger Wichtigkeit alle Typen der Hagelkörner zu kennen; insbesondere scheinen mir aber die Merkmale der mikroskopischen Structur manche Anhaltspunkte zu einer richtigen Theorie beitragen zu können. Auch in diesem Gebiete der Meteorologie ist dem Mikroskope, wie es in vielen anderen Zweigen der Fall gewesen, noch eine Zukunft. Diese Notiz betrifft die mikroskopische Structur der Hagelkörner eines Hagelschauers, welcher am Nachmittage des 8. Juni 1869, einige Tage vor dem Niederfall des Krähenberger Meteorsteines über einen Theil des Weststrichs hinwegzog. Die Hagelkörner hatten einen Durchmesser von 10 bis 12^{mm}, waren fast genau sphärisch und zeigten dem blofsen Ansehen nach eine mehr concentrische, als radicale Structur. Ein einzelnes Hagelkorn auf einem Objectträger unter das Mikroskop gelegt (Syst. 4 Ok. 4 Oberh. 104 Linearvergr.) bemerkt man, dafs dasselbe aus

einzelnen ziemlich gleich grofsen Körnchen zusammengesetzt ist, innerhalb deren Mitte je ein einzelnes Bläschen mit hellerem Kerne und dunklerer Peripherie sich befindet. Die einzelnen Körnchen, gewöhnlich rundlich manchmal auch in die Länge gezogen, sind durch eine scharf begränzte Linie construirt und scharf von einander getrennt, so dafs eine Partie eines Hagelkornes einige Aehnlichkeit mit dem merenchymatischen Pflanzenzellgewebe zeigt; die Substanz der Körnchen ist durchaus homogen und zeigt keine Structur [1]). Zerfliefst das Hagelkorn allmählich auf der Fläche des Objectträgers, so bemerkt man folgendes bemerkenswerthes Verhalten: Die dunklere scharfe Contur der Körnchen verschwindet an der Schmelzlinie des Hagelkornes, ohne bemerkbare Anzeigen eines verschiedenen Verhaltens von der übrigen starren, homogen erscheinenden Masse der Körnchen. Sowie aber die Zerfliefsungslinie das sphärische Bläschen der Körnchen erreicht, so entfernt sich das Bläschen überaus rasch von der Zerfliefsungslinie weg, mit einer gewissen Vehemenz auf mehr als das 50fache des früheren Volums sich ausdehnend. Der Durchmesser der einzelnen Körnchen ist 0,0544 bis 0,0724^{mm} = 0,0164 bis 0,0275''' rh., der Durchmesser des einzelnen genau in der Mitte der Körnchen gelagerten genau sphärischen Körperchens, welches sich als Luftbläschen erweist, ist 0,0088^{mm} = 0,026''' rh. Die Materie des Bläschens ist, nach dem eben angegebenen Verhalten beim Zerfliefsen der Körnchen, Luft, jedoch Luft, welche auf das über 50fache ihres anfänglichen Volumens zusammengeprest ist. Die einzelnen Luftbläschen, welche unmittelbar nach ihrer Ausdehnung unter dem gewöhnlichen Luftdrucke einen Durchmesser von 0,02716 bis 0,0314^{mm} = 0,0085 — 0,0102''' rh. besitzen, schwimmen kurze Zeit noch unverändert in dem Eiswasser des Objectträgers umher. Da sich die Räume zweier Kugeln wie $r^3 : r_{,}^3$ verhalten, so ist: $\frac{r^3}{r_{,}^3} = \frac{(0,0044)^3}{(0,0157)^3} = 1 : 52$.

1) Es war mir leider nicht möglich, die Structur der starren Substanz der Körnchen in polarisirtem Lichte zu betrachten.

Da nach dem Mariotte'schen Gesetze $V : V_1 = P_1 : P'$, so müfste zur Compression eines Luftbläschens von der Dichte der gewöhnlichen Luft von 0,0271^{mm} Durchmesser auf einen sphärischen Raum von 0,0088^{mm} Durchmesser ein Druck erforderlich seyn, der das 52fache des gewöhnlichen Luftdruckes wäre. Nehmen wir ganz abgesehen von der Höhe an, dafs der Luftdruck, unter welchem die Hagelkörner sich gebildet haben, der gewöhnliche Luftdruck sey, so können wir mittelst der Gay-Lussac'schen Formel leicht berechnen, welche Temperatur unter 0^0 erforderlich ist, um die Verdichtung einer Luftmasse auf das 52fache des Volumens bei gewöhnlichem Luftdrucke zu bewirken. Da aus $V_{t_1} = V_t - V_t . \alpha . t_1$

$$- t_1 = \frac{V_{t_1} - V_t}{V_t . \alpha},$$

so sind die Werthe für beide Volumina um 4 Decimalstellen reducirt

$$- t_1 = \frac{0{,}11304 - 0{,}00216}{0{,}11304 . 0{,}00458} = - 214^0 \text{ C.}$$

Nach diesem etwas unwahrscheinlichen Kältegrad ist die alleinige Ursache der Verdichtung wohl nicht blofs die Kälte, wahrscheinlicher sind beide Momente vereint bei dieser enormen Verdichtung in der starren Eismasse eingeschlossener Luft mitwirkend gewesen. Dafs sich die um das 52fache ihres Volums ausdehnenden Luftbläschen in der Mitte der sphärischen Körnchen des Hagelkornes befinden und dafs die aus dem schmelzenden Hagelkorne sich entwickelnde eingeschlossene Luft weder in den mit fester starrer Eismasse ausgefüllten Zwischenräumen zwischen den einzelnen Körnchen, noch in der homogenen starren Masse der Körnchen sich findet, ergab sich mir durch anhaltende Beobachtung und Vergleichung vieler Hagelkörner. Ich glaube — mich einer Deutung enthaltend — die Aufmerksamkeit der Beobachter auf dieses interessante Factum hingelenkt zu haben und empfehle diesen Gegenstand zur weiteren Beobachtung.

Erklärung der Abbildungen.

Fig. 13 Taf. IX, Partie eines 200mal vergröfserten Hagelkornes *a.* das in der Mitte der Körnchen gelagerte sphärische Luftbläschen, *b.* die homogene, das Bläschen umgebende Eismasse der Körnchen. Fig. 14 ein einzelnes Luftbläschen 1200mal vergröfsert, Fig. 15 Partie des Randes eines im Abschmelzen begriffenen Hagelkornes, *a. a.* Luftbläschen, *b. b.* durch Abschmelzen freigewordene Luftbläschen. *A. A.* Schmelzlinie des Hagelkornes. *α. β.* Gröfsenverhältnifs eines eingeschlossenen und eines durch Abschmelzen der Eismasse freigewordenen Luftbläschens.

Zweibrücken in der Pfalz, am 4. Januar 1871.

XVII. *Wärmeleitung in geschichteten Flüssigkeiten; nach Despretz.*

(Mitgetheilt von Hrn. Radau.)

Hr. Saigey hat im *Moniteur scientifique* (15. April 1871) einige hinterlassene Beobachtungen des verstorbenen Physikers Despretz veröffentlicht, die im Mai 1861 angestellt und ihm zur Berechnung anvertraut wurden, bisher aber unbenutzt geblieben waren. Diese Beobachtungen beziehen sich auf die Fortpflanzung der Wärme in zwei über einander geschichteten Flüssigkeiten: Wasser oder Nitrobenzin: sie wurden in ähnlicher Weise ausgeführt, wie die älteren Experimente desselben Physikers über die Wärmeleitung in Wasser. Ein hölzernes, cylindrisches Gefäfs, 72 Centimeter hoch und 40 Centimeter im Durchmesser, wurde zur Hälfte mit Nitrobenzin gefüllt (spec. Gewicht 1,20), und darüber Wasser gegossen. Zehn horizontale Thermometer dienten dazu, den stationären Temperaturzustand zu beobachten, während eine constante Wärmequelle auf die Oberfläche des Wassers wirkte und die Wärme sich von oben nach unten verbreitete. Bei dem Versuch No. 1 befanden sich die Gefäfse der Thermometer in der Axe des Cylinders, bei dem Versuch No. 2 reichten dieselben blos bis in die Mitte des Halbmessers. Die Colonnen *H* enthalten die Abstände der Thermometer von der Gränzfläche der beiden

Medien, die Colonnen T die Ueberschüsse der beobachteten Temperaturen über die Temperatur der Umgebung.

	Thermometer	Versuch No. 1		Versuch No. 2	
		H	T	H	T
Wasser	I	133mm,7	41°,26	137mm,44	41°,15
	II	101 ,8	31 ,17	110 ,34	32 ,01
	III	69 ,1	23 ,62	80 ,25	24 ,76
	IV	41 ,5	18 ,66	49 ,25	19 ,16
	V	17 ,5	15 ,68	15 ,90	14 ,83
Nitrobenzin	VI	17 ,5	11 ,83	15 ,90	10 ,68
	VII	46 ,6	7 ,09	11 ,90	6 ,84
	VIII	75 ,7	4 ,48	69 ,80	4 ,36
	IX	106 ,2	2 ,56	101 ,40	2 ,42
	X	138 ,6	1 ,50	133 ,00	1 ,11

Hr. Saigey hat die diesen Zahlen entsprechenden Curven gezeichnet, indem er die Gröfsen H als Abscissen und die Temperaturen T als Ordinaten benutzte. Für gleiche Abstände H bilden letztere annähernd geometrische Progressionen. Nimmt man die Intervalle $H = 17^{mm},5$, so ist das mittlere Verhältnifs der auf einander folgenden Ordinaten:

	Versuch No. 1	Versuch No. 2
im Wasser	0,861	0,863
im Nitrobenzin	0,739	0,703

Mit diesen Werthen des Verhältnisses der Ordinaten hat Hr. Saigey die Gröfsen T so berechnet, dafs sie sich den direct von den Curven abgelesenen Werthen möglichst anschliefsen, wie die nachstehende Tabelle zeigt.

Wasser	Versuch No. 1		Versuch No. 2	
Abstände H	Curve	Rechnung	Curve	Rechnung
140mm	43°,5	43°,5	41°,5	41°,5
122,5	37 ,4	37 ,4	35 ,6	35 ,8
105	32 ,1	32 ,2	30 ,5	30 ,9
87,5	27 ,6	27 ,7	26 ,2	26 ,6
70	23 ,4	23 ,9	22 ,6	23 ,0
52,5	20 ,6	20 ,6	19 ,6	19 ,8
35	17 ,7	17 ,7	17 ,1	17 ,1
17,5	15 ,7	15 ,2	15 ,1	14 ,8
0	.....	13 ,1	.....	12 ,7

Nitrobenzin	Versuch No. 1		Versuch No. 2	
Abstände H	Curve	Rechnung	Curve	Rechnung
0^{mm}	.....	$16^{\circ},1$	.....	$14^{\circ},8$
17,5	$11^{\circ},8$	11 ,8	$10^{\circ},4$	10 ,4
35	8 ,6	8 ,7	7 ,6	7 ,3
52,5	6 ,5	6 ,4	5 ,6	5 ,1
70	4 ,9	4 ,8	4 ,3	3 ,6
87,5	3 ,6	3 ,5	3 ,2	2 ,5
105	2 ,6	2 ,6	2 ,2	1 ,8
122,5	1 ,9	1 ,9	1 ,4	1 ,3
140	1 ,4	1 ,4	0 ,9	0 ,9

An der Gränze der beiden Medien hatte Despretz leider keine Thermometer angebracht. Die beiden Curven gehen hier auseinander; vom Wasser zum Nitrobenzin (welches beiläufig 3,7 mal schlechter leitet) steigt die berechnete Temperatur plötzlich um 2 bis 3 Grad.

Despretz hat einen ähnlichen Versuch mit zwei Metallen, Kupfer und Zinn, gemacht. Zwei Stäbe aus diesen Metallen waren aneinander gestofsen. An der Berührungsfläche betrug die Temperaturdifferenz $1^{\circ},47$; wurde ein Blatt Papier eingeschaltet, so stieg diese Differenz auf $5^{\circ},5$. In diesem Falle handelt es sich um eine plötzliche *Abnahme* der Temperatur. Direct erwärmt wurde der Kupferstab, die Wärme strömte also auch hier aus dem besseren Leiter in den schlechteren. Die Beobachtung ist publicirt in den *Comptes rendus* der pariser Akademie (1838, Bd. VII, S. 833).

Die im Wasser (Vers. No. 1) beobachteten Temperaturen werden besser dargestellt durch die Formel

$$T = 12^{\circ},27\ (1,17)^{\frac{H}{17,5}} + 1^{\circ},51\ (1,17)^{-\frac{H}{17,5}}$$

welche $T = 13,8$ für $H = 0$ giebt; dagegen findet man durch das Nitrobenzin etwa $T = 16^{\circ}$ für $H = 0$; der Unterschied beträgt immer noch über 2 Grad.

A. W. Schade's Buchdruckerei (L. Schade) in Berlin, Stallschreiberstr. 47

